

Rapport Final de la Recherche

Prix du Carbone, Choc
énergétique et Politique
Environnementale

Rapport de recherche présenté au titre du contrat CFE 65

SEPTEMBRE 2010

Table des matières

1 Introduction	4
2 Le modèle	9
2.1 Les préférences des ménages	10
2.2 La technologie de production	12
2.3 Taxation optimale	13
3 Calibration et données	16
3.1 Les fonctions d'utilité des ménages	17
3.1.1 La méthode de calibration utilisée	17
3.1.2 Les données et la calibration des paramètres : le cas des USA	19
3.1.3 Les données et la calibration des paramètres : le cas de la France	29
3.2 La fonction de production	38
3.2.1 Les données et la calibration des paramètres : le cas des USA	38
3.2.2 Les données et la calibration des paramètres : le cas de la France	
4 Résultats des simulations numériques	49
4.1 Résultats des simulations basées sur les données américaines	50
4.1.1 Résultats des simulations numériques avec $\phi = 0.24$	51
4.1.2 Interprétation des résultats : subvention implicite	54
4.1.3 Interprétation des résultats : compléments	57
4.1.4 Résultats des simulations numériques avec $\phi = 0.05$	59

4.2 Simulations basées sur données françaises	61
4.2.1 Résultats en l'absence d'externalité	61
4.2.2 Résultats avec. $\phi = 0.17$	63
4.2.3 Résultats avec. $\phi = 0.03$	64
5 Conclusion	66

Résumé

Dans ce rapport nous étudions si un choc énergétique (une hausse soudaine et significative du prix mondial de l'énergie) devrait être compensé par une réduction des taxes sur l'énergie afin d'atténuer son impact sur les prix à la consommation. Un tel ajustement est souvent débattu et justifié par des arguments fondés sur les effets redistributifs régressifs de l'augmentation des prix des énergies finales. Cet argument a été développé en France chaque fois que le prix du pétrole a subi des hausses importantes et soudaines. Il est également utilisé aux USA depuis fort longtemps pour s'opposer à toute hausse des prix des carburants avec l'efficacité que l'on sait.

Pour étudier cette question, nous utilisons un modèle empirique basé sur nos travaux antérieurs. Ces travaux nous ont permis d'étudier les règles de taxation optimale d'un bien et/ou d'un input polluant dans un contexte de second rang. Ces travaux, contrairement à l'analyse pigouvienne, prennent donc explicitement en compte les effets redistributifs des taxes environnementales ainsi que leur interaction avec les autres taxes qui servent à alimenter le budget de l'Etat.

Le modèle considère une économie dans laquelle la consommation d'énergie est supposée responsable d'une pollution qui affecte le bien-être social. Cette consommation est aussi bien le fait des ménages que des entreprises. On a donc deux sources d'externalités dans ce modèle, la consommation finale d'énergie par les ménages et l'utilisation de l'énergie comme facteur de production par les entreprises. Le modèle considère quatre catégories de ménages qui se distinguent par leurs préférences (leurs goûts) pour les biens et les loisirs, mais aussi par leur capacité à contribuer au budget de l'Etat.

C'est évidemment une caractéristique fondamentale du modèle pour l'étude des impacts redistributifs des taxes énergétiques.

Nous calibrons ce modèle sur des données américaines et françaises puis, nous procédons à des simulations numériques du modèle. Nous supposons que les prix de l'énergie sont soumis à un choc exogène, tel qu'un choc pétrolier par exemple. Pour différents niveaux de ce choc (qui peut atteindre 100%, soit un doublement du prix mondial de l'énergie), nous calculons la structure de la fiscalité optimale des revenus et des biens (dont l'énergie).

Nous montrons que la taxe optimale sur l'énergie est pigouvienne pour les entreprises, elle est calculée sur la base du dommage marginal social résultant de la pollution selon la règle classique de Pigou. Pour les ménages, le calcul de la taxe optimale est plus complexe. Celle-ci a en fait deux composantes. A la composante pigouvienne s'ajoute en effet une composante redistributive. Cette dernière permet de corriger les effets régressifs de la taxe énergétique qui affecte plus particulièrement le bien-être des ménages les plus pauvres. La taxe optimale est donc inférieure à la taxe pigouvienne. La différence est une subvention implicite, qui représente environ 10% du prix hors taxe de l'énergie dans le cas des Etats-Unis, et 5% à 6% dans le cas de la France. Il est particulièrement intéressant de noter qu'une variation du prix de l'énergie a un effet pratiquement négligeable sur ce pourcentage. En d'autres termes, même une très forte augmentation du prix du pétrole n'aura qu'un faible effet sur la composante redistributive de la taxe optimale sur l'énergie. De même, l'importance des dommages créés par la pollution n'affecte que très peu le niveau de cette subvention. Nos simulations montrent néanmoins, que la taxe sur l'énergie est utilisée pour atténuer l'impact du choc énergétique. Cependant, ce résultat ne s'explique pas par des considérations de

redistribution, mais par le fait que la composante pigouvienne de la taxe diminue en pourcentage lorsque le prix de l'énergie importée augmente. C'est un ajustement purement arithmétique dû au fait que le dommage marginal social n'est pas directement affecté par un choc sur le prix de l'énergie importée.

1 Introduction

En septembre 2009, le Président de la république française avait annoncé l'introduction d'une taxe sur le carbone qui devrait prendre effet au début de l'année 2010. De nombreux sondages avaient été réalisés dans la période qui avait précédé cette annonce. Tous montraient que l'opinion publique était défavorable à cette taxe, 65% à 75% des personnes interrogées se déclaraient opposées à sa création. Mais, c'est finalement, la crise économique qui a suivi de près cette annonce qui a eu raison de la taxe. Le déroulement de ces événements ne doit pas nous étonner, car les flambées du prix du pétrole se sont toujours accompagnées d'une forte pression dans l'opinion publique en faveur d'une baisse de la fiscalité afin de limiter, voire de supprimer, les effets de la hausse du prix du brut sur les prix des carburants et du fioul domestique. De telles réactions à une augmentation soudaine des prix des énergies finales sont à prévoir dans l'avenir, surtout si sa mise en œuvre doit se faire dans un contexte de prix déjà élevés de l'énergie. Le prix du pétrole brut pourrait par exemple connaître de fortes hausses suite à une reprise de l'économie mondiale ou à cause d'une hausse du cours du dollar.

Les expériences passées ont montré que l'argument le plus fréquemment développé pour réclamer des prix des énergies stables est fondé sur les effets redistributifs régressifs de l'augmentation des prix des énergies finales. Cet argument a été développé en France chaque fois que le prix du pétrole a subi des hausses importantes et soudaines. Il est également développé aux USA depuis fort longtemps pour s'opposer à toute hausse des prix des carburants avec l'efficacité que l'on sait.

Dans des travaux récents (voir par exemple Cremer *et al.*, 2003 et 2010) nous avons montré que la taxe sur l'énergie doit non seulement prendre en compte les externalités que génèrent son utilisation mais aussi les effets redistributifs (éventuellement) non désirés qu'engendre cette taxe. Ces travaux ne permettent pas cependant d'établir un lien entre taxe optimale sur l'énergie et choc exogène sur le prix de l'énergie. Autrement dit, ces travaux ne permettent pas de savoir si une taxe augmentant le prix à l'usage final de l'énergie (telle que la taxe carbone) doit être ou non modulée en fonction des fluctuations des prix des énergies primaires importées. Cette question est pourtant largement débattue dans les médias chaque fois que l'on observe une hausse significative du prix de l'énergie.

Les modèles que nous avons développés dans le passé pour étudier le problème de la taxation optimale de l'énergie en France constituent cependant une base utile pour étudier ce problème. C'est ce que nous voulons montrer dans ce rapport.

Pour ce faire, nous utilisons ici un modèle empirique fondé sur des travaux antérieurs¹. L'objectif de ces travaux est l'étude des règles de taxation optimale d'un bien et/ou d'un input polluant dans un contexte de second rang. Ces travaux, contrairement à l'analyse pigouvienne, prennent donc explicitement en compte l'interaction des taxes environnementales avec les autres taxes qui servent à alimenter le budget de l'Etat.

Le modèle considère une économie dans laquelle la consommation d'énergie est supposée responsable d'une pollution qui affecte le bien-être social. Cette consommation est aussi bien le fait des ménages que

¹Voir Cremer, Gahvari et Ladoux (2003) et (2010).

des entreprises. On a donc deux sources d'externalités dans ce modèle, la consommation finale d'énergie par les ménages et l'utilisation de l'énergie comme facteur de production par les entreprises. Deux instruments de politique économique, par exemple deux taxes, sont nécessaires pour permettre à l'économie d'atteindre un niveau de pollution optimal.

Les ménages doivent arbitrer entre consommation d'énergie et consommation des autres biens et services produits dans l'économie d'une part, et entre consommation et loisirs d'autre part. On suppose que les ménages peuvent être regroupés en différentes catégories qui se distinguent par leur préférences, ou si l'on préfère leurs goûts, pour les différents biens de consommation et les loisirs. Ils se distinguent aussi par leur productivité et donc finalement par le niveau de salaire auquel ils peuvent prétendre. Ces différences de goût et de productivité jouent un rôle essentiel dans le modèle. En effet, lorsque les ménages ont des préférences différenciées pour les biens, tout instrument de politique économique modifiant les prix relatifs de ces biens va affecter les différentes catégories de ménage de manière différenciée. L'intervention publique a donc nécessairement un effet redistributif. Dans le cas de l'énergie, cet effet joue souvent dans le mauvais sens, car les dépenses énergétiques ont en général un poids plus important dans le budget des ménages les plus pauvres. Différencier les productivités joue aussi un rôle important dans le modèle, car cela permet de considérer un impôt non linéaire sur le revenu, du type de ceux qui sont utilisés dans les économies développées. Or un tel instrument a un certain pouvoir redistributif susceptible de corriger les éventuels biais régressifs des taxes environnementales.

En ce qui concerne le secteur productif, on considère une entreprise représentative dont la technologie est représentée par une fonction de

production à trois facteurs, capital, travail et énergie. On remarquera que, compte tenu des différences de productivité entre les différentes catégories de ménages, le travail est un facteur de production hétérogène. Un autre point important à signaler est que les salaires sont endogènes dans le modèle et sont donc nécessairement affectés par la politique environnementale.

Le système de taxe en vigueur dans l'économie comprend les taxes sur les biens de consommation finale, dont l'énergie, la taxe sur l'input polluant et la taxe sur le revenu. La résolution du modèle consiste à déterminer le système de taxe optimal, défini comme celui qui maximise le bien-être social sous un ensemble de contraintes, dont une contrainte de ressources, qui implique que les prélèvements fiscaux devront permettre le financement du budget de l'Etat, le prélèvement total étant fixé de manière exogène au modèle. Les autres contraintes sont les contraintes d'incitation (ou d'auto sélection). Ces contraintes permettent de prendre en considération les distorsions de comportements introduites par le système fiscal, distorsions qui affectent le bien-être social. En d'autres termes, ces contraintes permettent de modéliser un monde de second rang.

Il n'est pas possible d'envisager d'estimer économétriquement un tel modèle du fait de l'absence de données sur des périodes d'observation suffisamment longues. En revanche il est possible de calibrer le modèle. Le processus de calibration combine l'utilisation de résultats économétriques puisés dans la littérature, principalement pour l'estimation des élasticités de substitution, et des données d'enquêtes. La calibration, est réalisée sur des données françaises et américaines. Dans le cas de la France les données proviennent de différentes enquêtes, principalement des enquêtes de l'INSEE sur la consommation, l'emploi et le revenu des ménages. Ces données sont

relatives à l'année 2006. Dans le cas des Etats-Unis les données proviennent de deux sources : le US Bureau of Labor Statistics (BLS) et le Panel Study of Income Dynamics (PSID) et sont relatives à l'année 2001.

Les principales caractéristiques de notre modèle peuvent être résumées de la manière suivante :

1. Il prend explicitement en considération les possibilités de substitution entre biens de consommation pour les ménages et entre facteurs de production pour les entreprises. C'est une caractéristique importante du modèle car les possibilités de substitution traduisent la flexibilité à court terme du comportement des agents économiques et donc les possibilités qu'ils ont de limiter les impacts négatifs d'une énergie chère sur leur bien-être ou sur les conditions de production.
2. Il est particulièrement adapté au traitement des effets redistributifs des taxes sur l'énergie ou de chocs exogènes sur les prix des énergies. En effet, il considère différentes catégories de ménages en les différenciant selon deux dimensions : leurs préférences, qui traduisent le caractère plus ou moins essentiel de l'énergie dans la satisfaction de leurs besoins, et leur productivité, qui détermine leur capacité à contribuer au budget de l'Etat.
3. L'impôt sur le revenu est un impôt progressif dans le modèle, exactement comme l'impôt utilisé en pratique dans la plupart des pays. La possibilité de corriger l'effet redistributif régressif d'une taxe énergétique à l'aide de cet impôt est

donc prise en considération. Cela est absolument nécessaire car, restreindre l'impôt sur le revenu à un impôt linéaire, aurait pour conséquence de biaiser nos résultats.

4. Le modèle intègre les différentes utilisations de l'énergie. L'énergie est en effet consommée à la fois par les ménages et par les entreprises, il y a donc deux sources d'externalité qui doivent toutes deux être prises en compte. Ceci est également important car, comme nous le verrons, ces deux sources d'externalité ne doivent pas être internalisées de manière identique.

5. Le modèle est un modèle statique. Cela s'explique par le fait que nous mettons l'accent sur les aspects redistributifs. Cela nous oblige à envisager des individus hétérogènes et à prendre en compte les instruments classiques des politiques redistributives (tel que l'impôt progressif sur le revenu) qui pourraient être utilisés pour neutraliser l'impact des mesures environnementales. Dans l'état actuel des connaissances il n'est pas envisageable d'introduire ces éléments dans un modèle dynamique. En fait les modèles dynamiques existants, souvent d'inspiration macroéconomique, sont généralement des modèles à agent représentatif dans lesquels tous les instruments sont linéaires. Le choix d'un modèle statique nous est en quelque sorte imposé, comme nous venons de le dire, par l'état de l'art. Pour autant il reste un modèle très pertinent au regard de l'utilisation que nous souhaitons en faire. On peut en effet l'interpréter comme représentant l'équilibre stationnaire d'un modèle à générations imbriquées (les consommations à différentes périodes étant interprétées comme relatives à des biens

différents). De plus, le coût environnemental que nous envisageons représente de toute façon un coût actualisé. Ce faisant nous négligeons les problèmes de transitions et en particulier le coût d'ajustement des individus et des entreprises (pour passer à une technologie différente par exemple). Ces aspects sont certainement importants. Cependant, dans une perspective de long terme ils sont de second ordre par rapport aux considérations redistributives (les taxes ont des effets redistributifs immédiats et durables).

6. Le modèle est un modèle empirique calibré, comme nous l'avons dit plus haut, sur des données observées. C'est un point important, en particulier parce qu'il donne du sens à la comparaison des résultats obtenus pour les Etats-Unis et la France.

Le présent rapport est organisé de la façon suivante. La section 2 décrit l'expression formelle du modèle. La section 3 fournit une description détaillée de la construction des données et du processus de calibration du modèle. Dans cette section on trouvera également toutes les adresses internet qui permettent de retrouver les données que nous avons utilisées. La section suivante (section 4) présente et analyse les résultats obtenus. Enfin la conclusion reprend les principaux enseignements qui nous semblent devoir être retirés de cette étude.

2 Le modèle

Nous considérons une économie avec un continuum d'individus qui peuvent être regroupés en N catégories. La taille de la population totale est normalisée à un et π_j désigne la proportion d'individus de

type j dans la population totale. Les catégories se distinguent selon deux dimensions, à savoir, productivités et préférences. Chaque individu est doté d'une unité de temps. Il arbitre entre son offre de travail et sa consommation finale qui se répartie entre deux biens, l'énergie, y , et un bien composite, x , comprenant tous les biens non-énergétiques. Tous les biens sont produits à partir de trois inputs : le travail, L , le capital, K , et l'énergie, D . La consommation *totale* d'énergie, E , crée un effet externe négatif. On est donc en présence d'une externalité diffuse, qualifiée d'"atmosphere externality" par Meade (1952). Observons que cette pollution peut être liée à la consommation d'énergie comme bien final ou à l'utilisation de l'énergie comme input dans la production des autres biens. Nous allons maintenant décrire les préférences et la technologie de production plus en détail.

2.1 Les préférences des ménages

Le niveau d'utilité d'un consommateur dépend de son offre de travail, L ,² de la quantité consommée des deux biens y (énergie) et x (autres biens) et du niveau total des émissions dans l'atmosphère, E .³

L'utilité d'une personne de type $j = 1, \dots, N$ est donnée par la relation,

$$U^j = \mathbf{U}(x, y, L^j, \theta^j) - \varphi E, \quad (1)$$

où θ^j est un vecteur de paramètres traduisant les goûts du ménage considéré (qui, comme la productivité différencie les différentes

²En réalité, les ménages retirent de l'utilité des loisirs, c'est-à-dire de $1 - L$, puisque le temps que chaque ménage peut répartir entre consommation et loisirs est normalisé à 1.

³Par souci de simplification, et sans perte de généralité, le facteur d'émission est supposé égal à 1.

catégories d'individus) et φ la désutilité marginale sociale de la pollution supposée constante.

Pour les besoins de l'analyse numérique, nous devons donner une forme paramétrique à la fonction $U(x, y, L^j, \theta^j)$. Nous choisissons une forme CES emboîtée définie par,

$$U(x, y, L^j, \theta^j) = \left(b^j Q^{\frac{\rho-1}{\rho}} + (1-b^j)(1-L^j)^{\frac{\rho-1}{\rho}} \right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}, \quad (2)$$

$$Q^j = \left(a^j x^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-a^j)y^{\frac{\omega-1}{\omega}} \right)^{\frac{\omega}{\omega-1}}. \quad (3)$$

Les individus choisissent leur panier de consommation en maximisant leur utilité sous une contrainte budgétaire. Quand l'impôt sur le revenu est non linéaire, cette contrainte est également non linéaire. Cependant, pour faciliter l'exposé nous caractérisons les choix des consommateurs à partir d'une contrainte linéarisée (approximation linéaire locale) qui est alors spécifique à chaque type de ménage. A cette fin, nous introduisons un "revenu virtuel", G^j , dans la contrainte budgétaire de chaque individu. En notant respectivement w_n^j et M^j le salaire net et le revenu non salarial ⁴ de l'individu de type j nous pouvons écrire sa contrainte budgétaire de la façon suivante,

$$px^j + qy^j = G^j + M^j + w_n^j L^j, \quad (4)$$

où p et q sont les prix à la consommation de x et y respectivement. On peut remarquer que G^j est en fait l'ajustement du revenu nécessaire pour linéariser la contrainte budgétaire, c'est un revenu virtuel qui peut être négatif.

⁴Contrairement aux revenus salariaux, M^j est exogène au modèle.

Les conditions du premier ordre du problème de maximisation de la fonction d'utilité de l'individu j sous sa contrainte de budget (4) sont données par,

$$\frac{1-a^j}{a^j} \left(\frac{x^j}{y^j} \right)^{\frac{1}{\omega}} = \frac{q}{p}, \quad (5)$$

$$\frac{(1-b^j) [x^j / (1-L^j)]^{\frac{1}{\rho}}}{a^j b^j \left[a^j + (1-a^j) (x^j / y^j)^{\frac{1-\omega}{\omega}} \right]^{\frac{\omega-\rho}{\rho(1-\omega)}}} = \frac{w_n^j}{p}. \quad (6)$$

Les équations (4) – (6) permettent de déterminer x^j, y^j et L^j en fonction de p, q, w_n^j et $G^j + M^j$.

2.2 La technologie de production

Le processus de production utilise trois inputs : le capital, K , le travail, L , et l'énergie, D . Comme l'un des principaux objectifs de notre étude est d'envisager les conséquences d'une variation (exogène) du coût de l'énergie, nous considérons une économie dans laquelle l'énergie est importée en totalité. Cette hypothèse s'applique aussi bien à l'énergie utilisée comme facteur de production par les entreprises qu'à l'énergie consommée par les ménages. Son prix, p_D , est fixé par le marché mondial de l'énergie, c'est donc une donnée dans notre modèle. Le loyer du capital, r , est également considéré comme donné. Cela revient à supposer que le capital est parfaitement mobile et que son taux de rendement est donné par un niveau mondial. La technologie de production est représentée par une fonction CES emboîtée définie par les relations,

$$O = \mathbf{O}(L, K, D) = B \left[(1 - \beta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta \Gamma^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad (7)$$

$$\Gamma = A \left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1 - \alpha) D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}}, \quad (8)$$

où B et A sont des constantes, σ et δ représentent les élasticités de substitution (au sens d'Allen) entre L et Γ , et entre K et D (à Γ fixé) respectivement. En substituant (8) dans (7) on obtient,

$$O = B \left[(1 - \beta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta A^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1 - \alpha) D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta(\sigma-1)}{\sigma(\delta-1)}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}. \quad (9)$$

Soit w le prix d'une unité de travail effectif et τ_D le taux de taxe sur l'input polluant, les conditions de premier ordre déterminant les demandes d'inputs de la firme sont données par,

$$\mathbf{O}_L(L, K, D) = w, \quad (10)$$

$$\mathbf{O}_K(L, K, D) = r, \quad (11)$$

$$\mathbf{O}_D(L, K, D) = p_D(1 + \tau_D). \quad (12)$$

Les équations (9)–(12) déterminent les valeurs de O, L, K et D en fonction de w, r et $p_D(1 + \tau_D)$ (où r et p_D sont exogènes).

Comme les différents types d'individus ont des productivités différentes, le travail constitue un facteur de production hétérogène. Cette hétérogénéité est captée à travers la notion de travail effectif. Quand une personne de productivité n^j travaille pendant L^j heures, son travail effectif est donné par $n^j L^j$ et on obtient une offre de travail agrégée de $\sum_{j=1}^N \pi^j n^j L^j$. L'équilibre du marché du travail nous donne

alors,

$$L = \sum_{j=1}^N \pi^j n^j L^j.$$

Le niveau d'émission global est donné par,

$$E = \sum_{j=1}^N \pi^j y^j + D.$$

Observons que le premier terme à droite de cette expression représente les émissions liées à la consommation du bien énergétique, alors que le deuxième terme représente les émissions créées par la production (utilisation de l'énergie comme input).

2.3 Taxation optimale

La disponibilité d'un instrument de politique fiscale dépend (entre autres) de l'information dont dispose l'administration. L'hypothèse la plus raisonnable est d'une part, que cette information permet d'imposer des taxes linéaires sur les biens (et les émissions), et d'autre part, d'avoir recours à un impôt non linéaire (généralement progressif) sur le revenu. Nous présentons donc le problème pour cette configuration des instruments disponibles. Cependant, il serait possible d'envisager d'autres scénarios.⁵

Nous utilisons une fonction de bien-être social iso-élastique qui reflète les préférences de la société. Elle est définie par la relation,

⁵Voir par exemple Cremer et *al* (2010).

$$W = \frac{1}{1-\eta} \sum_{j=1}^4 \pi^j (U^j)^{1-\eta} \eta \neq 1 \text{ et } 0 \leq \eta < \infty, \quad (13)$$

où η est un indice d'aversion à l'inégalité. La valeur de η détermine le degré de redistribution qui est socialement souhaitable. Plus le niveau de η est élevé, plus la société est concernée par l'égalité. En particulier, $\eta = 0$ correspond à une fonction utilitariste (simple somme des utilités) alors que $\eta \rightarrow \infty$ donne une fonction Maximin à la Rawls. Dans ce cas la société a une aversion extrême contre l'inégalité et l'objectif social consiste à maximiser l'utilité de l'individu le moins bien loti. Dans les simulations, il est possible d'envisager diverses valeurs de η , ce qui permet d'étudier l'impact du souci de redistribution sur la conception des politiques fiscales et environnementales.

Quand les taxes sur les biens sont linéaires tous les consommateurs font face aux mêmes prix. En substituant les fonctions de demande dans (13) la fonction de bien-être social peut alors être exprimée en fonction des prix (qui à leur tour sont déterminés par la politique fiscale).

Soit c^j le revenu net (après impôt) et donc la dépense d'un ménage de type j . En maximisant l'utilité individuelle (1) sous la contrainte budgétaire,

$$px^j + qy^j = c^j$$

on obtient les fonctions de demande pour x^j et y^j , soit $x^j = \mathbf{x}(p, q, c^j; \theta^j)$ et $y^j = \mathbf{y}(p, q, c^j; \theta^j)$. En substituant ces équations dans la fonction d'utilité d'une personne de type j , (1), nous avons,

$$\mathbf{V}\left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j\right) = \mathbf{U}\left(\mathbf{x}(p, q, c^j; \theta^j), \mathbf{y}(p, q, c^j; \theta^j), \frac{I^j}{wn^j}, \theta^j\right)$$

où,

$$I^j \equiv wn^j L^j$$

Nous avons quatre instruments de politique fiscale : les taux de taxation sur les deux biens (qui déterminent p et q), le taux de taxe sur l'input polluant τ_D et l'impôt sur le revenu. Dans la mesure où les fonctions de demande pour les biens et les fonctions d'offre de travail sont toutes homogènes de degré zéro, nous pouvons sans perte de généralité poser un des taux de taxation à zéro. Comme la consommation d'énergie crée un effet externe, l'interprétation des résultats est plus aisée si nous imposons une taxe nulle sur les biens non-énergétiques.

La politique de taxation optimale est alors déterminée en maximisant,⁶

$$\max \frac{1}{1-\eta} \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V}\left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j\right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(p, q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{1-\eta} \quad (14)$$

par rapport à q, c^j, I^j, K, D et w sous la contrainte de ressources,

$$\mathbf{O}(L, K, D) - \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{x}(p, q, c^j; \theta^j) + p_D \mathbf{y}(p, q, c^j; \theta^j) \right] - rK - p_D D - \bar{R} \geq 0, \quad (15)$$

les contraintes d'incitation (pour tout j et k , $j \neq k$),

⁶Observons que dans le problème de maximisation du gouvernement ci-dessous, nous utilisons D comme variable de décision plutôt que τ_D .

$$\mathbf{V}\left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j\right) \geq \mathbf{V}\left(p, q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j\right), \quad (16)$$

et la condition de détermination du salaire,

$$w - \mathbf{O}_L(L, K, D) = 0, \quad (17)$$

avec,

$$L = \sum_{j=1}^4 \pi^j n^j L^j = \sum_{j=1}^4 \pi^j \frac{I^j}{w}.$$

Rappelons que les contraintes d'incitation permettent de tenir compte des distorsions de comportement introduites par le système fiscal. Dans le monde réel, l'utilisation de taxes forfaitaires est exclue. Les ménages et les entreprises ont donc la possibilité de modifier leur comportement en fonction des taxes (non forfaitaires) qui leurs sont imposées ; cela a pour conséquence de diminuer le bien-être social. Seul un optimum de second rang peut alors être atteint, c'est ce que permettent de traduire les contraintes d'incitation. Lorsque l'on supprime ces contraintes du problème de maximisation du gouvernement, on décrit un monde de premier rang. Toutes les taxes sont forfaitaires à l'exclusion de la taxe énergétique qui est alors une taxe pigouvienne. Cette situation n'est évidemment pas réaliste mais il est utile de résoudre le modèle sous cette forme pour calibrer le paramètre φ . Nous reviendrons sur ce point dans les sections de ce rapport consacrées à la calibration.

La résolution analytique de ce problème de maximisation est difficile, voire impossible. C'est la raison pour laquelle nous procédons par simulation d'une version calibrée du modèle. Cette façon de procéder présente également l'avantage de donner une réponse quantitative à la question posée. Il ne suffit pas de savoir s'il convient ou non de

moduler la taxe énergétique pour amortir un choc exogène sur le prix de l'énergie ; il importe également de savoir, dans le cas où un aménagement de la taxe est nécessaire, si la modification à apporter est significative ou simplement anecdotique.

3 Calibration et données

Dans cette section nous décrivons la méthode utilisée pour calibrer les fonctions d'utilité des ménages définies par les relations (2) et (3), et la fonction de production des entreprises définie par les relations (7) et (8). Les sources utilisées sont, pour l'essentiel, toutes disponibles sur le Web.

3.1 Les fonctions d'utilité des ménages

3.1.1 La méthode de calibration utilisée

Les fonctions d'utilité des différentes catégories de ménages sont toutes de forme identique, c'est-à-dire toutes écrites sous forme de CES emboîtées. D'après les relations (2) et (3), ces fonctions ne diffèrent entre elles que par la valeur des paramètres a et b , les paramètres ρ et ω ne dépendant pas de la catégorie de ménage j considérée. Les paramètres ω et ρ sont des paramètres d'élasticité, c'est-à-dire des paramètres permettant de décrire les possibilités de substitution dont disposent les consommateurs pour réagir à une modification des prix relatifs. On peut montrer que l'élasticité de substitution d'Allen entre loisirs et énergie est égale à l'élasticité de substitution d'Allen entre loisirs et autres biens, toutes deux étant égales à ρ pour la fonction considérée. Les différentes catégories de

ménages sont donc supposées avoir les mêmes possibilités de substitution entre loisirs et biens de consommation. Par contre, il est également possible de montrer que l'élasticité de substitution entre biens de consommation diffère d'une catégorie de ménages à l'autre.⁷ Schématiquement, nous pouvons interpréter le paramètre a comme donnant le poids relatif de l'énergie et des autres biens de consommation dans le niveau d'utilité qui résulte de la consommation finale des ménages. Similairement, le paramètre b donne le poids relatif des loisirs et de la consommation dans le niveau total d'utilité perçu par les ménages.

Afin d'alléger l'écriture des équations, nous omettons l'indice j dans les développements qui suivent. Cela ne crée pas d'ambiguïté pourvu que l'on se souvienne que seuls les paramètres a et b diffèrent d'une catégorie de ménages à l'autre.

Nous pouvons déduire des relations (2) et (3) l'écriture suivante de la fonction d'utilité d'une catégorie de ménages donnée,

$$\begin{aligned}
 u^{(\rho-1)/\rho} &= b \left\{ \left[ax^{(\omega-1)/\omega} + (1-a)y^{(\omega-1)/\omega} \right]^{\frac{\omega}{\omega-1}} \right\}^{(\rho-1)/\rho} + (1-b)L^{(\rho-1)/\rho} \\
 &= b \left\{ \left[ax^{(\omega-1)/\omega} + (1-a)y^{(\omega-1)/\omega} \right]^{\frac{\omega(\rho-1)}{\rho(\omega-1)}} \right\} + (1-b)L^{(\rho-1)/\rho} \quad (18)
 \end{aligned}$$

où u représente le niveau d'utilité perçu par la catégorie de ménages considérée.

Deux méthodes peuvent a priori être envisagées pour estimer les

⁷Cette élasticité dépend de ρ mais aussi de la valeur du gradient et de la matrice hessienne de la fonction d'utilité. Elle n'est donc pas constante, contrairement aux élasticités entre loisirs et biens de consommation.

différents paramètres, l'économétrie et la calibration. La première exige la disponibilité de nombreuses observations sur les différentes variables du modèle, la seconde permet une estimation des paramètres à l'aide d'une seule observation.⁸ Cette méthode, dite de calibration,⁸ est très fréquemment utilisée lorsqu'il n'est pas possible de réunir les données nécessaires pour une estimation économétrique ; elle est par exemple beaucoup utilisée pour la construction des modèles d'équilibre général calculable. Dans notre cas, il n'est pas possible de recourir à l'économétrie car cela nécessiterait l'accès à des données permettant d'identifier différentes catégories de ménages. De telles données existent pour quelques années seulement car elles nécessitent des enquêtes très coûteuses pour être réunies. Nous avons donc recours ici à la méthode de calibration. Le principe de cette méthode est extrêmement simple. Il consiste à choisir la valeur des paramètres qui permet de répliquer les valeurs observées des variables du modèle en résolvant le système formé des équations (5) et (6). Ce système correspondant aux conditions de premier ordre de maximisation de la fonction d'utilité sous contrainte de budget, la valeur des paramètres ainsi retenue garantit que les valeurs observées des variables du modèle sont les valeurs optimales. Il n'est pas possible d'estimer les 4 paramètres a , b , ρ et ω à l'aide de ces 2 seules équations. Nous devons nécessairement fixer 2 paramètres. Nous choisissons de fixer ρ et ω puisqu'ils sont identiques pour toutes les catégories de consommateurs.⁹ Connaissant ρ et ω , il est facile de déterminer a et b en résolvant le système formé des équations (5) et (6), pourvu que l'on puisse réunir des observations pour une année donnée des variables x , y , L , p , q et w_n qui figurent dans ces équations. C'est la véritable difficulté de l'exercice car nous devons nous procurer des

⁸Le niveau d'utilité, u , est inobservable, cela ne pose cependant pas de problème pour la calibration ou l'estimation des paramètres, comme nous le verrons plus loin.

⁹Nous expliquons plus loin comment ont été choisies les valeurs de ces paramètres.

observations de ces variables pour différentes catégories de consommateurs.

3.1.2. Les données et la calibration des paramètres : le cas des USA

Les données que nous utilisons pour la calibration sont principalement issues du US Bureau of Labor Statistics (BLS) et sont accessibles sur le site Web <http://www.bls.gov/>. Le BLS ne fournit malheureusement aucune donnée sur l'offre de travail et nous devons donc avoir recours aux données du PSID (Panel Study of Income Dynamics) accessibles sur le site Web <http://psidonline.isr.umich.edu/>. Les données du BLS que nous utilisons concernent différentes catégories de ménages alors que les données du PSID sont des données individuelles concernant 7407 ménages. Certaines informations dont nous avons besoin étant manquantes pour 1370 ménages, l'échantillon que nous utilisons comprend finalement 6037 ménages.

Le BLS distingue les différentes catégories de ménages suivantes :¹⁰

- (i) Self employed workers
- (ii) Managers and professionals
- (iii) Technical sales and clerical workers
- (iv) Service workers
- (v) Construction workers and mechanics
- (vi) Operators fabricators and laborers
- (vii) Retired
- (viii) All other including not reporting

Parmi ces cinq catégories de ménages, nous ne pouvons retenir que

¹⁰Les intitulés des variables sont laissés en anglais afin de faciliter une recherche éventuelle sur le site du PSID.

celles dont les principaux revenus sont des revenus salariés. Dans notre modèle en effet, tous les ménages offrent leur force de travail. Les catégories retenues sont donc les catégories (ii) à (vi) du BLS.

Les données du BLS que nous utilisons portent sur les variables suivantes :¹¹

- Number of consumer units
- Income before and after taxes
- Wages and salaries
- Personal taxes (Federal income taxes, State and local income taxes, other taxes)
 - Average number of persons, of child under 18, of persons 65 and over, of earners, of vehicles in the consumer unit
 - Other characteristics of the consumer unit (sex of reference person, race,...)
 - Average annual expenditures

Le dernier item est détaillé par type de bien consommé parmi lesquels nous extrayons les informations concernant l'énergie, lesquelles correspondent aux items suivant du BLS

- Natural gas
- Electricity
- Fuel oil and other fuels
- Gasoline and motor oil

L'exploitation des données du PSID nous oblige à répartir les 6037 ménages de l'enquête sur les différentes catégories de ménages de la

¹¹Voir le tableau disponible à l'adresse <http://www.bls.gov/cex/2000/Standard/occup.pdf>.

nomenclature du BLS. Cette tâche peut être réalisée avec une assez grande précision car la situation professionnelle du chef de famille est renseignée dans l'enquête du PSID. Ce regroupement a été effectué de la manière indiquée dans le tableau 1.

BLS categories of households	PSID categories of households
Managers and professionals	Professional, Technical and kindred workers (1–195) Managers and administrator, except farm (201–245) Farmers and farm managers (801–802)
Technical sales and clerical workers	Clerical and kindred workers (301–395) sales workers (260–285)
Service workers	Service workers, except private household (901–965) Private household workers (980–984)
Construction workers and mechanics	Craftsmen and kindred workers (401–600) Operatives except transport (601–695)
Operators fabricators and laborers	Transport equipment operatives (701–715) Laborers, except farm (740–785)

Tableau 1 : Règle de passage entre nomenclatures BLS et PSID ¹²

Parmi les nombreuses variables d'observation contenues dans la base de données du PSID, nous retenons les suivantes :

- Family interview ID number (PSID variable name is *ER17002*)
- Labor income of the head (PSID variable name is

¹²Les chiffres contenus entre parenthèses dans le tableau 1 correspondent à la valeur de la variable HDOCC01 définie plus loin dans le texte. (1-195) signifie par exemple : tous les individus dont la variable HDOCC01 est comprise entre 1 et 195.

HDEARN01)

- Labor income of the wife (PSID variable name is *WFEARN01*)
- Main occupation of head (PSID variable name is *HDOCC01*)
- Main occupation of wife (PSID variable name is *WFOCC01*)
- Work weeks by the head (PSID variable name is *HDWKS01*)
- Work hours by the head (variable name is *HDAVG01*)
- Wage rate by the head (variable name is *HDWGE01*)
- Work weeks by the wife (variable name is *WFWKS01*)
- Work hours by the wife (variable name is *WFAVG01*)
- Wage rate by the wife (variable name is *WFWGE01*)

Pour renseigner ces variables dans la nomenclature des 5 catégories de ménages précédemment définies, nous prenons la moyenne sur l'ensemble des ménages qui appartiennent à la catégorie considérée. Les données ainsi calculées permettent de calculer les nouvelles variables suivantes :

- $WIF = \text{Wage income of the family } (HDEARN01 + WFEARN01)$
- $WYH = \text{Work Year - reference person :}$
($HDWKS01 \times HDAVG01$ lorsque l'homme travaille,
 $WFWKS01 \times WFAVG01$ lorsque seule la femme travaille)
- $WIH = \text{Wage Income - reference person } (WYH \times HDWGE01$
lorsque l'homme travaille, $WYH \times WFWGE01$ lorsque seule la femme travaille)

La variable correspondant à l'item "Wages and salaries" du BLS devrait prendre une valeur relativement proche de la variable *WIF* construite à partir des données du PSID. Le tableau 2 permet de vérifier ces deux points. On constate des différences entre les deux sources qui peuvent être dues en partie à la représentativité de l'échantillon de

ménages dans l'enquête du PSID. Cependant ces différences peuvent aussi être expliquées par le fait que les deux organismes ne définissent pas *WIF* exactement de la même façon. En effet les données du PSID n'incluent pas seulement les salaires mais aussi d'autres sources de revenus définies par le PSID comme "*separate reports of bonuses, overtime, tips, commissions, professional practice or trade, market gardening, and miscellaneous labor income*" (voir le PSID Data Custom Codebook sur le site Web du PSID). En dépit de ces différences, nous considérons que les données du PSID sont compatibles avec celles du BLS, ce qui nous autorise à exploiter les données du PSID sur l'offre de travail.

Nous reportons dans la première colonne du tableau 3 l'offre de travail de chaque catégorie de ménages en nombre d'heures annuel (source PSID). Le temps de loisirs est calculé comme le temps non travaillé parmi le temps total qui est consacré au travail et/ou aux loisirs. Nous considérons qu'aucun ménage ne peut consacrer plus de 16 heures par jour, 5 jours par semaine et 52 semaines par an au travail. Ainsi chaque ménage peut répartir 4160 heures ($52 \times 5 \times 16$) entre travail et loisirs,¹³ ce nombre d'heures étant incompressible.

Calcul de l'offre de travail et des salaires avant impôt sur le revenu

La troisième colonne du tableau 3 donne la même information que la première colonne après normalisation à 1 du temps total disponible; c'est la valeur de L dans notre modèle.

Les valeurs de L ainsi calculées et les valeurs de *WIF* du BLS permettent alors de calculer les salaires avant impôts, w^j , des

¹³D'autres hypothèses sont évidemment possibles, les tests que nous avons effectués montrent qu'elles n'influent pas sur les résultats.

différentes catégories de ménages (j désignant la $j^{\text{ème}}$ catégorie de ménages) selon la formule,

$$w^j = \frac{WIF}{L^j} \quad j = 1, \dots, 5.$$

	WIF (\$)	WIH (\$)	WYF (heures)
Managers and professionals			
PSID	75805	60189	2110
BLS	68712	N.A.	N.A.
<i>Difference en %</i>	9.36%		
PSID Money income before taxes	73811		
Technical sales and clerical workers			
PSID	41914	33052	1829
BLS	40147	N.A.	N.A.
<i>Difference en %</i>	4.21%		
PSID Money income before taxes	43489		
Service workers			
PSID	27860	21331	1668
BLS	28702	N.A.	N.A.
<i>Difference en %</i>	-3.02%		
PSID Money income before taxes	31940		
Construction workers and mechanics			
PSID	45628	33292	2038
BLS	44111	N.A.	N.A.
<i>Difference en %</i>	3.32%		
PSID Money income before taxes	45903		
Operators fabricators and laborers			

PSID	38234	27040	1980
BLS	34794	N.A.	N.A.
<i>Difference in %</i>	9.00%		
PSID Money income before taxes	37547		

Tableau 2 : Valeurs des variables *WIF* , *WIH* et *WYF*

	Avant normalisation		Après normalisation	
	Travail (heures/an)	Total	Travail (<i>L</i>) heures/an)	Total
Managers and professionals	2110	4160	0.507312	1
Technical sales and clerical workers	1829	4160	0.439612	1
Service workers	1668	4160	0.400905	1
Construction workers and mechanics	2038	4160	0.489975	1
Operators fabricators and laborers	1980	4160	0.475959	1

Tableau 3 : Calcul de l'offre de travail des ménages

Le tableau 4 donne les résultats obtenus,

	<i>WIF</i>	<i>L</i>	<i>w</i>
Managers and professionals	68712	0.507312	135443
Technical sales and clerical workers	40147	0.439612	91324
Service workers	28702	0.400905	71593

Construction workers and mechanics	44111	0.489975	90027
Operators fabricators and laborers	34794	0.475959	73103

Tableau 4: Calcul du salaire des ménages

Calcul des consommations des ménages

Les données du BLS, permettent de calculer, par simple agrégation, la consommation d'énergie, qy et la consommation des autres biens et services, px . Le tableau 5 donne les résultats obtenus.

	π	py (\$)	px (\$)
Managers and professionals	35.18%	3051	51134
Technical sales and clerical workers	28.90%	2612	34742
Service workers	13.77%	2309	27970
Construction workers and mechanics	7.06%	3100	37498
Operators fabricators and laborers	15.09%	2712	30236

Tableau 5 : Consommation des ménages

Aux USA, à la différence de la France, il n'y a pratiquement pas de différenciation entre taxe sur l'énergie et taxe sur les autres biens et services. Nous pouvons donc normaliser à 1 les prix respectifs des deux biens considérés dans le modèle ; nous avons ainsi $p = q = 1$.

Taxe sur le revenu et salaire après impôts

Le but de cette sous-section est d'expliquer la méthode de calcul du salaire après impôt sur le revenu. La principale difficulté provient évidemment de la non-linéarité de cet impôt. Une manière de procéder est de caractériser l'impôt sur le revenu par un taux marginal de taxation (variable t) et une partie forfaitaire (variable G) tous deux spécifiques à chaque catégorie d'individu. Nous décrivons dans le tableau 6 la méthode de calcul de ces deux éléments. Ces calculs sont effectués en agrégeant 2 catégories de ménages, "Service workers" et "Operators, fabricators and laborers" afin de ramener à quatre le nombre total de catégories de ménages considérées. Il devient en effet pratiquement impossible de simuler numériquement le modèle lorsque ce nombre dépasse quatre.¹⁴ Les catégories retenues après agrégation sont alors les suivantes :

- Managers and professionals (type 1)
- Technical sales and clerical workers (type 2)
- Service workers, operators, fabricators and laborers (type 3)
- Construction workers and mechanics (type 4)

Le taux marginal de taxation sur le revenu, t , qui apparaît dans le tableau 6 permet de calculer le salaire net d'impôt sur le revenu pour les différentes catégories de ménages, celui-ci est égal à,

$$w_n = (1-t)w.$$

¹⁴Les données relatives aux variables calculées dans les sous-sections précédentes devront également être agrégées de la même façon. Cela se fait sans difficulté puisque le pourcentage d'individus appartenant à chaque catégorie est connu. Le résultat de cette agrégation sera donné plus loin dans le tableau résumant les données utilisées et le résultat de la calibration.

Choix de ω et ρ

Il existe évidemment de nombreuses études analysant les possibilités de substitution entre biens de consommation des ménages. Cependant aucune à notre connaissance n'est réalisée dans le contexte des deux biens de consommation considérés dans notre modèle. Une régression très simple sur données macro-économiques nous a permis d'estimer une valeur de l'élasticité de substitution $\omega = 0.2623$. Cette valeur sera retenue comme valeur centrale pour les simulations à venir. Elle n'exclut pas toutefois l'utilisation de valeurs alternatives afin de juger de la sensibilité des résultats à une modification de ce paramètre.

	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
Wages and salaries (wL)	68712	40147	31887	44111
Standard deduction (A)	7350	7350	7350	7350
Tax exemption per person (B)	2800	2800	2800	2800
Average number in consumer unit (D)	2.6	2.6	2.8	3
Total tax free income ($E = A + B \times D$)	14630	14630	15203	15750
Total taxed income ($F = wL - E$)	54082	25517	16684	28361
Income taxed at 15% ($G = \min\{F, 43850\}$)	43850	25517	16684	28361
Tax at 15% tax rate ($T15 = 0.15 \times G$)	6578	3828	2503	4254
Income taxed at 28% ($H = \min\{F - G, 105950 - 43850\}$)	10232	0	0	0
Tax at 28% tax rate ($T28 = 0.28 \times H$)	2865	0	0	0
Total Tax payment ($TP = T15 + T28$)	9442	3828	2503	4254
Marginal tax rate (t)	28%	15%	15%	15%
Constant of the linearized income tax ($G = twL - TP$)	9797	2195	2280	2363

Tableau 6 : Calcul de l'impôt sur le revenu

Il existe en revanche de nombreuses estimations de l'élasticité de substitution entre consommation et loisirs. Stern (1976) suggère une valeur de 0.4 sur la base d'estimations concernant les hommes mariés aux USA. Wales et Woodland (1979), sur la base de données issues du PSID, donnent des valeurs comprises entre 0.83 et 0.91, selon la méthode d'estimation utilisée. Goulder *et al.* (1999) utilisent une valeur de 0.96. Plus récemment Bourguignon (1999) montre que les estimations existantes sur l'élasticité prix de l'offre de travail se situent entre 0.1 et 0.5. Il est relativement aisé de montrer que ces valeurs donnent un intervalle d'estimation du paramètre ρ de 0.61 à 1.39. Une estimation très simple sur données agrégées (cf Cremer *et al.* 2003) donne une valeur de 0.6649. Cette valeur se situant dans l'intervalle précédent, nous l'utiliserons comme valeur centrale pour nos simulations numériques, ceci n'excluant évidemment pas l'utilisation de valeurs alternatives se situant aux bornes de l'intervalle proposé par Bourguignon.

Revenu minimum requis du gouvernement

Dans le modèle apparaît la contrainte de budget du gouvernement. Celle-ci exprime le fait que les prélèvements fiscaux doivent permettre d'assurer un minimum de rentrées fiscales au gouvernement. D'après les données du US Bureau of Economic Analysis (US BEA, <http://www.bea.gov/>), les dépenses de consommation du gouvernement représentent 10 128 milliards de dollars en 2001 et l'investissement brut 1 825,6 milliards de dollars. Au total les dépenses gouvernementales

représentent donc 18% du PIB en 2001. Ce pourcentage est celui qui est utilisé dans le modèle pour calculer le revenu fiscal minimal que le gouvernement souhaite prélever à l'aide des taxes sur les biens et sur le revenu.

Calcul de la désutilité marginale de la pollution (paramètre φ)

Nous utilisons deux valeurs alternatives de la désutilité marginale de la pollution, $\varphi = 0.05$ et $\varphi = 0.24$. Ces deux valeurs correspondent respectivement à des taxes pigouviennes de 10% et 50% (taux de taxe mesuré avec un prix hors taxe normalisé à 1).¹⁵ La comparaison des résultats obtenus avec ces deux valeurs de φ montrent que, d'un point de vue qualitatif, les résultats ne sont pratiquement pas affectés par le niveau de désutilité marginale résultant de la pollution.¹⁶ La valeur choisie pour φ dans nos simulations numériques ne peut donc avoir de conséquence sur la réponse à la question de savoir si un choc énergétique doit ou non affecter la taxe optimale sur l'énergie. Il n'y a donc pas lieu de s'attarder davantage ici sur cette question. On trouvera cependant dans Cremer et al. (2003) tous les détails relatifs au choix de ces deux valeurs.

3.1.3 Les données et la calibration des paramètres : le cas de la France

Les données utilisées sont principalement issues des enquêtes de L'INSEE et sont toutes extraites de tableaux dans lesquels l'INSEE présente différentes synthèses des résultats tirées de ces enquêtes.

¹⁵C'est la taxe optimale de premier rang, autrement dit celle qui s'applique lorsque la taxe sur l'énergie est la seule taxe distortionnaire utilisée dans l'économie.

¹⁶Voir la présentation des résultats dans les sections suivantes.

Les tableaux que nous utilisons pour la calibration de notre modèle sont les suivants :

- **T1** - Dépense annuelle moyenne par ménage selon la catégorie socioprofessionnelle de la personne de référence. Ce tableau, accessible sur internet,¹⁷ donne les dépenses annuelles de consommation de huit catégories de ménages pour près de 150 biens et services. Les différentes catégories de ménages retenues par l'INSEE sont les suivantes :
 - les agriculteurs
 - les artisans, commerçants et chefs d'entreprises
 - les cadres,
 - les professions intermédiaires,
 - les employés,
 - les ouvriers,
 - les retraités et les autres inactifs.

Comme dans le cas des USA, le modèle théorique sur lequel est fondée notre étude nous impose de ne retenir que les catégories de ménages dont les revenus sont principalement composés des revenus du travail. Les catégories de ménages que nous retenons sont donc les suivantes :

- les cadres (catégorie 1),
- les professions intermédiaires (catégorie 2),
- les employés (catégorie 3),
- les ouvriers (catégorie 4).

Les différents biens et services répertoriés dans le tableau T1

¹⁷Voir http://www.insee.fr/fr/ppp/bases-de-donnees/irweb/BDF06/dd/excel/BDF06_A3.xls

permettent d'isoler les dépenses énergétiques des autres dépenses de consommation de biens et services. Les données contenues dans ce tableau ont pour source l'enquête "*budget des familles 2006*" de l'INSEE

- **T2** - Revenus salariaux annuels moyens de la région nets de prélèvements par sexe et catégorie socioprofessionnelle. Ce tableau, accessible sur internet,¹⁸ donne les revenus salariaux annuels moyens pour les catégories socioprofessionnelles salariées précédemment citées. La source de ces données est "*INSEE, déclarations annuelles de données sociales (DADS)*", les données sont relatives à l'année 2006.
- **T3** - Actifs occupés et durée moyenne de travail hebdomadaire selon le sexe et la catégorie socioprofessionnelle détaillée. Ce tableau, accessible sur internet,¹⁹ nous permet de connaître la durée moyenne du travail des différentes catégories socioprofessionnelles. Les données sont issues de l'*enquête emploi en continu 2007* de l'INSEE.
- **T4** - Nombre de ménages selon la taille du ménage et la catégorie socioprofessionnelle (CSP) de la personne de référence. Ce tableau, accessible sur internet,²⁰ nous permet d'évaluer le quotient familial du ménage de référence des différentes catégories de ménages retenues dans l'étude. Les données proviennent d'une exploitation complémentaire réalisée par l'INSEE des données issues du *Recensement de la*

¹⁸ Voir http://www.insee.fr/fr/themes/tableau.asp?reg_id=99&ref_id=t_1002D

¹⁹ Voir http://www.insee.fr/fr/ppp/bases-de-donnees/irweb/eec07/dd/excel/eec07_PACO08_2007.xls

²⁰ Voir <http://www.recensement.insee.fr/searchResults.action?zoneSearchField=FRANCE&codeZone=M-METRODOM&idTheme=0&rechercher=Rechercher>

Population 2007.

- **T5** - Population de 15 ans et plus selon la catégorie socioprofessionnelle. Ce tableau, accessible sur internet,²¹ nous permet de calculer les parts (ou quotient familial) de chaque catégorie de ménages dans la population totale des ménages.
- **T6** - Tableau des Entrées Sorties, niveau 118, 2006. Ce tableau est accessible sur internet.²²

Calcul de l'offre de travail et des salaires avant impôt sur le revenu

	Avant normalisation			Après normalisation
	<i>DHT</i> (heures/semaine)	<i>TTD</i> (heures/an)	<i>DAT</i> (heures/an)	<i>L</i>
Cadres	42.1	3760	1978.7	0.52625
Prof. Inter.	37.1	3760	1743.7	0,46375
Employés	33.3	3760	1565.1	0,41625
Ouvriers	36.5	3760	1715.5	0,45625

Tableau 7 : Calcul de l'offre de travail des ménages

Nous reportons dans la première colonne du tableau 7 la Durée moyenne Hebdomadaire du Travail (*DHT*) des différentes catégories de ménages que nous retenons dans notre étude. Cette information est

²¹Voir http://www.insee.fr/fr/themes/tableau.asp?ref_id=NATTEF02135®_id=0

²²Voir : http://www.insee.fr/fr/themes/comptes-nationaux/default.asp?page=archives/archives_cnat_annu.htm

directement issue du tableau T3 décrit ci-dessus. Le temps de loisirs est calculé comme le temps non travaillé parmi le temps total qui est consacré au travail et/ ou aux loisirs. Nous considérons qu'aucun ménage ne peut consacrer plus de 16 heures par jour, 5 jours par semaine et 47 semaines²³ par an au travail. Le temps total qu'un individu peut répartir entre travail et loisirs sur un an est donc égal à (Temps Total Disponible - TTD), $47 \times 5 \times 16 = 3760$ heures par an. Le nombre d'heures travaillées par an (Durée Annuelle du Travail - *DAT*) est, compte tenu des 5 semaines de congés payés, égal à $DHT \times (52 - 5)$. Le résultat de ce calcul est reporté dans le tableau 7. La dernière colonne de ce même tableau donne la *DAT* après normalisation à 1 du temps total disponible ; c'est la valeur de la variable *L* dans notre modèle.

Le tableau T2 décrit ci-dessus permet de connaître les revenus salariaux annuels moyens (*RSA*) des différentes catégories de ménages. Le salaire avant impôt du ménage *j*, c'est-à-dire la variable w^j de notre modèle, est calculée selon la formule,

$$w^j = \frac{RSA^j}{L^j} \quad j = 1, \dots, 4.$$

Calcul des consommations finales des ménages

Une agrégation des données du tableau T1 décrit ci-dessus permet de calculer les dépenses de consommation des différentes catégories de ménages en "énergie" d'une part (égales à qy dans notre modèle) et en "autres biens de consommation" d'autre part (égales à px dans notre modèle). La consommation d'énergie des ménages regroupe les rubriques suivantes du tableau T1 :

²³Nous considérons que le temps de congés payés obligatoires est de 5 semaines par an.

- *Facture électricité - gaz non dissociable*
- *Electricité*
- *Gaz*
- *Combustibles liquides*
- *Combustibles solides*
- *Carburants, électricité, huiles, lubrifiants*

Les résultats de ces calculs sont donnés dans le tableau 8.

	<i>WIF</i> (€)	<i>L</i>	<i>w</i>
Cadres	38458.0	0.52625	73079,3
Professions intermédiaires	12635.6	0,46375	44800,1
Employés	20776.0	0,41625	30355,8
Ouvriers	14069.6	0,45625	30837,6

Tableau 8 : Calcul du salaire des ménages

	π	qy (€)	px (€)
Cadres	17%	2948	41476
Professions intermédiaires	26%	2816	30855
Employés	32%	2192	23829
Ouvriers	25%	2497	23505

Tableau 9 : Consommations finales des ménages

La consommation d'énergie des ménages est calculée en soustrayant au contenu des rubriques "*Total alimentation*" et "*Total non alimentaire*" du tableau T1 la consommation d'énergie précédemment calculée. Le tableau 9 ci-dessous donne les résultats obtenus ainsi que la proportion de chaque catégorie de ménages dans la population totale des ménages appartenant à l'une des catégories retenues dans notre modèle (cette dernière information est issue du tableau T5).

Les prix sont calculés à partir des données du Tableau Entrées Sorties (TES) 2006 (voir accès internet tableau T6 ci-dessus). Les informations utilisées sont extraites des colonnes "*production des produits*" (*PP*) et "*impôts sur produits - total*" (*IP*) du Tableau des Ressources en Produits de ce TES. Pour calculer la taxe sur l'énergie on utilise les données relatives aux lignes suivantes de ce tableau :

- *Extraction et agglomération de la houille (GG11)*
- *Extraction d'hydrocarbures (GG12)*
- *Cokéfaction et industrie nucléaire (GG14)*
- *Raffinage de pétrole (GG15)*
- *Production et distribution d'électricité (GG2A)*
- *Production et distribution de combustibles (GG2B)*

La taxe est calculée en faisant le rapport IP/PP . Ce calcul montre que la taxe sur l'énergie est de 34% alors que la taxe sur les autres biens s'élève à 6% seulement. En normalisant à 1 les prix à la production, les prix à la consommation de l'énergie, q , et des autres biens, p , sont donc respectivement donnés par,

$$q = 1.34308$$

$$p = 1.06213$$

Taxe sur le revenu et salaire après impôts

Rappelons que nous caractérisons l'impôt sur le revenu par un taux marginal de taxation (variable t) et une partie forfaitaire (variable G), tous deux spécifiques à chaque catégorie d'individu. Le tableau 10 décrit la méthode de calcul utilisée pour déterminer ces 2 variables. Les revenus salariaux de différentes catégories de ménages (wL) sont extraits du tableau T2. La méthode de calcul de l'impôt utilise le barème de calcul de l'administration fiscale pour les revenus de l'année 2006. Comme la taille du ménage représentatif de chacune des catégories de ménages considérées dans notre modèle est toujours comprise entre 2 et 3, que tout ménage comprenant au moins 2 personnes possède au moins 2 parts et que chaque enfant compte pour une demi part, le nombre de parts, P , doit être calculé en prenant en compte la taille du ménage²⁴, T , selon la formule,

$$P = 2 + 0.5(T - 2)$$

Le barème de la tranche marginale d'imposition sur les revenus de 2006 s'établit de la façon suivante :

- Taux d'imposition de 0% pour les revenus imposables n'excédant pas 5614
- Taux d'imposition de 5.5% pour les revenus imposables compris entre 5614 et 11198
- Taux d'imposition de 14% pour les revenus imposables compris entre 11198 et 24872
- Taux d'imposition de 30% pour les revenus imposables compris

²⁴La taille du ménage provient du tableau T5 de l'INSEE

entre 24872 et 66679

- Taux d'imposition de 10% pour les revenus imposables excédant 66679

L'impôt de chaque catégorie de ménage est alors calculé de la façon suivante,

- Les ménages de type 3 et 4 ayant un quotient familial (QF) inférieur à 5614 ne paient pas d'impôt sur le revenu
- Les ménages de type 2 paient :
 $(0.055 \times (8271 - 5614)) \times 2.26 = 330$
- Les ménages de type 1
 paient : $(0.055 \times (11198 - 5614) + 0.14 \times (14903 - 11198)) \times P = 1918$

	Cat. 1	Cat. 2	Cat. 3	Cat. 4
Revenus salariaux (wL)	38458	20776	12636	14070
Déduction de 10% ($A = 0.1 \times wL$)	3846	2078	1264	1407
Revenus imposables ($RI = wL - A$)	34612	18698	11372	12662
Taille du ménage (T)	2.65	2.52	2.28	2.88
Nombre de parts ($P = 2 + 0.5(T - 2)$)	2.32	2.26	2.14	2.44
Quotient familial ($QF = RI / P$)	14903	8271	5311	5191
Impôt sur le revenu (IR)	1918	330	0	0
Taux marginal de taxation (t)	14%	5.5%	0%	0%
Partie forfaitaire ($G = twL - IR$)	3467	812	0	0

Tableau 10 : Calcul de l'impôt sur le revenu

Les taux marginaux de taxation, t , sont obtenus en regardant dans quelle tranche de revenu se situe le quotient familial. Connaissant t on peut alors calculer la partie forfaitaire de la taxe sur le revenu selon la formule, $G = t\omega L - IR$, ce qui donne le résultat reporté dans le tableau 10 qui détaille les calculs permettant de calculer t et G .

Choix de ω et ρ

La littérature empirique ne permet pas de montrer qu'il existe des différences significatives entre la France et les USA du point de vue des élasticités de substitution ω et ρ . Nous utiliserons donc les mêmes valeurs que celles que nous avons retenues pour la France.

Revenu minimum requis du gouvernement

Les dépenses de consommation du gouvernement français représentent 422 237 millions d'Euro en 2006. Pour cette même année les dépenses d'investissement s'élèvent à 57 817 millions d'Euro. Au total les dépenses gouvernementales hors transferts représentent 27,7% du PIB. Ce pourcentage est utilisé, comme dans le cas des USA, pour calculer le revenu minimum requis du gouvernement.²⁵

Calcul de la désutilité marginale de la pollution (paramètre φ)

Les deux valeurs du paramètre φ utilisées dans nos simulations ont été calculées de la même manière que dans le cas des USA. Ces valeurs sont : $\varphi = 0.03$ (taxe pigouvienne de 10%) et $\varphi = 0.17$ (taxe pigouvienne

²⁵Les données utilisées dans les calculs précédents sont extraites du tableau T6.

de 50%). On peut constater que les valeurs de φ utilisées ici diffèrent de celles qui ont été utilisées dans le cas américain. Elles ont cependant été calculées exactement de la même manière, autrement dit, elles ont été obtenues en considérant que l'externalité justifie des taxes pigouviennes de 10% ou 50%.²⁶ Mais la taxe pigouviennne s'obtient en divisant le dommage marginal social par l'utilité marginale sociale du revenu. Or l'utilité marginale sociale du revenu étant, selon nos calculs,²⁷ plus élevée en France qu'aux Etats Unis, on obtient nécessairement des valeurs de φ plus faible en France qu'aux Etats Unis. Nous aurions pu adopter les mêmes valeurs de φ pour les deux pays, mais cela aurait rendu la comparaison des résultats français et américains beaucoup plus difficile. L'interprétation est en effet plus aisée et plus naturelle quand on fixe un même niveau de taxation Pigouviennne dans les deux pays.

3.2 La fonction de production

3.2.1 Les données et la calibration des paramètres : le cas des USA

Il s'agit ici de calibrer les paramètres de la fonction de production (9). Les paramètres à estimer sont A , B , σ , δ , α et β .

Les données observées relatives à K , L , D , r , w et p_D

Les données utilisées pour la calibration proviennent toutes du site Web

²⁶Rappelons qu'il s'agit des taxes pigouviennes de premier rang (cas dans lequel aucune autre taxe n'interagit avec la taxe environnementale), en l'absence de choc énergétique (c'est-à-dire lorsque $p_D = 1$).

²⁷La simulation numérique de notre modèle nous permet de faire une estimation de l'utilité marginale sociale du revenu qui est égale au multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte de budget du gouvernement.

du US BEA (<http://www.bea.gov/>). La source primaire de ces données est la EUKLEMS database (base de données dont la construction est financièrement supportée par la Commission Européenne, elle est accessible sur le site <http://www.euklems.net/>). Parmi les variables figurant dans cette base de données, nous retenons tout d'abord les variables suivantes :

- *Gross value added at current basic prices,*
- *Capital compensation (REMK),*
- *Labor compensation (REML),*
- *Intermediate energy consumption (ENER).*

Les valeurs prises par ces variables en 2001 exprimées en millions de dollars US aux prix courants sont,

$$REMK = 3217350.28$$

$$REML = 6209832.79$$

$$ENER = 565972.96$$

La même base de données fournit un certain nombre d'informations sur l'emploi parmi lesquelles nous retenons les variables intitulées,

- *Number of persons engaged in millions (EMP),*
- *Total hours worked by persons engaged in millions (YWH).*

Pour l'année 2001 ces variables prennent les valeurs suivantes :

$$EMP = 149.385451$$

$$YWH = 254851.89$$

EUKLEMS contient également des indices de volumes (1995=100) qui nous permettent de calculer les “quantités” d’énergie et de capital utilisées dans le secteur productif. Ces quantités ne sont évidemment pas des quantités au sens physique du terme mais des valeurs aux prix de 1995. En notant respectivement $ENERZ$ et KZ les quantités d’énergie et de capital utilisés, nous avons d’après les données EUKLEMS,

$$ENERZ = 490363.72$$

$$KZ = 3169954.02$$

La fonction de production CES étant à rendements constants à l’échelle, nous pouvons normaliser toutes les variables par le même facteur sans affecter la calibration des paramètres de cette fonction. Nous choisissons de normaliser toutes les variables par la valeur de $4160 \times EMP$, soit $4160 \times 149.385451 = 621443.48$. Cette normalisation permet d’exprimer EMP comme la fraction de la quantité totale de travail potentiellement utilisable par les entreprises, qui est effectivement utilisée par celles-ci.

Après normalisation, K , L et D sont données par,

$$K = \frac{KZ}{4160 \times EMP} = \frac{3169954.02}{4160 \times 149.385451} = 5.10095$$

$$L = \frac{YWH}{4160 \times EMP} = \frac{254851.89}{4160 \times 149.385451} = 0.41010$$

$$D = \frac{ENERZ}{4160 \times EMP} = \frac{490363.72}{4160 \times 149.385451} = 0.78907$$

Les prix du capital, r , du travail, w et de l’énergie, p_D peuvent alors être calculés comme suit,

$$r = \frac{REMK}{K}$$

$$w = \frac{REML}{L}$$

$$p_D = \frac{ENER}{D}$$

Cependant afin que la valeur de w soit cohérente avec les w^j précédemment calculés pour les ménages, nous devons définir w comme le salaire d'un travailleur représentatif. Il convient donc de diviser $REML$ par EMP . Comme la calibration des paramètres utilise des prix relatifs, cette normalisation sera sans effet sur la calibration des paramètres de la fonction de production, à condition que celle-ci soit appliquée aux prix de tous les facteurs de production. Nous avons donc finalement,

$$r = \frac{REMK}{K \times EMP} = \frac{3217350.28}{5.10095 \times 149.385451} = 4222.20$$

$$w = \frac{REML}{L \times EMP} = \frac{6209832.79}{0.41010 \times 149.385451} = 101364.38$$

$$p_D = \frac{ENER}{D \times EMP} = \frac{565972.96}{0.78907 \times 149.385451} = 4801.43$$

Les données observées relatives à O , Γ , p et p_Γ

Dans le cas de la fonction de production à rendements constants à l'échelle que nous utilisons ici, la relation suivante est nécessairement vérifiée,

$$O = O_K K + O_L L + O_D D.$$

Par ailleurs, les conditions de premier ordre correspondant au programme d'optimisation du producteur impliquent,

$$\mathbf{O}_K = \frac{r}{p_O}$$

$$\mathbf{O}_L = \frac{w}{p_O}$$

$$\mathbf{O}_D = \frac{p_D}{p_O}$$

et donc,²⁸

$$\begin{aligned} p_O O &= rK + wL + p_D D \\ &= 4222.20 \times 5.10095 + 101364.38 \times 0.41010 + 4801.43 \times 0.78907 \\ &= 66895.11 \end{aligned}$$

p_O peut être calculé à l'aide de l'indice de prix suivant,

$$\begin{aligned} p_O &= rS_K + wS_L + p_D S_D \\ &= 4222.20 \times 0.32196 + 101364.38 \times 0.62141 + 4801.43 \times 0.05664 \\ &= 64619.98 \end{aligned}$$

où,

$$S_K = \frac{rK}{C}, \quad S_L = \frac{wL}{C}, \quad S_D = \frac{p_D D}{C}, \quad \text{avec } C \equiv rK + wL + p_D D$$

De manière similaire nous avons,

$$\begin{aligned} p_\Gamma &= rW_K + p_D W_D \\ &= 4222.20 \times 0.85040 + 4801.43 \times 0.1496 \\ &= 4308.85 \end{aligned}$$

où,

²⁸Remarque : $p_O O$ est aussi donné par la relation $(REMK + REML + ENER) / EMP$.

$$W_K = \frac{rK}{C_{KD}}, \quad W_D = \frac{p_D D}{C_{KD}}, \quad \text{avec } C_{KD} \equiv rK + p_D D$$

O et Γ sont alors respectivement donnés par,

$$O = \frac{C}{p_O} = \frac{66895.11}{64619.98} = 1.03521$$

$$\Gamma = \frac{C_{KD}}{p_\Gamma} = \frac{25325.92}{4308.85} = 5.88$$

Calibration de δ , et σ

La fonction de production est de forme CES et est séparable en (K, D) et L ,

$$O = \mathbf{O}(K, L, D) = B \left[\beta \Gamma^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\beta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \quad (19)$$

avec,

$$\Gamma = A \left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1-\alpha) D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}} \quad (20)$$

Les fonctions de coût unitaire duales correspondant aux fonctions de production ci-dessus sont respectivement données par,

$$p = \frac{C}{O} = B^{-1} \left[\beta^\sigma p_\Gamma^{1-\sigma} + (1-\beta)^\sigma w^{1-\sigma} \right]^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

$$p_\Gamma = A^{-1} \left[\alpha^\delta r^{1-\delta} + (1-\alpha)^\delta p_D^{1-\delta} \right]^{\frac{1}{1-\delta}}$$

Nous avons,

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial p_\Gamma} \frac{\partial p_\Gamma}{\partial r} = A^{\delta-1} B^{\sigma-1} \alpha^\delta r^{-\delta} \beta^\sigma p_\Gamma^{\delta-\sigma} p^\sigma$$

$$\frac{\partial p}{\partial p_D} = \frac{\partial p}{\partial p_\Gamma} \frac{\partial p_\Gamma}{\partial p_D} = A^{\delta-1} B^{\sigma-1} (1-\alpha)^\delta p_D^{-\delta} \beta^\sigma p_\Gamma^{\delta-\sigma} p^\sigma$$

$$\frac{\partial p}{\partial w} = B^{\sigma-1} (1-\beta)^\sigma w^{-\sigma} p^\sigma$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial p_D} = A^{2\delta-2} B^{\sigma-1} \beta^\sigma \alpha^\delta r^{-\delta} (1-\alpha)^\delta p_D^{-\delta} p_\Gamma^{2\delta-\sigma} [B^{\sigma-1} \sigma \beta^\sigma p^{\sigma-1} p_\Gamma^{-\sigma} + (\delta-\sigma) p_\Gamma^{-1}] p^\sigma$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial w} = A^{\delta-1} B^{2\sigma-2} \sigma \alpha^\delta r^{-\delta} \beta^\sigma p_\Gamma^{\delta-\sigma} (1-\beta)^\sigma w^{-\sigma} p^{2\sigma-1}$$

L'élasticité de substitution d'Allen entre K et D est donc donnée par,

$$\begin{aligned} \sigma_{KD} &\equiv \frac{p \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial p_D} \right)}{\left(\frac{\partial p}{\partial r} \right) \left(\frac{\partial p}{\partial p_D} \right)} \\ &= \frac{\beta^\sigma p_\Gamma^{1-\sigma} + (1-\beta)^\sigma w^{1-\sigma}}{\beta^\sigma p_\Gamma^{1-\sigma}} \delta + \frac{(1-\beta)^\sigma w^{1-\sigma}}{\beta^\sigma p_\Gamma^{1-\sigma}} \sigma \\ &= \frac{1}{S_\Gamma} \delta + \left(1 - \frac{1}{S_\Gamma} \right) \sigma \end{aligned} \quad (21)$$

où,

$$S_\Gamma \equiv \frac{\partial \ln p}{\partial \ln p_\Gamma} = \frac{p_\Gamma \Gamma}{C} = \frac{25325.92}{66895.11} = 0.37859 \quad (22)$$

De même, les élasticités de substitution d'Allen entre K et L d'une part, et entre L et D d'autre part, sont respectivement données par,

$$\sigma_{KL} \equiv \frac{p(\partial^2 p / \partial r \partial w)}{(\partial p / \partial r)(\partial p / \partial w)} = \sigma$$

$$\sigma_{LD} \equiv \frac{p(\partial^2 p / \partial w \partial p_D)}{(\partial p / \partial w)(\partial p / \partial p_D)} = \sigma$$

Il est possible de trouver de nombreuses estimations de σ dans la littérature. Elles ne sont évidemment pas toutes les mêmes mais elles sont souvent très proches de 0.8. C'est donc la valeur que nous retiendrons ici pour σ .

Il y a moins de consensus sur la valeur de σ_{KD} mais il est souvent considéré que K et D sont faiblement complémentaires à court terme et substituables à long terme. Nous retiendrons ici la valeur $\sigma_{KD} = -0.2$. La relation (21) nous donne alors,

$$\begin{aligned} \delta &= S_\Gamma \sigma_{KD} - (S_\Gamma - 1) \sigma \\ &= 0.37859 \times (-0.2) - (0.37859 - 1) \times 0.8 \\ &= 0.42141 \end{aligned}$$

Calibration de α , β et A

D'après les relations (10), (11) et (12), les conditions de premier ordre correspondant à la maximisation du profit sous contrainte technologique impliquent les relations suivantes :

$$\frac{r}{p_D} = \frac{O_K}{O_D} = \frac{\alpha K^{-\frac{1}{\delta}}}{(1-\alpha)D^{-\frac{1}{\delta}}} \quad (23)$$

$$\frac{w}{p_D} = \frac{O_L}{O_D} = \frac{(1-\beta)L^{-\frac{1}{\sigma}}}{(1-\alpha)\beta A^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} D^{-\frac{1}{\delta}} \left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1-\alpha)D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\sigma-\delta}{\sigma(\delta-1)}}} \quad (24)$$

Pour des valeurs de A et B données, ces deux dernières relations permettent de calculer α et β . Pour le calcul de A et B , nous pouvons utiliser les relations (19) et (20). Finalement, α , β , A et B peuvent être obtenus comme la solution numérique du système formé des 4 équations (19), (20), (23) et (24).

Un moyen équivalent de calculer α , β , A et B est le suivant.

Le comportement du producteur peut être décrit comme une procédure en 2 étapes.

Dans la première étape le producteur détermine le niveau optimal de Γ et L en minimisant le coût total,

$$p_\Gamma \Gamma + wL,$$

sous la contrainte (19).

La condition de premier ordre correspondant à ce problème est,

$$\frac{1-\beta}{\beta} \left(\frac{L}{\Gamma} \right)^{-\frac{1}{\sigma}} = \frac{w}{p_\Gamma}. \quad (25)$$

β est donc donné par la relation,

$$\begin{aligned}
\beta &= \frac{p_{\Gamma} \Gamma^{\frac{1}{\sigma}}}{wL^{\frac{1}{\sigma}} + p_{\Gamma} \Gamma^{\frac{1}{\sigma}}} \\
&= \frac{4308.85 \times 5.88^{\frac{1}{0.8}}}{101364.38 \times 0.41010^{\frac{1}{0.8}} + 4308.85 \times 5.88^{\frac{1}{0.8}}} \\
&= 0.5424224
\end{aligned}$$

Dans la seconde étape le producteur doit répartir le niveau optimal de Γ entre K et L en minimisant,

$$rK + p_D D,$$

sous la contrainte (20).

La condition de premier ordre correspondant à ce problème est,

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} \left(\frac{D}{K} \right)^{-\frac{1}{\sigma}} = \frac{p_D}{r} \quad (26)$$

α est donc donné par la relation,

$$\begin{aligned}
\alpha &= \frac{rK^{\frac{1}{\sigma}}}{p_D D^{\frac{1}{\sigma}} + rK^{\frac{1}{\sigma}}} \\
&= \frac{4222.20 \times 5.10095^{\frac{1}{0.42141}}}{4801.43 \times 0.78907^{\frac{1}{0.42141}} + 4222.20 \times 5.10095^{\frac{1}{0.42141}}} \\
&= 0.9866160
\end{aligned}$$

Les relations (19) et (20), permettent alors de déterminer A et B de la façon suivante,

$$\begin{aligned}
A &= \frac{\Gamma}{\left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1-\alpha) D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}}} \\
&= \frac{5.88}{\left[0.986616 \times 5.10095^{\frac{0.42141-1}{0.42141}} + (1-0.986616) \times 0.78907^{\frac{0.42141-1}{0.42141}} \right]^{\frac{0.42141}{0.42141-1}}} \\
&= 1.2839466
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{O}{\left[\beta \Gamma^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\beta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}} \\
&= \frac{1.03521}{\left[0.5424224 \times 5.88^{\frac{0.8-1}{0.8}} + (1-0.5424224) \times 0.41010^{\frac{0.8-1}{0.8}} \right]^{\frac{0.8}{0.8-1}}} \\
&= 0.7421492
\end{aligned}$$

Les données relatives à w , n^j , w^j

Les données utilisées pour la calibration des fonctions d'utilité CES nous ont donné les valeurs suivantes des w^j (cf. tableau 4),

$$w^1 = 1.354433$$

$$w^2 = 0.913236$$

$$w^3 = 0.724468$$

$$w^4 = 0.900270$$

Les relations suivantes lient les n^j et w^j ,

$$n^j = w^j / w \quad (j = 1, 2, 3, 4)$$

nous obtenons,

$$n^1 = \frac{1.354433}{1.0136438} = 1.336202$$

$$n^2 = \frac{0.913236}{1.0136438} = 0.900944$$

$$n^3 = \frac{0.724468}{1.0136438} = 0.714716$$

$$n^4 = \frac{0.900270}{1.0136438} = 0.888152$$

Résumé des données et résultats de la calibration

Le tableau 11 résume l'essentiel des données utilisées et les résultats de la calibration. Rappelons que les valeurs de α et β dépendent du choix de ρ et ω . Toute modification des paramètres d'élasticité des fonctions d'utilité oblige donc à recalculer α et β .

3.2.2 Les données et la calibration des paramètres : le cas de la France

Nous utilisons dans le cas français la même source de données que dans le cas des USA. Rappelons que ces données proviennent de la base de données EUKLEMS qui est accessible sur le site: <http://www.euklems.net/>. La méthodologie est en tout point similaire à celle que nous avons utilisée dans le cas des USA. Il n'y a donc pas lieu de répéter le détail des calculs effectués pour calibrer les paramètres de la fonction de production. Nous nous bornerons donc ici à donner la valeur de toutes les variables extraites de la base EUKLEMS dont nous nous servons pour effectuer le calcul et les résultats que nous obtenons pour la calibration des paramètres.

		Type 2	Type 3	Type 4
--	--	--------	--------	--------

	Type 1			
π	35.18%	28.90%	28.86%	7.06%
$I = wL$	68711,854	40147,156	31887,366	44111,023
px	51134	34742	29155	37498
qy	3051	2612	2520	3100
n	1.33620	0.90094	0.71472	0.88815
L	0.50731	0.43961	0.44015	0.48998
t	28%	15%	15%	15%
G	9797	2195	2280	2363
M	-5085	1035	2290	741
a	0.999972	0.999934	0.999889	0.999906
b	0.532012	0.399702	0.394383	0.467470
	$p_o = 64619.98$	$K = 5.10095$ $w = 101364.38$	$L = 0.41010$ $r = 4222.20$	$D = 0.78907$ $p_D = 4801.43$
	$p = 1$	$q = 1$	$\sigma = 0.8$	$\delta = 0.42141$
	$\rho = 0.6649$	$\omega = 0.2623$	$\alpha = 0.98662$	$\beta = 0.54242$
	$A = 1.28395$	$B = 0.74215$		

Tableau 11 : Données et résultats de la calibration : cas des USA

Les rémunérations des facteurs de production sont respectivement données par,

$$REMK = 516808.824811135$$

$$REML = 1022798.17518887$$

$$ENER = 132343.506229175$$

Les données sur l'emploi, sur le nombre de personnes employées (EMP), et sur le nombre d'heures de travail effectuées par ces personnes, (YWH) sont les suivantes,

$$EMP = 25.0882$$

$$YWH = 38879.9$$

Les quantités d'énergie et de capital calculées sur la base des indices de volume (1995=100) contenus dans la base EUKLEMS sont données par,

$$ENERZ = 78069.675652$$

$$KZ = 463748.351653$$

En appliquant exactement la même méthode que celle qui a été développée pour les USA, les quantités d'inputs K , L et D utilisées pour la calibration sont données par,

$$K = 4.916149$$

$$L = 0.412162$$

$$D = 0.827609$$

Les prix respectifs de ces inputs sont alors donnés par,

$$r = 4190.206060$$

$$w = 98912.799241$$

$$p_D = 6373.939375$$

La méthode de calibration utilisée pour les USA donne alors les valeurs suivantes des paramètres de la fonction de production,²⁹

²⁹Nous conservons les valeurs des paramètres d'élasticités utilisées pour les USA soit, $\sigma = 0.8$ et $\sigma_{KD} = -0.2$

$$\delta = 0.411740$$

$$\alpha = 0.980312$$

$$\beta = 0.549052$$

$$A = 1.313486$$

$$B = 0.766262$$

Enfin compte tenu de la valeur de w donnée plus haut, les productivités des différentes catégories d'individus sont données par,

$$n^1 = 0.695608$$

$$n^2 = 0.426431$$

$$n^3 = 0.288942$$

$$n^4 = 0.293528$$

A partir de l'ensemble des calculs effectués dans les sections précédentes, on peut compléter le tableau 12 qui résume les données utilisées et les résultats de la calibration pour le cas français.³⁰

	Cadres (Type 1)	Prof. inter. (Type 2)	Employés (Type 3)	Ouvriers (Type 4)
π	16.89 %	25.84 %	32.16 %	25.12 %
I	36208	19561	11896	13247
px	39050	29050	22435	22130
qy	2775	2651	2064	2351
	0.695608	0.426431	0.288942	0.293528

³⁰Ce tableau a une structure identique à celui qui a été donné dans le cas des USA ; les tableaux pour la France et pour les USA se prêtent donc à une comparaison directe.

n				
L	0.05262	0.04637	0.04162	0.04562
t	14.0 %	5.5 %	0.0 %	0.0 %
G	980	220	228	236
M	9706	12997	12375	10998
a	0.99997	0.99993	0.99993	0.99987
b	0.81008	0.77374	0.74009	0.75537
		$K = 4.91615$	$L = 0.41216$	$D = 0.82761$
	$p_o = 62308.63$	$w = 98912.80$	$r = 4190.21$	$p_D = 6373.94$
	$p = 1$	$q = 1.26452$	$\sigma = 0.8$	$\delta = 0.41174$
	$\rho = 0.66490$	$\omega = 0.26892$	$\alpha = 0.98031$	$\beta = 0.54905$
	$A = 1.31348$	$B = 0.76626$		

Tableau 12 : Données et résultats de la calibration : cas de la France

4 Résultats des simulations numériques

En utilisant les valeurs des paramètres données dans les tableaux 11 et 12, il est possible de résoudre le problème de maximisation sous contraintes d'inégalités décrit en section 2. Nous avons réalisé cet exercice dans de nombreuses configurations des paramètres ou variables exogènes du modèle. Nous avons donc de nombreux résultats pour différents contextes et scénarios. Premièrement nous étudions le cas de deux pays, la France et les Etats Unis. Pour chacun de ces deux pays nous étudions 2 niveaux d'externalité correspondant respectivement à une taxe pigouvienne de 10% et de 50%. Dans tous les cas, nous calculons la taxe optimale sur l'énergie (qui peut être négative, ce qui revient à avoir une subvention) en résolvant

numériquement la version calibrée du modèle. Cet exercice est réalisé pour différents niveaux du prix mondial de l'énergie (p_D). Le prix de référence est normalisé à 1 et nous considérons des hausses de prix allant jusqu'à 2, ce qui correspond à un choc de 100% sur le prix de l'énergie. Qualitativement parlant, les résultats sont très peu sensibles au niveau d'externalité considéré et varient également très peu d'un pays à l'autre. C'est pourquoi nous choisissons de présenter et d'examiner en détail les résultats pour un scénario qui peut être considéré comme "représentatif" de l'ensemble des résultats obtenus. Ce scénario représentatif correspond au cas des USA avec une externalité élevée (taxe pigouvienne de 50%). Les autres scénarios sont également évoqués chaque fois que cela permet de faire émerger un résultat complémentaire intéressant ou encore pour montrer la robustesse des résultats obtenus. Nous mettons principalement l'accent sur les résultats numériques. Cependant, nous donnons également quelques expressions analytiques qui sont utiles pour comprendre la structure des taxes énergétiques³¹. Parmi celles-ci, celles qui figurent en annexe ne sont pas indispensables à la compréhension des résultats numériques, mais elles permettent de mieux comprendre certaines intuitions.

4.1 Résultats des simulations basées sur les données américaines

Les résultats présentés en annexe montrent que deux effets sont en jeu. Le premier est de nature pigouvienne. Afin d'inciter les agents à prendre en compte les dommages sociaux résultants des émissions de

³¹On trouvera en annexe le texte intégral d'un document de recherche présentant le modèle théorique et les résultats obtenus dans le cas des USA. Ce document fera l'objet d'une présentation à la conférence annuelle de l'ASSET qui se tiendra à Evora au Portugal les 27 et 29 octobre 2011.

polluants, on veut imposer une taxe sur l'énergie. Dans le cas des inputs énergétiques c'est le seul effet qu'il convient de prendre en compte pour déterminer le niveau de la taxe. Dans le cas des biens de consommation finale énergétiques, un autre effet entre en jeu, à savoir l'impact redistributif de la taxe. En effet, la part des dépenses énergétiques dans le budget de consommation des ménages tend à diminuer avec leur revenu ; les ménages à bas revenus sont donc davantage affectés par une taxe sur l'énergie que les ménages à hauts revenus. Pour cette raison il peut être utile de subventionner la consommation d'énergie pour compenser ce biais régressif de la taxe (qui est renforcé dans le contexte d'une hausse des prix de l'énergie). Il est vrai que l'impôt sur le revenu, s'il est bien conçu, doit pouvoir atténuer ce biais régressif, mais dans un monde d'information asymétrique (où des taxes forfaitaires de premier rang ne sont pas disponibles), il ne permet pas de l'éliminer complètement (du moins dans le cas où les ménages ont des préférences hétérogènes pour les biens comme dans notre modèle)³². Le niveau optimal de la taxe résulte donc de l'importance respective de deux forces contraires. L'une va dans le sens d'un renforcement de la taxe (pour limiter les dommages environnementaux), l'autre dans le sens d'une diminution de cette taxe (pour corriger le biais régressif de la taxe).

4.1.1 Résultats des simulations numériques avec $\varphi = 0.24$

Dans ce qui suit, nous examinons successivement les deux effets précédemment cités. Dans un premier temps nous supposons que le dommage marginal social (coût des émissions polluantes) correspond à une taxe pigouvienne de 50% ($\varphi = 0.24$).

³²On trouvera davantage de détail sur cette question dans Cremer et al. (1998), (2003) et (2010).

Nous montrons dans l'annexe que la taxe pigouvienne sur l'énergie, mesuré en unités du bien numéraire, est donnée par,

$$\tau^{pig} = \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(p, q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \frac{\varphi}{\mu}. \quad (27)$$

Cette taxe est égale au dommage social marginal engendré par les émissions de polluants. Comme nous l'avons dit plus haut, c'est la taxe optimale pour l'énergie utilisée par les entreprises comme facteur de production. Observons que cette expression ne dépend pas (directement) du prix international de l'énergie, p_D .³³ Ceci explique les résultats reportés dans la sixième colonne du tableau. En effet la taxe pigouvienne, τ^{pig} , n'est pas totalement indépendante de p_D (à cause des effets indirects d'une variation de p_D sur les autres variables du modèle), mais elle est cependant très peu sensible aux variations de ce prix. Dans la dernière colonne nous reportons la taxe pigouvienne exprimée en pourcentage du prix international de l'énergie, τ^{pig} / p_D . Bien sûr, compte tenu de ce qui vient d'être dit, le taux de taxe ainsi calculé baisse quand p_D augmente.

p_D	q^{pig}	q	$q - p_D$	$q - q^{pig}$	τ^{pig}	$\frac{q - p_D}{p_D}$	$\frac{q - q^{pig}}{p_D}$	τ^{pig} / p_D
1.0	1.4823	1.3359	0.3359	-0.1464	0.4823	33.59 %	-14.64%	48,23%
1.1	1.5769	1.4210	0.3210	-0.1559	0.4769	29.19 %	-14.17%	43,35%

³³L'équation (27) est une expression implicite. Une variation de p_D va nécessairement affecter les variables figurant dans le membre de droite de cette équation et donc affecter τ^{pig} . Il ne s'agit là cependant que d'effets de second ordre. Le coût des émissions de polluants, qui est le principal déterminant du dommage marginal social, est indépendant de p_D .

1.2	1.6718	1.5064	0.3064	-0.1654	0.4718	25.53 %	-13.78%	39,32%
1.3	1.7668	1.5920	0.2920	-0.1748	0.4668	22.46 %	-13.45%	35,91%
1.4	1.8622	1.6777	0.2777	-0.1845	0.4622	19.84 %	-13.18%	33,01%
1.5	1.9577	1.7637	0.2637	-0.1940	0.4577	17.58 %	-12.93%	30,51%
1.6	2.0534	1.8499	0.2499	-0.2035	0.4534	15.62 %	-12.72%	28,34%
1.7	2.1493	1.9362	0.2362	-0.2131	0.4493	13.89 %	-12.54%	26,43%
1.8	2.2454	2.0226	0.2226	-0.2228	0.4454	12.37 %	-12.38%	24,74%
1.9	2.3416	2.1092	0.2092	-0.2324	0.4416	11.01 %	-12.23%	23,24%
2.0	2.4380	2.1960	0.1960	-0.2420	0.4380	9.80 %	-12.10%	21,90%

Tableau 13 : Résultats dans le cas des USA avec $\varphi = 0.24$

Comme nous l'avons dit plus haut, les dommages environnementaux n'entrent pas seuls en considération dans le calcul de la taxe optimale sur l'énergie consommée par les ménages. L'impact redistributif de la taxe doit également être pris en compte. Deux effets entrent donc en jeu. Nous appellerons dans ce qui suit le premier effet, "*effet pigouvien*", et le second effet, "*effet redistributif*". Nous savons que ces deux effets jouent de manière opposée sur la taxe optimale. Notre but étant de connaître l'impact d'une variation du prix international de l'énergie sur la taxe optimale, il est donc essentiel de voir comment ces deux effets évoluent lorsque le prix international de l'énergie augmente.

A cette fin, définissons tout d'abord le "*prix pigouvien*" de l'énergie consommée par les ménages. En suivant Cremer *et al.* (1998), celui-ci est donné par,

$$q^{pig} = p_D + \tau^{pig}, \quad (28)$$

où τ^{pig} est défini par (27).³⁴ Nous montrons dans l'annexe que la taxe optimale sur l'énergie est déterminée par la relation,

$$q = q^{pig} + \frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \left\{ \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{w_n^k}; \theta^k \right) \left[\mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^k \right) \right] \right\}}{\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \tilde{\mathbf{y}}_q \left(q, c^j; \theta^j \right)}.$$

Cette expression montre la présence du terme redistributif (deuxième terme du membre de droite). Analytiquement elle est très complexe, mais sa résolution numérique pour notre modèle calibré est très informative. Sa valeur en fonction du prix mondial de l'énergie, $q - q^{pig}$, est donnée dans la cinquième colonne du tableau 13.

Finalement on peut faire la décomposition suivante du taux de taxe sur l'énergie,

$$\begin{aligned} \frac{q - p_D}{p_D} &= \frac{(q - q^{pig}) + (q^{pig} - p_D)}{p_D} \\ &= \frac{q - q^{pig}}{p_D} + \frac{\tau^{pig}}{p_D}. \end{aligned}$$

Les valeurs numériques des différents termes qui apparaissent dans cette expression sont données dans le tableau pour les différentes valeurs de p_D que nous avons étudiées.

³⁴Il s'agit de nouveau d'une expression implicite. Fixer la taxe à son niveau Pigouvien affecte toutes les autres taxes et l'allocation d'équilibre dans son ensemble. Pour traiter cette difficulté de façon cohérente dans les calculs numériques, nous déterminons la valeur de la taxe Pigouviennne en résolvant notre problème général auquel nous rajoutons (28) comme contrainte.

4.1.2 Interprétation des résultats : subvention implicite

En l'absence de considérations redistributives, la taxe sur l'énergie devrait être pigouvienne. La différence entre taxe Pigouvienne et taxe optimale représente donc une "*subvention implicite*" qui est nécessaire quand les individus ont des préférences et des productivités hétérogènes. Le Tableau 14, donne le prix optimal de l'énergie, q , en l'absence d'externalité ($\varphi = 0$), c'est-à-dire dans le cas où la taxe pigouvienne est égale à zéro.

Rappelons que ce prix est calculé pour différents niveaux du prix mondial de l'énergie (p_D). Le prix de référence est normalisé à un, un prix de 2 correspond donc à un choc de 100% sur le prix de l'énergie importée. La différence entre $p_D = q^{pig}$ et q représente la subvention implicite sur l'énergie. La valeur de cette subvention calculée à l'aide de notre modèle est donnée dans le tableau 14, la dernière colonne de ce tableau exprime cette subvention en pourcentage de p_D . La figure 1 ci-dessous permet de comparer l'évolution de cette subvention (dénommée "*subsidy*") avec l'évolution du prix pigouvien égal ici au prix international de l'énergie (dénommé "*market price*") et l'évolution du prix optimal de l'énergie (dénommé "*optimal price*").

Dans le cas présent, aucune externalité n'est en jeu puisque $\varphi = 0$. La subvention implicite n'est donc accordée aux consommateurs finaux que pour des raisons purement redistributives. On constate dans le tableau 14 que cette subvention est (approximativement) égale à 10% de p_D , quelle que soit la valeur de p_D . En d'autres termes, la subvention redistributive n'augmente pas significativement à mesure que le prix mondial de l'énergie augmente. Bien au contraire son

pourcentage reste à peu près constant. En conséquence, on constate qu'une augmentation exogène du prix de l'énergie (due à un choc pétrolier par exemple) n'est *pas* compensée par une augmentation de la subvention implicite ; voir aussi la figure 1. Il en résulte, qu'en l'absence d'effet externe, le prix de l'énergie payé par les ménages augmente (approximativement) au même taux que le prix mondial.

p_D	q	$p_D - q$	$\frac{p_D - q}{p_D} = \frac{q^{pig} - q}{q^{pig}}$
1.0	0.8993	0.1007	10.07 %
1.1	0.9892	0.1108	10.07 %
1.2	1.0791	0.1209	10.07 %
1.3	1.1690	0.1310	10.07 %
1.4	1.2589	0.1411	10.08 %
1.5	1.3488	0.1512	10.08 %
1.6	1.4387	0.1613	10.08 %
1.7	1.5287	0.1713	10.08 %
1.8	1.6186	0.1814	10.08 %
1.9	1.7085	0.1915	10.08 %
2.0	1.7984	0.2016	10.08 %

Tableau 14 : Subvention implicite, cas des USA avec $\phi = 0$

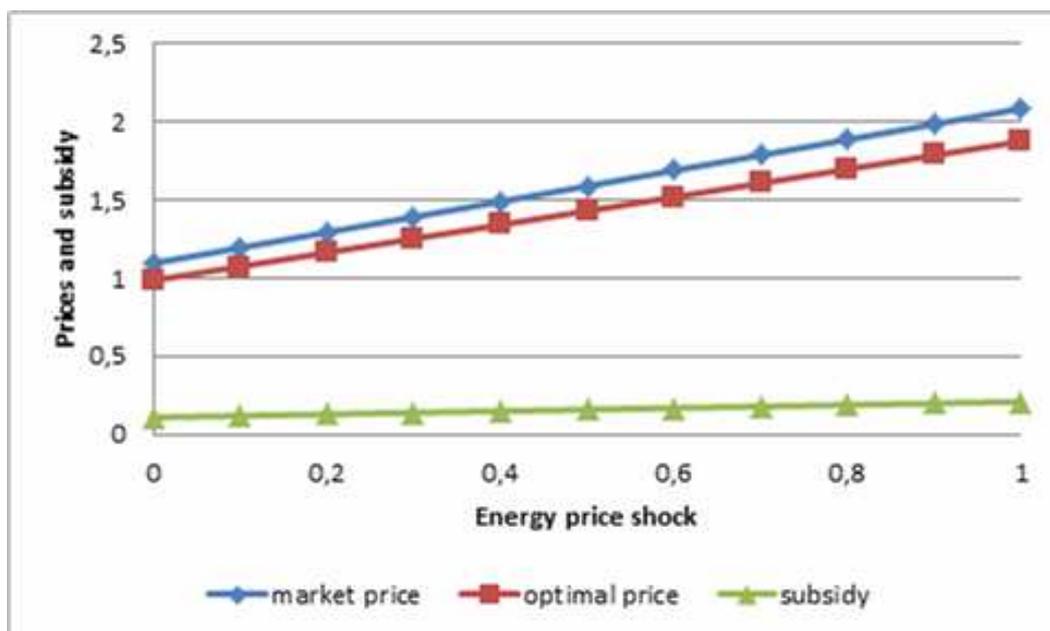


Figure 1: Prix et subvention pour $\phi = 0$

Revenons maintenant au cas d'une externalité positive en considérant comme précédemment le cas où $\phi = 0.24$. La subvention implicite est maintenant donnée par $q^{pig} - q$, c'est à dire par l'écart entre le prix payé par les ménages et le prix pigouvien. Le tableau 15 ci-dessous montre que le taux de subvention implicite, exprimé comme précédemment en pourcentage du prix hors subvention, $(q^{pig} - q) / q^{pig}$, est très proche de 10% quelle que soit la valeur de p_D . Ce taux est donc quasiment identique à celui que nous avons plus haut avec $\phi = 0$. Nous en concluons que l'effet externe n'affecte pas le profil de la subvention implicite. La figure 2 ci-dessous permet d'observer graphiquement ce résultat.

--	--	--	--	--

P_D	q^{pig}	q	$q^{pig} - q$	$\frac{q^{pig} - q}{q^{pig}}$
1.0	1.4823	1.3359	-0.1464	9.88%
1.1	1.5769	1.4210	-0.1559	9.88%
1.2	1.6718	1.5064	-0.1654	9.89%
1.3	1.7668	1.5920	-0.1748	9.90%
1.4	1.8622	1.6777	-0.1845	9.90%
1.5	1.9577	1.7637	-0.1940	9.91%
1.6	2.0534	1.8499	-0.2035	9.91%
1.7	2.1493	1.9362	-0.2131	9.92%
1.8	2.2454	2.0226	-0.2228	9.92%
1.9	2.3416	2.1092	-0.2324	9.92%
2.0	2.4380	2.1960	-0.2420	9.93%

Tableau 15 : Subvention implicite, cas des USA avec $\phi = 0.24$

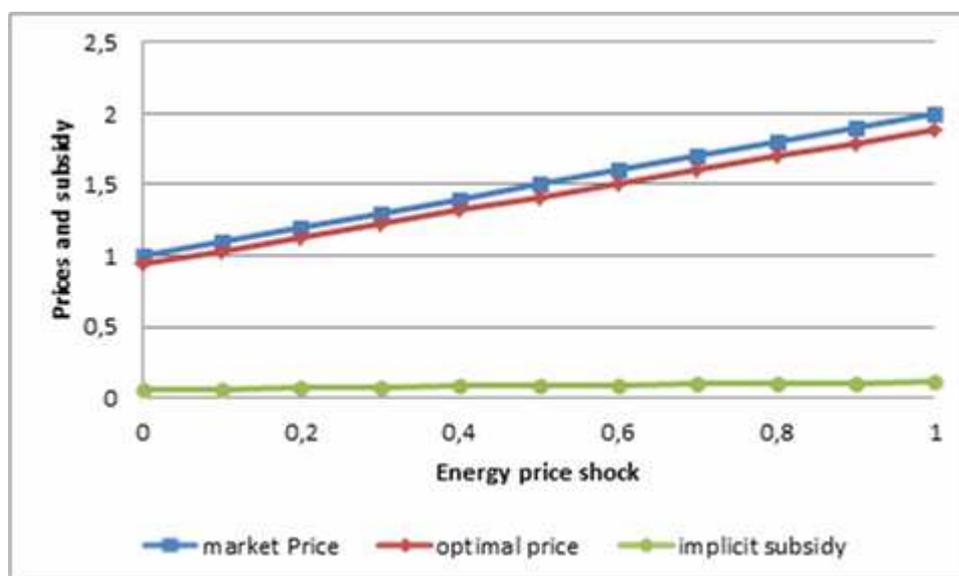


Figure 2: Prix et subvention pour $\phi = 0.17$

4.1.3 Interprétation des résultats : compléments

Le tableau 13 nous permet de mettre en lumière d'autres résultats très intéressants. Premièrement, le prix payé par les ménages, q , augmente beaucoup moins rapidement que le prix mondial de l'énergie, p_D . Une hausse de 100% de p_D entraîne une hausse de 64% seulement de q . En conséquence, nous obtenons bien le résultat que la taxe est utilisée pour amortir l'effet du choc énergétique sur les ménages. Deuxièmement, la taxe sur l'énergie exprimée en différence entre le prix optimal de l'énergie et le prix à l'importation, c'est à dire la taxe unitaire, décroît beaucoup moins vite que la taxe exprimée en pourcentage du prix à l'importation. Dans le cas des USA, avec une externalité forte ($\varphi = 0.24$) la taxe unitaire baisse de 41% lorsque le prix à l'importation de l'énergie est multiplié par deux alors que cette même augmentation du prix à l'importation de l'énergie divise la taxe exprimée en pourcentage par 3.5 environ. Troisièmement, l'élément clé qui explique l'ajustement du prix des ménages est la baisse (du taux) de la taxe pigouvienne, qui en utilisant (27), peut être exprimée comme,

$$\frac{\tau^{pig}}{p_D} = \frac{q^{pig} - p_D}{p_D} = \frac{(p_D + \phi' / \mu) - p_D}{p_D} = \frac{\phi' / \mu}{p_D},$$

où,

$$\phi' = \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(p, q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \varphi$$

ne dépend pas (directement) de p_D . En conséquence, le dommage marginal social, ϕ' / μ , ne dépend pas directement de p_D , et le *taux* de la taxe pigouvienne baisse donc tout naturellement à mesure que p_D

augmente. Rappelons aussi que, dans le cas sans externalité, cet effet ne joue pas, et du coup, le prix de l'énergie consommée par les ménages augmente au même taux que le prix mondial.

En résumé, ces résultats supportent l'argument que les taxes sur l'énergie doivent être utilisées pour amortir l'impact d'un choc énergétique. Cependant, ce résultat ne s'explique pas par des considérations redistributives. Plus précisément, si la redistribution affecte la fiscalité de l'énergie, son impact reste plus ou moins constant à mesure que le prix mondial augmente. L'élément crucial est la baisse purement arithmétique du *taux* de la taxe pigouvienne (on divise un dommage marginal constant par un prix mondial en augmentation). Peu importe la raison, en fin de compte on obtient donc que les taxes doivent être ajustées, de façon à ce que les ménages ne subissent pas la totalité du choc énergétique. On peut d'ailleurs constater que les entreprises bénéficient du même type d'amortissement. La taxe sur les inputs énergétiques est purement pigouvienne et son taux baisse donc forcément à mesure que p_D augmente.

4.1.4 Résultats des simulations numériques avec $\varphi = 0.05$

Jusqu'à présent nous avons mis l'accent sur le cas où le dommage marginal social implique une taxe pigouvienne de l'ordre de 50%³⁵. Nous avons également analysé les résultats obtenus lorsque l'effet externe est totalement absent ($\varphi = 0$). Afin de vérifier la cohérence des résultats, nous considérons maintenant un cas intermédiaire, à savoir

³⁵La taxe est ici calculée pour un prix international de l'énergie égal à un (scénario de base). Cette précision est utile puisque, comme nous l'avons montré plus haut (voir tableau 13), la taxe pigouvienne, τ^{pig} , décroît avec le niveau de p_D .

$\varphi = 0.05$ ³⁶. Les résultats numériques correspondants sont donnés dans le tableau 16 et représentés sous forme graphique dans la figure 3.

p_D	q^{pig}	q	$q - p_D$	$q - q^{pig}$	τ^{pig}	$\frac{q - p_D}{p_D}$	$\frac{q - q^{pig}}{p_D}$	$\frac{\tau^{pig}}{p_D}$
1.0	1.0963	0.9865	-0.0135	-0.1098	0.0963	-1.35 %	-10.98%	9.63%
1.1	1.1949	1.0751	-0.0249	-0.1198	0.0863	-2.26 %	-10.89%	8.63%
1.2	1.2936	1.1639	-0.0361	-0.1297	0.0780	-3.01 %	-10.81%	7.80%
1.3	1.3924	1.2527	-0.0473	-0.1397	0.0711	-3.64 %	-10.75%	7.11%
1.4	1.4913	1.3416	-0.0584	-0.1497	0.0652	-4.17 %	-10.69%	6.52%
1.5	1.5902	1.4306	-0.0694	-0.1596	0.0601	-4.63 %	-10.64%	6.01%
1.6	1.6892	1.5196	-0.0804	-0.1696	0.0558	-5.03 %	-10.60%	5.58%
1.7	1.7882	1.6087	-0.0913	-0.1795	0.0519	-5.37 %	-10.56%	5.19%
1.8	1.8873	1.6978	-0.1022	-0.1895	0.0485	-5.68 %	-10.53%	4.85%
1.9	1.9865	1.7869	-0.1131	-0.1996	0.0455	-5.95 %	-10.51%	4.55%
2.0	2.0856	1.8761	-0.1239	-0.2095	0.0428	-6.19 %	-10.48%	4.28%

Tableau 16 : Résultats dans le cas des USA avec $\varphi = 0.05$

Ces résultats confirment la propriété précédemment énoncée selon laquelle la subvention implicite ne dépend ni de p_D ni de φ . Quelles que soient les valeurs prises par ces deux variables elle reste voisine de 10% comme le montre les résultats reportés dans le tableau 17.

³⁶Ce niveau du dommage marginal correspond à une taxe pigouvienne de 10% dans le scénario de base.

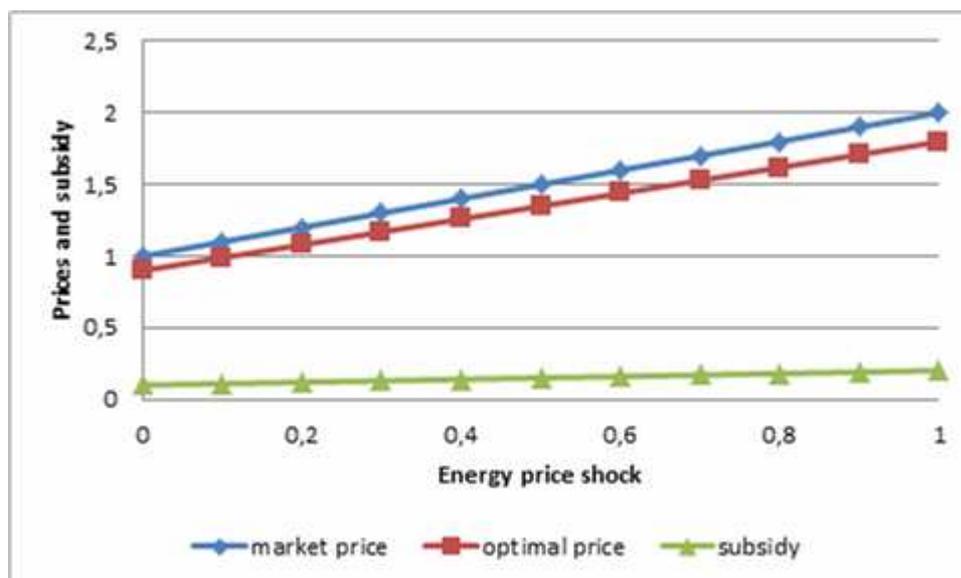


Figure 3: Prix et subvention pour $\phi = 0.05$

P_D	$\phi = 0$	$\phi = 0.05$	$\phi = 0.24$
1.0	10.07 %	10,02%	9,88%
1.1	10.07 %	10,03%	9,88%
1.2	10.07 %	10,03%	9,89%
1.3	10.07 %	10,03%	9,90%
1.4	10.08 %	10,04%	9,90%
1.5	10.08 %	10,04%	9,91%
1.6	10.08 %	10,04%	9,91%
1.7	10.08 %	10,04%	9,92%
1.8	10.08 %	10,04%	9,92%
1.9	10.08 %	10,05%	9,92%
2.0	10.08 %	10,05%	9,93%

Tableau 17 : Subvention implicite pour différentes valeurs de ϕ , cas des USA

En conséquence, en considérant un dommage marginal plus faible on augmente le poids du terme redistributif dans la taxation de l'énergie. Dans le cas étudié ici ($\varphi = 0.05$), ce poids est tel que nous obtenons une taxation nette de l'énergie négative. Le prix optimal de l'énergie, q , est inférieur au prix international de l'énergie, p_D , et ceci quelle que soit la valeur de p_D .

Le terme redistributif, qui intervient dans le calcul de la taxe optimale sur l'énergie, est donc négatif et plus élevé en valeur absolue que le terme pigouvien. En d'autre terme lorsque l'externalité est relativement modérée la taxe optimale sur l'énergie consommée par les ménages est négative. Par ailleurs cette subvention nette de l'énergie augmente avec le prix mondial de l'énergie : la taxe Pigouvienne devient de plus en plus faible et le terme redistributif l'emporte donc de plus en plus nettement. Enfin et surtout, l'impact du choc énergétique continue d'être amorti, mais moins que lorsque le dommage marginal est élevé. Plus précisément, le doublement de p_D entraîne maintenant une hausse de 90% de q alors que cette hausse n'était que de 64% dans le cas précédent. Cela n'est pas surprenant, dans la mesure où l'amortissement du choc énergétique s'explique par une baisse du terme pigouvien, et que cette baisse est d'autant plus significative que le dommage marginal social est élevé.

4.2 Simulations basées sur données françaises

Nous présentons ici les résultats obtenus lorsque le modèle théorique est calibré sur les données françaises que nous avons décrites dans une section précédente. Comme dans le cas américain, nous avons

envisagé plusieurs niveaux du dommage marginal social et un choc énergétique pouvant aller jusqu'à 100%. Nous considérons d'abord le cas sans externalité ($\varphi = 0$), puis le cas d'une externalité élevée ($\varphi = 0.17$) et enfin un cas intermédiaire ($\varphi = 0.03$).³⁷

4.2.1 Résultats en l'absence d'externalité

Les résultats sont présentés dans le tableau 18 et la figure 4.

p_D	q^{pig}	q	$q - p_D$	$q - q^{pig}$	τ^{pig}	$\frac{q - p_D}{p_D}$	$\frac{q - q^{pig}}{p_D}$	$\frac{\tau^{pig}}{p_D}$
1.0	1.0000	0.9410	-0.0590	-0.06	0.00	-5.90%	-5.90%	0.00%
1.1	1.1000	1.0356	-0.0644	-0.06	0.00	-5.86%	-5.86%	0.00%
1.2	1.2000	1.1302	-0.0698	-0.07	0.00	-5.82%	-5.82%	0.00%
1.3	1.3000	1.2248	-0.0752	-0.08	0.00	-5.78%	-5.78%	0.00%
1.4	1.4000	1.3196	-0.0804	-0.08	0.00	-5.75%	-5.75%	0.00%
1.5	1.5000	1.4144	-0.0856	-0.09	0.00	-5.71%	-5.71%	0.00%
1.6	1.6000	1.5092	-0.0908	-0.09	0.00	-5.67%	-5.67%	0.00%
1.7	1.7000	1.6042	-0.0958	-0.10	0.00	-5.64%	-5.64%	0.00%
1.8	1.8000	1.6991	-0.1009	-0.10	0.00	-5.60%	-5.60%	0.00%
1.9	1.9000	1.7942	-0.1058	-0.11	0.00	-5.57%	-5.57%	0.00%
2.0	2.0000	1.8892	-0.1108	-0.11	0.00	-5.54%	-5.54%	0.00%

Tableau 18 : Résultats dans le cas de la France avec $\varphi = 0$

On peut observer que la subvention implicite (ici égale à $-\frac{q - p_D}{p_D}$), est

³⁷Rappelons que les valeurs de φ utilisées ici diffèrent de celles qui ont été utilisées dans le cas américain parce que l'utilité marginale sociale du revenu est plus élevée en France qu'au États- Unis (voir plus haut la section sur la calibration des données dans le cas de la France).

plus faible dans le cas français que dans le cas américain (5–6% en France contre 10% pour les Etats Unis). A mesure que p_D augmente, cette subvention implicite *baisse* très légèrement, mais nous ne sommes tout de même pas très loin du cas américain où elle était pratiquement constante. Il résulte de tout cela que, en l'absence d'éléments pigouviens, le doublement du prix mondial de l'énergie conduit à un doublement du prix payé par les ménages. En fait, comme la subvention implicite baisse légèrement, la hausse est même légèrement supérieure à 100%. En résumé, comme dans le cas américain, on n'a pas d'amortissement du choc en l'absence d'effets externes. Le terme redistributif varie peu lorsque le prix international de l'énergie augmente, ce qui montre que l'absorption d'un choc énergétique par les taxes ne peut être justifiée par des considérations de redistribution. Ce serait même plutôt le contraire puisque la subvention implicite diminue avec l'importance du choc.

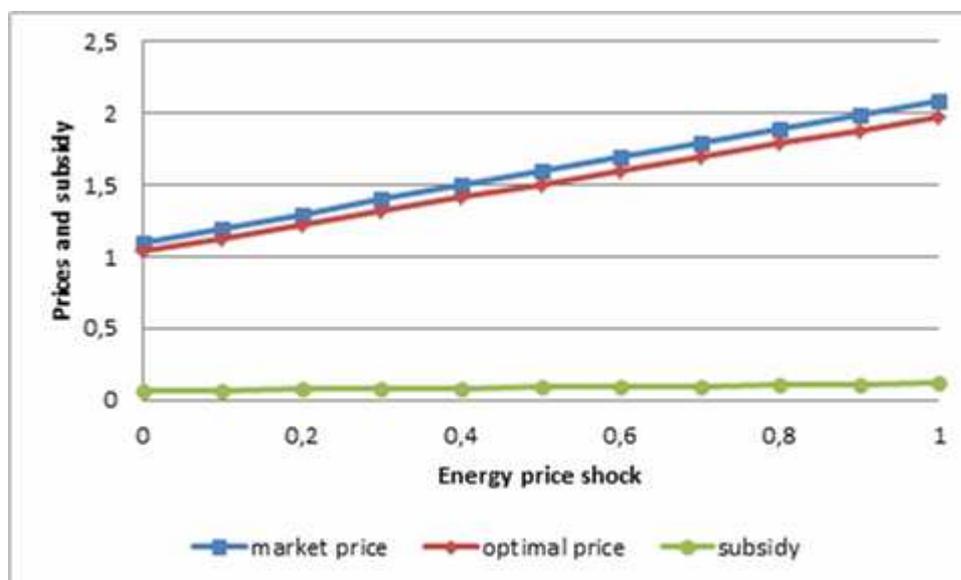


Figure 4: Cas français: subvention implicite et taxation de l'énergie quand $\phi = 0$

4.2.1 Résultats avec $\varphi = 0.17$

Les résultats sont présentés dans le tableau 19 et la figure 5.

p_D	q^{pig}	q	$q - p_D$	$q - q^{pig}$	τ^{pig}	$\frac{q - p_D}{p_D}$	$\frac{q - q^{pig}}{p_D}$	$\frac{\tau^{pig}}{p_D}$	$\frac{q^{pig} - q}{q^{pig}}$
1.0	1.5007	1.4176	0.4176	-0.0831	0.5007	41.76%	-8.31%	50.07%	5.53%
1.1	1.5962	1.5085	0.4085	-0.0877	0.4962	37.13%	-7.97%	45.11%	5.49%
1.2	1.6919	1.5994	0.3994	-0.0925	0.4919	33.29%	-7.71%	40.99%	5.47%
1.3	1.7879	1.6906	0.3906	-0.0973	0.4879	30.05%	-7.48%	37.53%	5.44%
1.4	1.8841	1.7821	0.3821	-0.1020	0.4841	27.29%	-7.29%	34.58%	5.42%
1.5	1.9805	1.8737	0.3737	-0.1068	0.4805	24.92%	-7.12%	32.03%	5.39%
1.6	2.0771	1.9659	0.3659	-0.1112	0.4771	22.87%	-6.95%	29.82%	5.35%
1.7	2.1738	2.0576	0.3576	-0.1162	0.4738	21.04%	-6.84%	27.87%	5.34%
1.8	2.2707	2.1499	0.3499	-0.1208	0.4707	19.44%	-6.71%	26.15%	5.32%
1.9	2.3677	2.2423	0.3423	-0.1254	0.4677	18.01%	-6.60%	24.61%	5.30%
2.0	2.4648	2.3348	0.3348	-0.1300	0.4648	16.74%	-6.50%	23.24%	5.27%

Tableau 19 : Résultats dans le cas de la France avec $\varphi = 0.17$

Qualitativement parlant, les résultats obtenus restent très similaires à ceux qui ont été obtenus dans le cas des Etats-Unis : la subvention implicite varie peu en fonction de p_D . Des considérations de redistribution ne peuvent donc pas conduire à amortir l'effet du choc énergétique sur les ménages grâce à un ajustement de la taxe. Le choc est cependant considérablement amorti à travers la baisse du terme Pigouvien. Ce dernier joue exactement de la même façon qu'aux Etats-Unis. Dans les deux pays, un doublement de p_D se traduit par une hausse de l'ordre de 64% du prix taxe comprise de l'énergie, q . Seule différence notable entre les deux pays, la subvention implicite continue d'être plus faible en France qu'aux Etats-Unis, l'introduction de l'effet

externe a même légèrement augmenté la différence entre les deux pays.

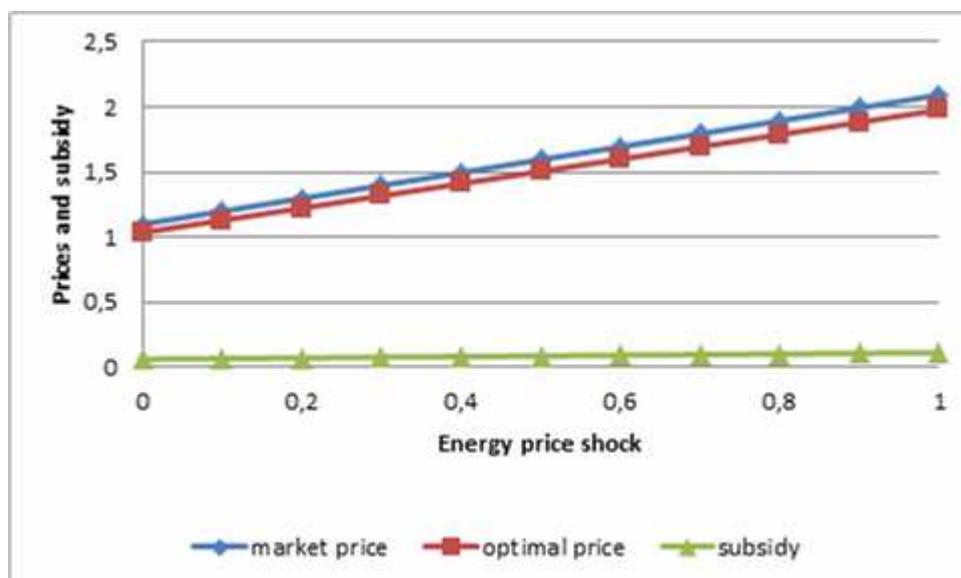


Figure 5: Cas français: subvention implicite et taxation de l'énergie quand $\phi = 0.17$

4.2.3 Résultats avec $\phi = 0.03$

Les résultats sont présentés dans le tableau 20 et la figure 6.

Comme dans le cas des Etats-Unis, les résultats obtenus dans ce cas intermédiaire confirment les résultats énoncés précédemment. La subvention implicite varie à nouveau peu avec p_D et le terme Pigouvien continue donc de jouer seul un rôle dans l'amortissement du choc énergétique. Cet amortissement est bien sûr plus faible avec une externalité modérée qu'avec une externalité élevée. Comme dans le cas des Etats-Unis, un doublement du prix international de l'énergie conduit à une augmentation de l'ordre de 90% du prix optimal de l'énergie pour les ménages.

p_D	q^{pig}	q	$q - p_D$	$q - q^{pig}$	τ^{pig}	$\frac{q - p_D}{p_D}$	$\frac{q - q^{pig}}{p_D}$	$\frac{\tau^{pig}}{p_D}$	$\frac{q^{pig} - q}{q^{pig}}$
1.0	1.1002	1.0362	0.0362	-0.064	0.1002	3.62%	-6.40%	10.02%	5.81%
1.1	1.1990	1.1297	0.0297	-0.0693	0,0990	2.70%	-6.30%	9.00%	5.78%
1.2	1.2979	1.2234	0.0234	-0.0745	0,0979	1.95%	-6.21%	8.16%	5.74%
1.3	1.3969	1.3171	0.0171	-0.0798	0,0969	1.32%	-6.14%	7.45%	5.71%
1.4	1.4959	1.4111	0.0111	-0.0848	0,0959	0.79%	-6.06%	6.85%	5.67%
1.5	1.5950	1.5051	0.0051	-0.0899	0,0950	0.34%	-5.99%	6.33%	5.64%
1.6	1.6942	1.5992	-0.0008	-0.0950	0,0942	-0.05%	-5.94%	5.89%	5.60%
1.7	1.7934	1.6935	-0.0065	-0.0999	0,0934	-0.38%	-5.88%	5.49%	5.57%
1.8	1.8926	1.7878	-0.0122	-0.1048	0,0926	-0.68%	-5.82%	5.15%	5.54%
1.9	1.9919	1.8822	-0.0178	-0.1097	0,0919	-0.94%	-5.77%	4.84%	5.51%
2.0	2.0913	1.9767	-0.0233	-0.1146	0,0913	-1.17%	-5.73%	4.56%	5.48%

Tableau 20 : Résultats dans le cas de la France avec $\phi = 0.03$

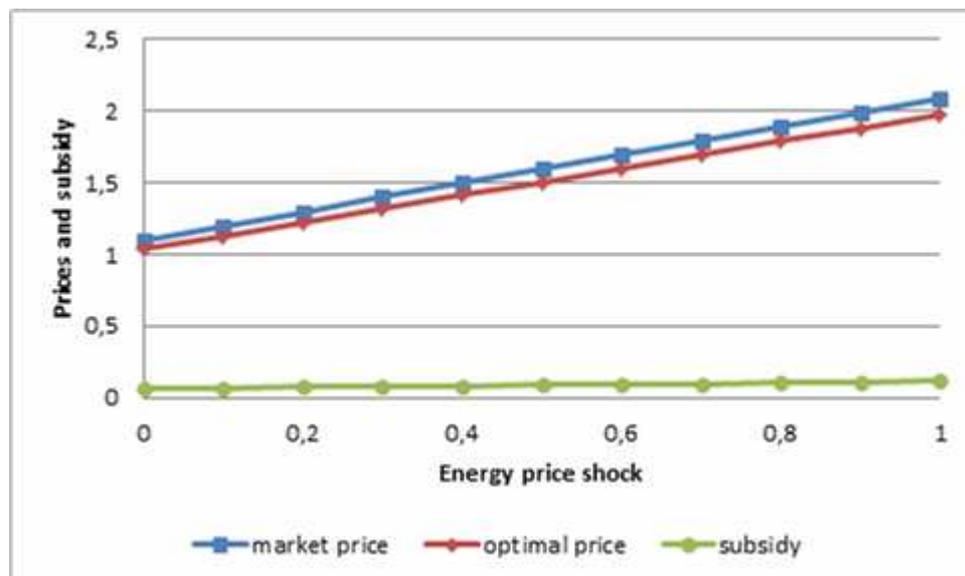


Figure 6: Cas français: subvention implicite et taxation de l'énergie quand $\phi = 0.03$

5 Conclusion

Les années à venir nous réservent plus probablement une hausse des prix des énergies primaires qu'une stabilité ou une décroissance de ces prix. Par ailleurs, ces augmentations pourront être soudaines et significatives. Or, la demande d'énergie, qui se caractérise généralement par une faible élasticité prix, est souvent frappée de lourdes taxes. De ce fait l'opinion publique considère souvent que les gouvernements ont une marge de manœuvre non négligeable pour atténuer l'impact d'un choc énergétique. L'histoire des chocs énergétiques nous montrent que le principal argument avancé pour justifier un ajustement à la baisse des taxes énergétique est un argument de redistribution, les ménages les plus défavorisés étant ceux qui sont le plus lourdement affectés par une hausse importante et soudaine du prix de l'énergie.

L'objet du présent rapport a été de vérifier la pertinence de cet argument. A cette fin, nous avons introduit un modèle inspiré de nos précédents travaux sur les questions de taxation optimale en présence d'externalités. Nous pensons que les principales caractéristiques de ce modèle le rendent particulièrement adapté à l'analyse qui est proposée ici. Dans cette conclusion nous allons passer en revue les principaux résultats de notre étude menée à partir d'un modèle calibré sur des données réelles concernant les Etats-Unis et la France.

Rappelons en premier lieu que seule l'énergie consommée par les ménages est concernée par les questions de redistributions évoquées ci-dessus. Le prix payés par les entreprises doit pleinement refléter le prix à l'importation de l'énergie et le dommage marginal résultant

d'éventuelles externalités (autrement dit en présence d'externalités la taxe sur l'énergie utilisée comme facteur de production est strictement pigouvienne).

Un premier résultat important est que l'énergie doit être subventionnée pour des questions de redistribution liées à l'hétérogénéité des préférences et des productivités des ménages. Cette subvention est de l'ordre de 10% du prix à l'importation de l'énergie dans le cas des Etats-Unis et de 5% à 6% dans cas de la France. Un second résultat est que ces pourcentages ne varient pratiquement pas avec le prix à l'importation de l'énergie pas plus qu'ils ne sont affectés par le niveau de l'externalité négative qui peut résulter de la consommation d'énergie. En d'autres termes, même une très forte augmentation du prix du pétrole n'aura qu'un faible effet sur la composante redistributive de la taxe optimale sur l'énergie.

Cependant, la taxe sur l'énergie, exprimée en pourcentage du prix à l'importation de l'énergie, n'est constante qu'en l'absence d'externalités.³⁸ Lorsque l'externalité est positive, elle décroît sensiblement avec l'augmentation du prix à l'importation de l'énergie. Cela est dû à la baisse de la composante pigouvienne de la taxe, le dommage marginal résultant de la pollution ne dépend pas directement du prix à l'importation de l'énergie et n'est donc pas affecté par l'évolution de ce prix. Sa valeur en pourcentage du prix à l'importation décroît donc avec ce prix.

Enfin, on peut remarquer que la taxe sur l'énergie exprimée en différence entre le prix optimal de l'énergie et le prix à l'importation, c'est à dire la taxe unitaire, décroît beaucoup moins vite que la taxe

³⁸Comme nous venons de l'expliquer, en l'absence d'externalités, la taxe sur l'énergie est négative. C'est une subvention introduite pour une question de redistribution et cette subvention, exprimée en pourcentage du prix à l'importation de l'énergie, est constante.

exprimée en pourcentage du prix à l'importation. Dans le cas des USA, avec une externalité forte, ($\varphi = 0.24$) la taxe unitaire baisse de 41% lorsque le prix à l'importation de l'énergie est multiplié par deux, alors que cette même augmentation du prix à l'importation de l'énergie divise la taxe exprimée en pourcentage par 3.5 environ. Ceci résulte évidemment d'un simple calcul arithmétique permettant de passer d'une taxe à l'autre, on divise par deux la taxe unitaire pour connaître la taxe exprimée en pourcentage. Il est cependant intéressant de mentionner ce résultat, car en pratique la taxe énergétique est le résultat de différentes taxes frappant l'énergie, parmi lesquelles la Taxe intérieure sur les Produits Pétroliers (TIPP), qui est une taxe unitaire, et d'autres taxes telles que la TVA qui s'expriment en pourcentage du prix de l'énergie. D'après ce que nous venons de dire, une augmentation soudaine du prix à l'importation de l'énergie nécessite un réaménagement des différentes composantes de la taxe sur l'énergie, mais ce réaménagement ne doit pas jouer de manière uniforme sur ces différentes composantes. La TIPP par exemple devrait être beaucoup moins affectées que les autres composantes.

Références bibliographiques

Bourguignon , F., 1999. Redistribution and labor supply incentives, mimeo.

Cremer, H., F. Gahvari et N. Ladoux (1998), "Externalities and optimal taxation", *Journal of Public Economics*, 70, 1998, 343-364.

Cremer, H., F. Gahvari et N. Ladoux, 2003, Environmental taxes with heterogenous consumers: an application to energy consumption in France, *Journal of Public Economics*, 87, 2791–2815.

Cremer, H., F. Gahvari et N. Ladoux, 2010, Environmental tax design with endogenous earning abilities (with applications to France), *Journal of Environmental Economics and Management*, 59, 82–93.

Goulder, L. H., Parry, I. W. H., Williams, III, R. C., Burtraw, D. , 1999. The cost effectiveness of alternative instruments for environmental protection in a second best setting. *Journal of Public Economics* 72,329-360.

Meade J. E., 1952 "External Economies and Diseconomies in a Competitive Situation", *The Economic Journal*, Vol. 62, No. 245, 54-67.

Stern, N. H., 1976. On the specification of models of optimum income taxation. *Journal of Public Economics* 6, 123-162.

Wales, T. J., Woodland, A. D., 1979. Labour supply and progressive

Annexe 1

Résolution analytique du problème de taxation optimale

Le Lagrangien du problème (avec p normalisé à 1), s'écrit

$$\begin{aligned} \mathfrak{L} = & \frac{1}{1-\eta} \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{1-\eta} + \\ & \mu \left\{ \mathbf{O}(K, L, D) - \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{x} \left(q, c^j; \theta^j \right) - rK - p_D \left[\sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) + D \right] - \bar{R} \right\} + \\ & \sum_j \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \mathbf{V} \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^k}; \theta^k \right) \right] + \gamma [w - \mathbf{O}_L(K, D, L)]. \quad (29) \end{aligned}$$

où μ , λ^{jk} et γ sont les multiplicateurs de Lagrange associés respectivement à la contrainte de budget du gouvernement, à la contrainte d'incitation et à la condition de détermination endogène du niveau de salaire.

Les conditions de premier ordre pour $j = 1, \dots, N$ sont données par,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial q} = & \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \times \\ & \left[\mathbf{V}_q \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{x}_q(q, c^j; \theta^j) + p_D \mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) \right] + \\ & \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left[\mathbf{V}_q \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \right] = 0, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial c^j} &= \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \\ & \varphi \pi^j \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} - \\ & \mu \pi^j \left[\mathbf{x}_c(q, c^j; \theta^j) + p_D \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] + \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \\ & \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = 0, \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial I^j} &= \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \times \\ & \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \mu \mathbf{O}_L(L, K, D) \frac{\pi^j}{w} + \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \\ & \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \frac{1}{wn^k} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) - \gamma \frac{\pi^j}{w} \mathbf{O}_{LL}(L, K, D) = 0, \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial D} &= - \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \varphi + \\ & \mu \left[\mathbf{O}_D(L, K, D) - p_D \right] - \gamma \mathbf{O}_{LD}(L, K, D) = 0, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial K} = \mu [\mathbf{O}_K(L, K, D) - r] - \gamma \mathbf{O}_{LK}(L, K, D) = 0, \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial w} = & \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \times \\ & \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \mu \mathbf{O}_L(L, K, D) \frac{-1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \pi^j I^j + \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{I^k}{n^k w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^k}; \theta^k \right) + \\ & \gamma \left[1 + \frac{1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \pi^j I^j \mathbf{O}_{LL}(L, K, D) \right] = 0. \end{aligned} \quad (35)$$

Nous montrons ci-après que la taxe sur le bien de consommation énergétique n'est pas pigouvienne et est donnée par l'expression (27). C'est l'objet de la proposition 1 ci-dessous. Nous montrons ensuite que la taxe optimale sur les inputs énergétiques est simplement pigouvienne. C'est l'objet de la proposition 2 ci-dessous.

Proposition 1 : *La taxe optimale sur le bien énergétique est non Pigouvienne.*

Preuve : Nous multiplions (31) par $\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j)$, nous sommes sur j , puis nous ajoutons l'équation ainsi obtenue à (30). Après simplification, l'utilisation de l'identité de Roy nous permet alors d'écrire,

$$\begin{aligned}
& -\varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \times \\
& \left[\sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) \mathbf{y}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) \right] \right] \\
& -\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{x}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) \mathbf{x}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) \right] \\
& -\mu p_D \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) \mathbf{y}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) \right] \\
& - \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \left[\lambda^{kj} \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) + \right. \\
& \left. \lambda^{jk} \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \right] = 0
\end{aligned} \tag{36}$$

Pour simplifier l'équation (36), nous dérivons partiellement la contrainte budgétaire d'un individu de type j , $\mathbf{x} \left(q, c^j; \theta^j \right) + q \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) = c^j$, d'abord par rapport à c^j , puis par rapport à q . Cela donne,

$$\mathbf{x}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) + q \mathbf{y}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) = 1, \tag{37}$$

$$\mathbf{x}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + q \mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) = -\mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right). \tag{38}$$

En multipliant l'équation (37) par $\mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right)$ et en ajoutant l'équation résultante à (38) nous obtenons,

$$\begin{aligned}
& \mathbf{x}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) \mathbf{x}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) = \\
& -q \left[\mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) \mathbf{y}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) \right].
\end{aligned} \tag{39}$$

Cette dernière expression utilisée dans l'équation (36), donne alors,

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \times \\
& \left\{ \mu(q - p_D) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \right\} \\
& - \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \left[\lambda^{kj} \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) + \lambda^{jk} \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \right] = 0. \quad (40)
\end{aligned}$$

En utilisant notamment l'identité de Roy, on peut aisément montrer que le dernier terme du membre de gauche de l'équation (40) peut être réécrit de la façon suivante,

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) = \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \mathbf{V}_q \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \\
& = \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda_c^{kj} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \mathbf{y}(q, c^j; \theta^k), \quad (41)
\end{aligned}$$

Cette dernière expression et l'équation (40) permettent alors d'écrire,

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \times \\
& \left\{ \mu(q - p_D) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \right\} \\
& - \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \left\{ \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \left[\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \mathbf{y}(q, c^j; \theta^k) \right] \right\} = 0.
\end{aligned}$$

Notons $\tilde{\mathbf{y}}(q, c^j; \theta^j)$ la demande compensée (Hicksienne) pour le bien y . En substituant $\tilde{\mathbf{y}}_q(q, c^j; \theta^j)$ à $\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j)$ dans cette dernière équation, en divisant le résultat par $\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \tilde{\mathbf{y}}_q(q, c^j; \theta^j)$, et en réarrangeant, nous obtenons enfin,

$$q - p_D = \frac{\varphi}{\mu} \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} + \frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \left\{ \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \left[\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \mathbf{y}(q, c^j; \theta^k) \right] \right\}}{\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \tilde{\mathbf{y}}_q(q, c^j; \theta^j)}. \quad (42)$$

Cette expression montre que $q - p_D$ est non-pigouvien sauf dans le cas particulier où la demande pour le bien polluant ne dépend pas du type d'individu (tous les individus ont les mêmes préférences). Dans ce cas, en effet, le second terme du membre de droite de l'équation (42) est égal à zéro.

Considérons maintenant le cas de la taxe sur l'input énergétique. Afin de montrer que cette taxe est strictement pigouvienne quelles que soient les préférences individuelles nous devons établir le lemme suivant.

Lemme 1 : *Dans le problème de taxation optimale (29), caractérisé par les conditions du premier ordre (30) – (35), le multiplicateur de Lagrange associé à la contrainte $w = O_L(K, D, L)$, γ , est égal à zéro.*

Preuve : Multiplions l'équation (32) par I^j / w puis sommons sur

j , après simplifications cela donne,

$$\begin{aligned} & \frac{1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \frac{\pi^j I^j}{n^j} \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \mu L + \frac{1}{w^2} \sum_j \sum_{k \neq j} \left[\left(\frac{I^j}{n^j} \right) \lambda_L^{jk} \mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \left(\frac{I^k}{n^k} \right) \lambda_L^{kj} \mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \right] - \\ & \frac{1}{w^2} \gamma \mathbf{O}_{LL}(L, K, D)(wL) = 0. \end{aligned} \quad (43)$$

En substituant (43) dans (35) et en simplifiant, nous obtenons,

$$\sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^j}{n^k} \right) \lambda_L^{kj} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = \gamma w^2 + \sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^k}{n^j} \right) \lambda_L^{jk} \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right). \quad (44)$$

Alors puisque le membre de gauche de (44) peut être réécrit de la façon suivante,

$$\sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^j}{n^k} \right) \lambda_L^{kj} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = \sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^k}{n^j} \right) \lambda_L^{jk} \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right), \quad (45)$$

(44) implique

$$\gamma = 0.$$

On peut observer que le lemme 1 montre que la solution optimale est compatible avec l'efficacité dans la production puisque la condition $w = \mathbf{O}_L(K, D, L)$ n'impose pas de contrainte dans le problème de second rang. En utilisant ce lemme on montre facilement la proposition 2 suivante.

Proposition 2 : *La taxe optimale sur l'input énergétique est Pigouvienne.*

Preuve : En imposant $\gamma=0$ les conditions de premier ordre (32)–(35) s'écrivent de la façon suivante,

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial I^j} = \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \mu \pi^j + \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \frac{1}{wn^k} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = 0, \quad (46)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial D} = - \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \varphi + \mu [\mathbf{O}_D(L, K, D) - p_D] = 0, \quad (47)$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial K} = \mu [\mathbf{O}_K(L, K, D) - r] = 0, \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial w} &= \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ &\mu \mathbf{O}_L(L, K, D) \frac{-1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \pi^j I^j + \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ &\sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{I^k}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right). \end{aligned} \quad (49)$$

La propriété que la taxe sur l'input est pigouvienne dérive directement de l'équation (47).

Annexe 2

Document de travail

Article présenté à la conférence annuelle de l'ASSET, Evora,
Portugal 27 et 29 octobre2011

Energy taxes and oil price shock³⁹

Helmuth Cremer

Toulouse School of Economics (IDEI, GREMAQ and Institut
universitaire de France)
Toulouse, France

Firouz Gahvari

Department of Economics
University of Illinois at Urbana-Champaign
Urbana, IL 61801, USA

Norbert Ladoux

Toulouse School of Economics (IDEI and LERNA)
Toulouse, France

September 2011

³⁹ Financial support of CEF (Conseil Français de l'Énergie) is gratefully acknowledged.

Abstract

This paper examines if an energy price shock should be compensated by a reduction in energy taxes to mitigate its impact on consumer prices. Such an adjustment is often debated and advocated for redistributive reasons. Our investigation is based on a model that characterizes second-best optimal taxes in the presence of an externality generated by energy consumption. Energy is used by households as consumption good and by the productive sector as an input. We calibrate this model on US data and proceed to simulations of this empirical model. We assume that energy prices are subject to an exogenous shock. For different levels of this shock, we calculate the optimal tax mix including income, commodity and energy taxes. We show that optimal energy taxes are affected by redistributive consideration and that optimal energy tax is *less* than the Pigouvian tax (marginal social damage). The difference is an implicit subsidy representing roughly 10% of the Pigouvian price. Interestingly, the simulations show that an variation in the energy price only has an almost negligible effect on this percentage. In other words, even a very large oil price increase will only have a small effect on the optimal tax on energy. Nevertheless, it appears that the energy tax is used to mitigate the impact of the energy shock. However, this result is not explained by redistributive consideration but by the fact that the Pigouvian tax (rate) decreases as the price of energy increases. This is a purely arithmetic adjustment due to the fact that the marginal social damage does not change. Consequently, the marginal damage as a percentage of the energy price (which defines the Pigouvian tax rate) decreases as the price increases.

JEL classification: H21; H23

Keywords: Second-best; environmental taxes; optimal taxation; nonlinear taxes; welfare gains

Introduction

As energy is heavily taxed in most industrialized countries, an “oil shock” (a sudden and significant increase in energy prices) often leads to political pressure, with various interest groups asking for tax reductions. This issue has been debated during that 2008 presidential campaign in the US, where both candidates made proposals for reducing the impact of the crude oil price increase on consumer prices. In France there has been a similar debate, with many interest groups (truck and fishery industry, agriculture, etc.) asking for an energy tax relief to mitigate the impact of the price increase.

Among the possible justifications of energy tax reductions is the idea that consumers have difficulties to adjust to strong and sudden price shocks. This is because existing technologies and equipment limit the substitution possibilities in the short run. However, this argument would at best lead to a temporary reduction to smooth the transition. Another argument is based on the alleged regressive character of energy consumption and taxes. The share of energy consumption in total spending tends to decrease with income. Consequently, low income individuals are affected more heavily by an oil price shock than the high income people and redistributive concern may then plead for an energy tax reduction.

This paper studies the validity of this redistributive argument. Our investigation is based on the model of optimal emission taxation developed by Cremer *et al.* (1998, 2003 and 2010). It allows us to derive second-best optimal taxes in the presence of an externality generated by energy consumption. Energy is used by households as consumption good and by the productive sector as an input. With some modification this model can be adapted to study the impact of an

exogenous shock in the before tax price of energy. We calibrate this model on US data and proceed to simulations of this empirical model. We assume that energy prices are subject to an exogenous shock. For different levels of this shock, we calculate the optimal tax mix including income, commodity and energy taxes. We show that optimal energy taxes are indeed affected by redistributive consideration and that optimal energy tax is *less* than the Pigouvian tax (marginal social damage). The difference is an implicit subsidy representing roughly 10% of the Pigouvian price. Interestingly, the simulations show that a variation in the energy price only has an almost negligible effect on this percentage. In other words, even a very large oil price increase will only have a small effect on the optimal tax on energy. Nevertheless, it appears that the energy tax is used to mitigate the impact of the energy shock. However, this result is not explained by redistributive consideration but by the fact that the Pigouvian tax (rate) decreases as the price of energy increases. This is a purely arithmetic adjustment due to the fact that the marginal social damage does not change. Consequently, the marginal damage as a percentage of the energy price (which defines the Pigouvian tax rate) decreases as the price increases.

1. The model

Consider an open economy which uses “energy” both as a consumption good and as input. Whether used as a consumption good or as a factor input, energy, which is imported from overseas, is polluting. Apart from energy, consumers consume a nonpolluting good as well. This latter good is produced in the economy using capital and labor (in addition to energy). Capital services are also rented from outside. Labor is the only factor of production which is supplied domestically. Labor is

heterogeneous with different groups of individuals having different productivity levels and different tastes. Denote a person's type by j , his productivity factor by n^j , and the proportion of people of type j in the economy by π^j (where the population size is normalized at one). Preferences of a j -type person depend on his consumption of non-polluting goods, x^j , consumption of polluting goods, y^j , labor supply, L^j , and the total level of emissions in the atmosphere, E .

This construct is a slight variation of Cremer *et al.*'s (2010) model. To make this paper self-contained, we first review its main features.⁴⁰

2.1 Preferences

Consumers' preferences are nested CES, first in goods and labor supply and then in the two categories of consumer goods. All consumer types have identical elasticities of substitution between leisure and non-leisure goods, ρ , and between polluting and non-polluting goods, ω . Differences in tastes are captured by differences in other parameter values of the posited utility function (a^j and b^j in equations (2)–(3) below). Assume further that emissions enter the utility function linearly. The preferences for a person of type j can then be represented by

$$U^j = U(x, y, L^j; \theta^j) - \phi E, j = 1, 2, 3, 4, \quad (1)$$

where θ^j reflects the “taste parameter” and

$$U(x, y, L^j, \theta^j) = \left(b^j Q^j \frac{\rho-1}{\rho} + (1-b^j)(1-L^j) \frac{\rho-1}{\rho} \right)^{\frac{\rho}{\rho-1}}, \quad (2)$$

⁴⁰For more details, see Cremer *et al.* (1998, 2003 and 2010).

$$Q^j = \left(a^j x^{\frac{\omega-1}{\omega}} + (1-a^j) y^{\frac{\omega-1}{\omega}} \right)^{\frac{\omega}{\omega-1}}. \quad (3)$$

Consumers choose their consumption bundles by maximizing (1)–(3) subject to their budget constraints. These will be nonlinear functions when the income tax schedule is nonlinear. However, for the purpose of uniformity in exposition, we characterize the consumers' choices, as the solution to an optimization problem in which each person faces a (type-specific) *linearized and possibly truncated* budget constraint. To do this, introduce a “virtual income,” G^j , into each type's budget constraint. Denote the j -type's net of tax wage by w_n^j . We can then write j 's budget constraint as

$$px^j + qy^j = G^j + M^j + w_n^j L^j, \quad (4)$$

where p and q are the consumer prices of x and y , G^j is the income adjustment term (virtual income) needed for linearizing the budget constraint (or the lump-sum rebate if the tax function is linear), and M^j is the individual's exogenous income. The first-order conditions for a j -type's optimization problem are

$$\frac{1-a^j}{a^j} \left(\frac{x^j}{y^j} \right)^{\frac{1}{\omega}} = \frac{q}{p}, \quad (5)$$

$$\frac{(1-b^j)(x^j / (1-L^j))^{\frac{1}{\rho}}}{a^j b^j \left[a^j + (1-a^j) \left(\frac{x^j}{y^j} \right)^{\frac{1-\omega}{\omega}} \right]^{\frac{\omega-\rho}{\rho(1-\omega)}}} = \frac{w_n^j}{p}. \quad (6)$$

Equations (4)–(6) determine x^j, y^j and L^j as functions of p, q, w_n^j and $G^j + M^j$.

2.2 Production technology

The production process uses three inputs: capital, K , labor, L and energy, D . The technology of production is represented by a nested CES,

$$O = \mathbf{O}(L, K, D) = B \left[(1 - \beta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta \Gamma^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \quad (7)$$

$$\Gamma = A \left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1 - \alpha) D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta}{\delta-1}}, \quad (8)$$

where A and B are constants, σ and δ represent the elasticities of substitution between L and Γ and between K and D (given Γ) respectively. Substituting (8) in (7) yields,

$$O = B \left[(1 - \beta) L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + \beta A^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \left[\alpha K^{\frac{\delta-1}{\delta}} + (1 - \delta) D^{\frac{\delta-1}{\delta}} \right]^{\frac{\delta(\sigma-1)}{\sigma(\delta-1)}} \right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}. \quad (9)$$

Aggregate output, O , is the numeraire and the units of x and y are chosen such that their producer prices are equal to one.

Capital services and energy inputs are imported at constant world prices of r and p_D where the units of D is chosen such that initially $p_D = 1$. Let w denotes the price of one unit of *effective labor*, τ_D denotes the tax on energy input, and assume that there are no *producer taxes* on labor and capital.⁴¹ The first-order conditions for the firms' input-hiring decisions are, assuming competitive markets,

$$O_L(L, K, D) = w, \quad (10)$$

$$O_K(L, K, D) = r, \quad (11)$$

⁴¹Taxation of capital in a setting like ours will serve no purpose except to violate production efficiency.

$$O_D(L, K, D) = p_D(1 + \tau_D). \quad (12)$$

Equations (9)–(12) determine the equilibrium values of O, L, K and D as functions of w, r and $p_D(1 + \tau_D)$ [where r and p_D are determined according to world prices].

As different types of people have different productivities, labor is an heterogeneous factor of production. When a j -type person with productivity n^j works for L^j hours, his effective labor is $n^j L^j$ resulting in aggregate supply $\sum_{j=1}^4 \pi^j n^j L^j$. Equating this with aggregate demand gives,

$$L = \sum_{j=1}^4 \pi^j n^j L^j$$

Total emissions are given by,

$$E = \sum_{j=1}^4 \pi^j y^j + D$$

where π^j is the proportion of people of type j in the economy.⁴²

2.3 Optimal tax policy

The optimal tax policy maximizes an iso-elastic social welfare function

$$W = \frac{1}{1-\eta} \sum_{j=1}^4 \pi^j (y^j)^{1-\eta} \quad \eta \neq 1 \text{ and } 0 \leq \eta < \infty, \quad (13)$$

⁴²The population size is normalized to 1, consequently $\sum_{j=1}^4 \pi^j y^j$ represents total households' energy consumption.

where η is the “inequality aversion index”. The value of η dictates the desired degree of redistribution in the economy: The higher is η the more the society cares about equality, here we retain a relatively low value, $\eta = 0.1$.⁴³

The feasibility of tax instruments depends on information available to the tax administration. Generally, this information allows for linear commodity taxes and non-linear income tax. This is why we restrict our analysis to this case even if other possibilities could be considered.⁴⁴ Under linear commodity taxation, all consumers face the same commodity prices. The social welfare function (13) must thus be written as a function of the prices of goods.

Denote c^j the after-tax income (outlay) of a j -type household. Maximizing, the utility function (1) with respect to the budget constraint

$$px^j + qy^j = c^j,$$

we obtain the demand functions for x^j and y^j as $x^j = \mathbf{x}(p, q, c^j; \theta^j)$ and $y^j = \mathbf{y}(p, q, c^j; \theta^j)$. Substituting these equations in the j -type person utility function (1), we have

$$\mathbf{V}\left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j\right) = \mathbf{U}\left(\mathbf{x}(p, q, c^j; \theta^j), \mathbf{y}(p, q, c^j; \theta^j), \frac{I^j}{wn^j}, \theta^j\right)$$

where

⁴³As is well-known, $\eta = 0$ implies a utilitarian social welfare function and $\eta \rightarrow \infty$ a Rawlsian. The value we use is chosen according to the observed degree of redistribution of existing tax systems; see Bourguignon and Spadaro (2000).

⁴⁴In Cremer *et al.* (2008) different possibilities are examined including the case all taxes are non-linear.

$$I^j \equiv wn^j L^j$$

We have four feasible tax instruments in our model: two commodity taxes, an input tax and an income tax. As the demand functions for goods and the labor supply function are all homogeneous of degree zero, there is no loss of generality when setting one tax rate to zero. Since energy consumption creates an externality we choose to impose a zero tax on non-energy goods.

The optimal tax structure is derived as the solution to

$$\max_{q, c^j, I^j, K, D, w} \frac{1}{1-\eta} \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(p, q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{1-\eta} \quad (14)$$

under the resource constraint,

$$\mathbf{O}(L, K, D) - \sum_{j=1}^4 \pi^j \left(\mathbf{x}p, q, c^j; \theta^j \right) - rK - p_D \left[\sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(p, q, c^j; \theta^j \right) + D \right] - \bar{R} \geq 0, \quad (15)$$

the incentive compatibility constraints,

$$\mathbf{V} \left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) \geq \mathbf{V} \left(p, q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \quad (16)$$

the endogeneity of wage condition,

$$w - \mathbf{O}_L(L, K, D) = 0 \quad (17)$$

with

$$L = \prod_{j=1}^4 \pi^j n^j L^j = \prod_{j=1}^4 \pi^j \frac{I^j}{w}$$

The analytical results of Cremer *et al.* (2010) can easily be extended to show that the optimal tax on energy inputs (τ_D) is Pigouvian and equal to its marginal social damage of emissions. The optimal tax on the *consumption* of energy, on the other hand, is generally different from its Pigouvian level. See the Appendix

2. Data and calibration

To solve our model numerically, one must know the values of the parameters of the utility functions (ρ , ω , a^j , b^j , α^j , φ), and the values of the parameters of the production function (σ , δ , α , β , A , B). The data sources are the PSID (Panel Study of Income Dynamics, web site: <http://psidonline.isr.umich.edu>), US Bureau of Labor Statistics (web site: <http://www.bls.gov/>) and the US Bureau of Economic Analysis. The two first one gives data on households' consumption, income and labor. The latter reports macroeconomic data from the EUKLEMS data base on capital, labor and energy. The calibration process follows the one we have used in our previous paper (see Cremer and al. (2008)). The data allows us to identify four types of households, "managers and professionals" (type 1), "technical sales and clerical workers" (type 2), "service workers, operators, fabricators and laborers" (type 3) and "construction workers and mechanics" (type 4).

	Managers & professionals (Type 1)	Technical sales & clerical workers (Type 2)	Service workers, operators, fabricators & laborers (Type 3)	Construction workers & mechanics (Type 4)
π	35.18 %	28.90 %	28.86 %	7.06 %
I	68712	40147	31887	44111
px	51134	34742	29155	37498
qy	3051	2612	2520	3100
n	1.33620	0.90094	0.71472	0.88815
L	0.50731	0.43961	0.44015	0.48998
t	28.0 %	15.0 %	15.0 %	15.0 %
G	9797	2195	2280	2363
M	-5085	1034	2290	741
a	0.99997	0.99993	0.99989	0.99991
b	0.53201	0.39970	0.39438	0.46747
Type-independent figures				
$\sum_j \pi^j n^j L^j =$				
0.47446		$K = 3169954$	$D = 490364$	$O = 1$
$p_O = 1.0$	$w = 101364$	$r = 4.2 \%$	$p_D = 1.0$	
$p = 1.00000$	$q = 1.00000$	$\sigma = 0.8$	$\delta = 0.42141$	
$\rho = 0.66490$	$\omega = 0.26892$	$\alpha = 0.98662$	$\beta = 0.54242$	
$A = 1.28395$	$B = 0.74215$			

Table 1. Calibration: main parameters. Monetary figures are in USD

Table 1 provides a summary of the data and parameter values. Finally, our optimal tax calculations are based on the assumption that the

government's external revenue requirement (share in GDP of expenditures on non-transfer payments) remains unchanged.

4. Results I

Optimal energy taxes/subsidies in different scenarios are determined by solving the calibrated version of the model. There are two forces at work. One is Pigouvian in nature. To correct for the marginal social damage of emissions, one wants to impose a correcting tax on energy. In case of energy inputs, this is the only force at work. Another reason comes into play in case of energy consumption goods. This arises because of the distributional considerations. Because the share of energy expenditures tends to decrease with one's income, one may want to subsidize energy consumption goods to offset this regressive bias. It is true that an optimally designed income tax mitigates this regressive bias, but in a world of asymmetric information (where first best lump-sum taxes are unavailable), it cannot eliminate it completely (as long as Atkinson and Stiglitz Theorem does not apply). There still remains a role for energy subsidies; see Cremer *et al.* (1998), (2003) and (2010).

For the time being, we assume that the environmental damage (cost of carbon emissions) is represented by $\varphi = 0.24$. This is the level used by Cremer *et al.* (2003) and corresponds to a Pigouvian tax of 50%.

In the case of inputs, the optimal energy tax, expressed in units of the numeraire output, is equal to

$$\tau^{pig} = \left[\mathbf{V} \left(p, q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} (p, q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \frac{\varphi}{\mu},$$

where the term on the right hand side of equation (18) is the Pigouvian tax (the marginal social damage of emission).⁴⁵ When expressed as a percentage of the energy price, this tax rate decreases with the price of energy. Specifically, we have

P_D	τ^{pig}	$\frac{\tau^{pig}}{P_D}$
1.0	0.4823	48,23%
1.1	0.4769	43,35%
1.2	0.4718	39,32%
1.3	0.4668	35,91%
1.4	0.4622	33,01%
1.5	0.4577	30,51%
1.6	0.4534	28,34%
1.7	0.4493	26,43%
1.8	0.4454	24,74%
1.9	0.4416	23,24%
2.0	0.4380	21,90%

Table 2. Energy input tax as a percentage of the world price of energy

($\varphi = 0.24$)

In the case of energy consumption goods, both forces are at work. To measure the relative importance of Pigouvian and redistributive

⁴⁵This is an implicit expression. Setting the tax at its Pigouvian level affects all the other taxes and the entire allocation. To deal with this in a consistent way we calculate the Pigouvian tax by solving our general problem to which we add (18) as a constraint.

considerations in the calculation of optimal energy taxes/subsidies, as the world price of energy changes, we start by defining the “Pigouvian” price. Using Cremer *et al.*'s (1998) definition of the Pigouvian tax, this is defined by

$$q^{pig} = p_D + \tau^{pig}. \quad (18)$$

As shown in the Appendix, the optimal energy tax is then given by

$$q = q^{pig} + \frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \left\{ \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{w_n^k}; \theta^k \right) \left[\mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^k \right) \right] \right\}}{\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \tilde{\mathbf{y}}_q \left(q, c^j; \theta^j \right)}.$$

Finally, we have

$$\begin{aligned} \frac{q - p_D}{p_D} &= \frac{(q - q^{pig}) + (q^{pig} - p_D)}{p_D} \\ &= \frac{q - q^{pig}}{p_D} + \frac{\tau^{pig}}{p_D}, \end{aligned}$$

with the following calculations for $(q - p_D) / p_D$.

5. Results II

In the absence of redistributive considerations, the energy tax should be Pigouvian. The difference between the Pigouvian tax and the optimal tax is thus the implicit subsidy needed when consumers have heterogeneous preferences and productivities. Table 2, gives the optimal consumer price for energy (q) when there is no externality ($\varphi = 0$) so that the Pigouvian tax is zero. This price is calculated for different values of the world price of energy (p_D), with the benchmark

price normalized at one so that a price of 2 corresponds to an oil price shock of 100%. The difference between p_D and q is the implicit subsidy on energy. These results are also represented in Figure 1.

p_D	q^{pig}	q	$q - q^{pig}$	$(q - q^{pig}) / p_D$
1.0	1.4823	1.3359	-0.1464	-14.64%
1.1	1.5769	1.4210	-0.1559	-14.17%
1.2	1.6718	1.5064	-0.1654	-13.78%
1.3	1.7668	1.5920	-0.1748	-13.45%
1.4	1.8622	1.6777	-0.1845	-13.18%
1.5	1.9577	1.7637	-0.1940	-12.93%
1.6	2.0534	1.8499	-0.2035	-12.72%
1.7	2.1493	1.9362	-0.2131	-12.54%
1.8	2.2454	2.0226	-0.2228	-12.38%
1.9	2.3416	2.1092	-0.2324	-12.23%
2.0	2.4380	2.1960	-0.2420	-12.10%

Table 3. Redistributive subsidy on households' energy price when $\varphi = 0.24$

The difference between these two prices is the implicit subsidy allowed by the government for redistributive purposes. This subsidy is shown to be (roughly) equal to 10% of p_D whatever the level of this price. In other words, redistributive considerations call for a subsidy that is not increasing at the same rate as the world price of energy. Consequently an exogenous shock on the international price of energy, let us say an oil shock, is *not* compensated by an increase of the implicit subsidy (see also figure 1).

Table 3 presents the result with a positive externality ($\varphi = 0.05$). As Figure 2 shows, we have a very similar result regarding the implicit subsidy which remains at a level of about 10% of the Pigouvian price q^{pig} .

However, the Table also points to a number of new and very interesting results. First, the consumer price of energy increase at a significantly slower speed than the producer price (64% vs. 100%). Consequently, we do get the result that the tax is used to mitigate the impact of the energy price increase on consumers. Second, the per-unit tax decreases only very slightly. Third, and most interestingly the driving force in the adjustment appears to be the *decrease* in the Pigouvian tax

$$\tau^{pig} = \frac{q^{pig} - p_D}{p_D} = \frac{(p_D + \phi' / \mu) - p_D}{p_D} = \frac{\phi' / \mu}{p_D}.$$

This makes a lot of sense. The marginal social damage of the externality ϕ' / μ does not directly depend on the price of energy. Consequently, as p_D increase the Pigouvian tax *rate* quite naturally decreases.

To sum up, we find support for the argument that energy taxes should be used to alleviate the impact of an oil shock on consumers. However, the underlying reason is not of redistributive nature (the redistributive term remain more or less constant). The crucial element is an essentially purely arithmetic adjustment of the Pigouvian tax *rate*. Still, at the end of the day it remains that energy taxes ought to be adjusted so that consumers do not face the full impact of the world price increase in energy prices. Observe that producers who face a

Pigouvian tax rate benefit from a similar relief.

p_D	q	$p_D - q$	Implicit subsidy
1.0	0.8993	0.1007	10.07 %
1.1	0.9892	0.1108	10.07 %
1.2	1.0791	0.1209	10.07 %
1.3	1.1690	0.1310	10.07 %
1.4	1.2589	0.1411	10.08 %
1.5	1.3488	0.1512	10.08 %
1.6	1.4387	0.1613	10.08 %
1.7	1.5287	0.1713	10.08 %
1.8	1.6186	0.1814	10.08 %
1.9	1.7085	0.1915	10.08 %
2.0	1.7984	0.2016	10.08 %

Table 4. Implicit subsidy on households' energy price when $\varphi = 0$

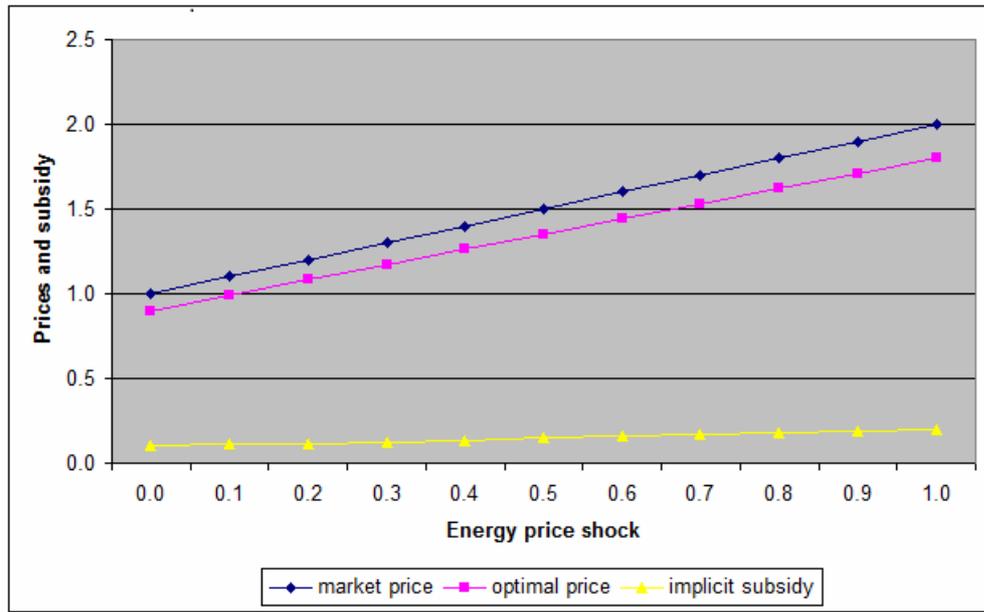


Figure 1: Prices and subsidy when $\varphi = 0$

p_D	q^{pig}	q	τ^{pig}	$q - p_D$	$\frac{q - p_D}{p_D}$	$\frac{\Delta q}{q_0}$	Implicit subsidy
1.0	1.4823	1.3359	0.4823	0.3359	33.59 %		9.88%
1.1	1.5769	1.4210	0.4769	0.3210	29.19 %	6,37%	9.88%
1.2	1.6718	1.5064	0.4718	0.3064	25.53 %	12,76%	9.89%
1.3	1.7668	1.5920	0.4668	0.2920	22.46 %	19,17%	9.90%
1.4	1.8622	1.6777	0.4622	0.2777	19.84 %	25,59%	9.90%
1.5	1.9577	1.7637	0.4577	0.2637	17.58 %	32,02%	9.91%
1.6	2.0534	1.8499	0.4534	0.2499	15.62 %	38,48%	9.91%
1.7	2.1493	1.9362	0.4493	0.2362	13.89 %	44,94%	9.92%
1.8	2.2454	2.0226	0.4454	0.2226	12.37 %	51,40%	9.92%
1.9	2.3416	2.1092	0.4416	0.2092	11.01 %	57,89%	9.92%
2.0	2.4380	2.1960	0.4380	0.1960	9.80 %	64,38%	9.93%

Table 5. Implicit subsidy on households' energy price when $\varphi = 0.05$

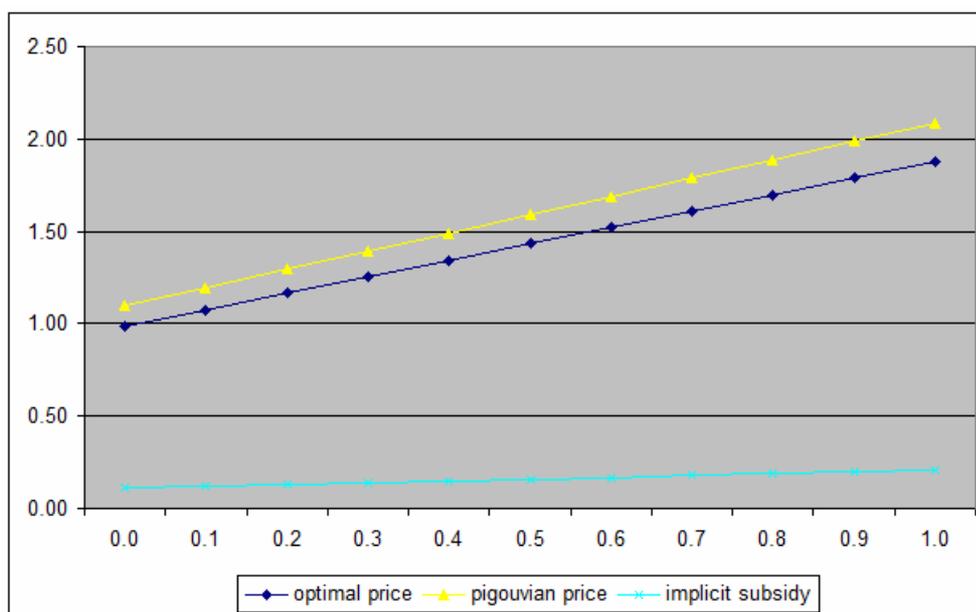


Figure 2: Prices and subsidy when $\phi = 0.24$

6. Conclusion

This paper examines if an energy price shock should be compensated by a reduction in energy taxes to mitigate its impact on consumer prices. Such an adjustment is often debated and advocated for redistributive reasons. Our investigation is based on a model on the model of optimal emission taxation developed by Cremer *et al.* (1998, 2003 and 2010). It characterizes second-best optimal taxes in the presence of an externality generated by energy consumption. Energy is used by households as a consumption good and by the productive sector as an input. We have shown that with some modification this model can be adapted to study the impact of an exogenous shock in the before tax price of energy. We have calibrated this model on US data and proceed with simulations of this empirical model. We have assumed that energy prices are subject to an exogenous shock. For different levels of this shock, we have calculated the optimal tax mix including income, commodity and energy taxes. We show that optimal

energy taxes are indeed affected by redistributive consideration and that optimal energy tax is *less* than the Pigouvian tax (marginal social damage). The difference is an implicit subsidy representing roughly 10% of the Pigouvian price. Interestingly, the simulations show that a variation in the energy price only has an almost negligible effect on this percentage. In other words, even a very large oil price increase will only have a small effect on the optimal tax on energy and the consumer price ought to increase (roughly) at the same rate as the world market producer price. Nevertheless, it appears that the energy tax is used to mitigate the impact of the energy shock. Specifically, when the world price of energy doubles, the consumer price (including taxes) only increases by 64%. However, this result is not explained by redistributive consideration but by the fact that the Pigouvian tax (rate) decreases as the price of energy increases. This is a purely arithmetic adjustment due to the fact that the marginal social damage does not change. Consequently, the marginal damage as a percentage of the energy price (which defines the Pigouvian tax rate) decreases as the price increases.

Appendix

A1. General income plus linear commodity taxes

The Lagrangian for the second-best problem is (where p is set equal to 1),

$$\begin{aligned} \mathfrak{L} = & \frac{1}{1-\eta} \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{1-\eta} + \\ & \mu \left\{ \mathbf{O}(K, L, D) - \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{x} \left(q, c^j; \theta^j \right) - rK - p_D \left[\sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) + D \right] - \bar{R} \right\} + \\ & \sum_j \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \mathbf{V} \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \right] + \gamma [w - \mathbf{O}_L(K, D, L)]. \quad (\text{A1}) \end{aligned}$$

where μ , λ^{jk} and γ are the multipliers associated respectively with the resource constraints, the incentive constraint and the endogenous wage condition. The first-order conditions are, for $j = 1, 2, 3, 4$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial q} = & \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \times \\ & \left[\mathbf{V}_q \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) \right] - \mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{x}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) + p_D \mathbf{y}_q \left(q, c^j; \theta^j \right) \right] + \\ & \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left[\mathbf{V}_q \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \right] = 0, \quad (\text{A2}) \\ \frac{\partial \mathfrak{L}}{\partial c^j} = & \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \\ & \varphi \pi^j \mathbf{y}_c \left(q, c^j; \theta^j \right) \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \mu \pi^j \left[\mathbf{x}_c(q, c^j; \theta^j) + p_D \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] + \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \\ & \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = 0, \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial I^j} &= \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \mu \mathbf{O}_L(L, K, D) \frac{\pi^j}{w} + \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \\ & \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \frac{1}{wn^k} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) - \gamma \frac{\pi^j}{w} \mathbf{O}_{LL}(L, K, D) = 0, \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial D} &= - \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \varphi + \\ & \mu [\mathbf{O}_D(L, K, D) - p_D] - \gamma \mathbf{O}_{LD}(L, K, D) = 0, \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial K} = \mu [\mathbf{O}_K(L, K, D) - r] - \gamma \mathbf{O}_{LK}(L, K, D) = 0, \quad (\text{A6})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial w} &= \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \mu \mathbf{O}_L(L, K, D) \frac{-1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \pi^j I^j + \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ & \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{I^k}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) + \gamma \left[1 + \frac{1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \pi^j I^j \mathbf{O}_{LL}(L, K, D) \right] = 0. \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

We now show that whereas the optimal tax on the polluting good is non-Pigouvian, the optimal tax on polluting input is Pigouvian. Consider first the polluting good tax. We have:

Proposition A1. *The optimal tax on the polluting good is non-Pigouvian.*

Proof. Multiply equation (A3) by $\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j)$, sum over j , and add the resulting equation to (A2). Simplifying, using Roy's identity, results in

$$\begin{aligned}
& -\varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \times \\
& \quad \left[\sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \right] \\
& \quad - \mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{x}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{x}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \\
& \quad - \mu p_D \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \\
& - \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \left[\lambda^{kj} \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{V}_c \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^k}; \theta^k \right) + \lambda^{jk} \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^k}; \theta^k \right) \right] = 0. \quad (\text{A8})
\end{aligned}$$

To simplify equation (A8), partially differentiate the j -type individual's budget constraint, $\mathbf{x}(q, c^j; \theta^j) + q\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) = c^j$, once with respect to c^j and once with respect to q . This yields

$$\mathbf{x}_c(q, c^j; \theta^j) + q\mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) = 1, \quad (\text{A9})$$

$$\mathbf{x}_q(q, c^j; \theta^j) + q\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) = -\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j). \quad (\text{A10})$$

Multiply equation (A9) by $\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j)$ and add the resulting equation to equation (A10). We get

$$\mathbf{x}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{x}_c(q, c^j; \theta^j) =$$

$$-q \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right]. \quad (\text{A11})$$

Substituting from equation (A11) into (A8), the latter equation is rewritten as

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \times \\ & \left\{ \mu(q - p_D) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \right\} \\ & - \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \left[\lambda^{kj} \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) + \lambda^{jk} \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) \right] = 0. \quad (\text{A12}) \end{aligned}$$

Next, rewrite the last term on the left-hand side of equation (A12) as

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \mathbf{V}_q \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right) = \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda_q^{kj} \mathbf{V}_q \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \\ & = \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda_c^{kj} \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \mathbf{y}(q, c^j; \theta^k), \quad (\text{A13}) \end{aligned}$$

where in going from the second to the last expression, we have made use of Roy's identity. Now substituting from (A13) into (A12) results in

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j) \right] \times \\ & \left\{ \mu(q - p_D) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \varphi D \right]^{-\eta} \right\} \\ & - \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \left\{ \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \left[\mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) - \mathbf{y}(q, c^j; \theta^k) \right] \right\} = 0. \end{aligned}$$

Denote the compensated demand function for y by $\tilde{\mathbf{y}}(q, c^j; \theta^j)$.

Substituting $\tilde{\mathbf{y}}_q(q, c^j; \theta^j)$ for $\mathbf{y}_q(q, c^j; \theta^j) + \mathbf{y}(q, c^j; \theta^j) \mathbf{y}_c(q, c^j; \theta^j)$ in above,

dividing the resulting equation by $\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \tilde{\mathbf{y}}_q(q, c^j; \theta^j)$, and rearranging yields

$$q - p_D = \frac{\varphi}{\mu} \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} + \frac{\sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \left\{ \mathbf{V}_c \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \left[\mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^k \right) \right] \right\}}{\mu \sum_{j=1}^4 \pi^j \tilde{\mathbf{y}}_q(q, c^j; \theta^j)}. \quad (\text{A14})$$

This proves that $q - p_D$ is non-Pigouvian unless the polluting good demand depends only on one's income but not on his taste so that the second expression on the right-hand side of (A14) will be zero. ■

Second, we prove that the input tax is Pigouvian regardless of individuals' tastes. The proof is facilitated through the following lemma.

Lemma A1. *In the optimal income tax problem (A1), and characterized by the first-order conditions (A2)–(A7), the Lagrange multiplier associated with the constraint $w = O_L(K, D, L)$, γ , is equal to zero.*

Proof. Multiply equation (A4) through by I^j / w , sum over j , and simplify to get

$$\frac{1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \frac{\pi^j I^j}{n^j} \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \mu L + \frac{1}{w^2} \sum_j \sum_{k \neq j} \left[\left(\frac{I^j}{n^j} \right) \lambda_L^{jk} \mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \left(\frac{I^j}{n^k} \right) \lambda_L^{kj} \mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) \right] - \frac{1}{w^2} \gamma \mathbf{O}_{LL}(L, K, D)(wL) = 0. \quad (\text{A15})$$

Substituting (A15) into (A7) and simplifying, we get

$$\sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^j}{n^k} \right) \lambda_L^{kj} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = \gamma w^2 + \sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^k}{n^j} \right) \lambda_L^{jk} \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right). \quad (\text{A16})$$

Then rewrite the left-hand side of (A16) as

$$\sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^j}{n^k} \right) \lambda_L^{kj} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = \sum_j \sum_{k \neq j} \left(\frac{I^k}{n^j} \right) \lambda_L^{jk} \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^j}; \theta^j \right). \quad (\text{A17})$$

Substituting from (A17) into (A16) implies

$$\gamma = 0.$$

■

Observe that Lemma A1 is in fact an application of the production efficiency result as it tells us that $w = \mathbf{O}_L(K, D, L)$ imposes no constraint on our second-best problem. Using this lemma, we can easily show:

Proposition A2. *The optimal tax on energy input is Pigouvian.*

Proof. Using the result that $\gamma = 0$ in the first-order conditions (A4)–(A7), simplifies them to

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial I^j} &= \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) + \\ &\mu \pi^j + \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \frac{1}{wn^j} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \sum_{k \neq j} \lambda^{kj} \frac{1}{wn^k} \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^k}; \theta^k \right) = 0, \quad (\text{A18}) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial D} = -\sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \varphi +$$

$$\mu [\mathbf{O}_D(L, K, D) - p_D] = 0, \quad (\text{A19})$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial K} = \mu [\mathbf{O}_K(L, K, D) - r] = 0, \quad (\text{A20})$$

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial w} = \sum_{j=1}^4 \pi^j \left[\mathbf{V} \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) - \varphi \sum_{j=1}^4 \pi^j \mathbf{y} \left(q, c^j; \theta^j \right) - \varphi D \right]^{-\eta} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) +$$

$$\mu \mathbf{O}_L(L, K, D) \frac{-1}{w^2} \sum_{j=1}^4 \pi^j I^j + \sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{-I^j}{n^j w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^j, \frac{I^j}{wn^j}; \theta^j \right) +$$

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{k \neq j} \lambda^{jk} \left(\frac{I^k}{n^k w^2} \right) \mathbf{V}_L \left(q, c^k, \frac{I^k}{wn^k}; \theta^k \right). \quad (\text{A21})$$

That the input tax is Pigouvian follows immediately from equation (A19).

■

References

- [1] Bourguignon, F and A. Spadaro, Social preferences revealed through effective marginal tax rates, Mimeo, 2000.
- [2] Cremer, H., F. Gahvari and N. Ladoux (1998), "Externalities and optimal taxation", *Journal of Public Economics*, 70, 1998, 343-364.
- [3] Cremer, H., F. Gahvari and N. Ladoux (2003), "Environmental taxes with heterogeneous consumers: an application to energy consumption in France", *Journal of Public Economics*, 87, 2003, 2791-2815.
- [4] Cremer, H., F. Gahvari and N. Ladoux (2010), "Environmental tax design with endogenous earning abilities (with applications to France)", *Journal of Environmental Economics and Management*, 59, 2010, 82-93.