

Synthèse CFE-57

MFG R&D

Les recherches menées dans le cadre du contrat de recherche CFE-57 ont pour but d'utiliser les nouveaux outils mathématiques ainsi que les nouveaux algorithmes issus de la théorie des jeux à champ moyen afin de modéliser la production du pétrole à long terme.

Cet objectif méthodologique part du principe relativement simple que la modélisation de la production d'une ressource épuisable quelconque peut s'écrire sous la forme d'un problème forward/backward, la dimension backward relevant de l'aspect optimisation (les producteurs seront toujours supposés planifier de manière optimale leurs réserves) alors que l'aspect forward est lié à la dynamique, et donc à l'épuisement, des réserves. Nous montrons que ce type de problèmes forward/backward possède une représentation de type MFG qui se traduit sous la forme de deux équations aux dérivées partielles. L'un des axes de recherche fut d'exploiter la spécification MFG du problème, spécification inédite pour les problèmes de ressources épuisables, afin d'en déduire des résultats nouveaux.

Nous avons tout d'abord repris l'analyse lagrangienne de la dynamique de production d'une ressource épuisable. Cette approche nous a permis de discuter les résultats classiques de Hotelling ainsi que le concept de pic de Hubbert (même si nous ne considérons pas l'évolution de l'exploitation des puits depuis leur découverte) et de développer de nouveaux algorithmes de point fixe donnant la solution optimale (un équilibre de Nash en réalité) d'exploitation d'une ressource épuisable. Ce premier axe nous a permis d'aboutir à une solution de référence dans un cadre simplifié.

Ce premier cadre est en réalité fort simplifié car les outils classiques d'optimisation ne permettent pas l'introduction, ni d'un aspect aléatoire, ni d'externalités. Nous mettons de fait en avant le caractère rigide de l'approche lagrangienne et introduisons les outils à même de répondre à notre problème dans un cadre généralisé et très ouvert à des extensions. Le problème que nous reprenons est le même mais nous avons simplement initialement la possibilité d'adjoindre à la dynamique des réserves un bruit afin de modéliser les imperfections quant à l'estimation des réserves dans les

puits pétroliers ou les aléas de l'exploitation. Ce nouveau problème se révèle inabordable par des méthodes lagrangiennes et nous introduisons donc une approche par équation de Hamilton-Jacobi-Bellman, équation qui se doit d'être couplée, afin de tenir compte de l'évolution des réserves et pour déterminer les prix d'équilibre, à une équation de transport de type Kolmogorov ou Fokker-Planck.

Résoudre le problème se ramène donc, dans ce cas généralisé à résoudre un système de deux équations aux dérivées partielles couplés, l'une des équations étant forward, la seconde backward. Cette manière de voir le problème permet par exemple de relier la fonction de Bellman à la rente de Hotelling et permet surtout d'écrire les prix comme une fonctionnelle de la distribution des réserves. Ainsi, si l'on se replace dans l'optique générale de la théorie des jeux à champ moyen, la production d'une ressource épuisable dans un univers économique de concurrence pure et parfaite apparaît comme un cas particulier de système MFG et l'on voit que l'on peut aisément considérer une autre fonctionnelle de la distribution des réserves sans pour autant changer la nature mathématique du problème ni les algorithmes de simulation. C'est ainsi que nous considérons un cas particulier de fonctionnelle correspondant à une situation où les producteurs de pétrole se font non seulement concurrence en prix mais aussi, en un certain sens, concurrence en quantité puisqu'ils veulent tous produire avant les autres pour ne pas être l'un des acteurs de la fin de l'ère pétrolière.

Cette approche du problème a nécessité le développement d'algorithmes nouveaux afin de résoudre les systèmes d'EDP, algorithmes très généraux puisqu'ils s'appliquent tant aux problèmes déterministes, qu'aux problèmes stochastiques et de surcroît en présence d'externalités.

Si les aspects précédents relèvent à bien des égards de nouvelles méthodologies, nous avons aussi utilisé le modèle afin d'analyser le marché de la production pétrolière en présence d'entrants potentiels produisant un substitut imparfait au pétrole mais basé sur une source d'énergie renouvelable. L'intérêt de cet axe dans notre étude est *in fine* de mettre en évidence un effet pervers dans la venue des énergies renouvelables puisque, par un effet d'équilibre général, la menace potentielle de l'entrée sur la marché de l'énergie de producteurs d'énergies renouvelables a pour effet, dans un univers concurrentiel d'accélérer l'extraction de pétrole. Dès lors, nous analysons l'impact, en terme de coût environnemental, d'une subvention à l'entrée pour les

producteurs d'énergies renouvelables et nous mettons en évidence des conditions sous lesquelles une telle subvention est néfaste.