



INSTITUT  
D'ÉCONOMIE  
INDUSTRIELLE

## RAPPORT FINAL DE LA RECHERCHE :

### *Changement climatique et progrès technique endogène*

Présenté par

L'INSTITUT D'ÉCONOMIE INDUSTRIELLE  
(IDEI)

Université de Toulouse 1 – Sciences Sociales  
Manufacture des Tabacs – Bât F  
Aile Jean-Jacques Laffont  
21 allée de Brienne  
31000 Toulouse

Et

LE CONSEIL FRANÇAIS DE L'ÉNERGIE  
(CFE)

3 rue Treilhard  
75008 Paris

Décembre 2009

Contrat CFE - 47

# 1 Introduction

Ce document présente une synthèse des résultats de la recherche « Changement climatique et progrès technique endogène », entreprise dans le cadre du partenariat engagé en 2007 entre le Conseil Français de l’Energie (CFE) et l’Institut d’Economie Industrielle (IDEI).

L’objectif de ces recherches est de calibrer, sur données réelles, un modèle de croissance endogène dans lequel des ressources épuisables polluantes contribuent à l’effet de serre, et d’analyser les liens entre politiques environnementales et innovations technologiques. Dans un travail méthodologique préliminaire, nous avons développé un modèle intégrant le module climatique du modèle DICE<sup>1</sup> et les caractéristiques technologiques du modèle ENTICE-BR<sup>2</sup> (cf. Rapport 2007 fourni en annexes).

L’intérêt de nos travaux par rapport aux modèles existants est que nous ne restreignons pas l’analyse à une comparaison des seuls scénarii optimaux et de laisser-faire, mais nous cherchons à caractériser au contraire l’ensemble des équilibres en économie décentralisée. Ceci nous permet d’identifier précisément les canaux de transmissions des effets des différentes politiques économiques, notamment à travers les prix de marchés. A ce stade, l’article issu de ces recherches a été présenté notamment lors de l’EAERE 2007 et du CREE 2007.

Dans un deuxième article (cf. Rapport 2008), nous actualisons la partie numérique du modèle sur la base de la version 2008 de DICE (qui n’était pas encore disponible au début du projet). Nous mettons par ailleurs l’accent sur certains résultats de second rang. Cet article est publié dans la *Revue d’Economie Politique* et a également fait l’objet de plusieurs communications (dont le congrès annuel de l’Association Française de Sciences Economiques en 2008).

Enfin, dans un 3<sup>ème</sup> article, nous prenons non seulement en compte la nécessité d’intensifier la recherche « verte » mais également de mettre au point des techniques d’abattement propres aux ressources fossiles, comme le piégeage et stockage du CO<sub>2</sub> (CCS)<sup>3</sup>. L’article qui en résulte a été soumis à *Resource and Energy Economics* et été présenté, par exemple, au Congrès annuel de l’Association Européenne d’Economie de l’Environnement en 2008.

L’objet du présent rapport est de présenter l’essentiel des résultats issus de ces derniers développements. La liste des différentes communications ainsi que les documents de travail et publications liés à cette recherche sont fournis en annexe (cf. document joint).

---

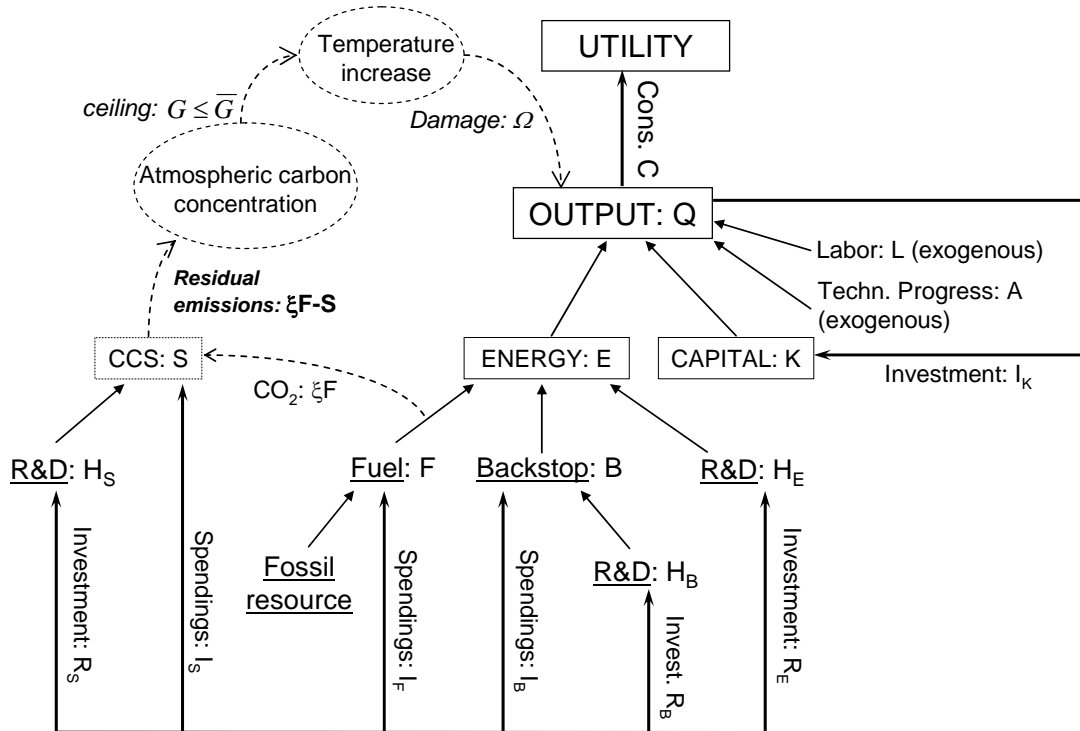
<sup>1</sup> Nordhaus, W.D., Boyer, J. (2000). *Warming the world: Economic models of global warming*. Cambridge, MA: MIT Press.

<sup>2</sup> Popp, D., (2006). ENTICE-BR: The effects of backstop technology R&D on climate policy models. *Energy Economics* 28, 188-222.

<sup>3</sup> Ceci se justifie notamment par la relative importance des réserves de charbon et le potentiel non négligeable de certaines ressources fossiles non-conventionnelles de type schistes bitumineux, toutes deux fortement chargées en éléments carbonés, face à des énergies renouvelables disponibles pour certaines à des coûts encore prohibitifs.

## 2 Le modèle

L'architecture du modèle est représentée graphiquement par la Figure 1.



**Figure 1. Représentation schématique du modèle**

L'output total ( $Q$ ) est produit à partir de trois facteurs : du travail ( $L$ ), du capital ( $K$ ) et de l'énergie ( $E$ ). Ce dernier input résulte de la combinaison de deux types d'énergies primaires : un combustible fossile ( $F$ ) qui, pour l'essentiel, regroupe pétrole, gaz et charbon ; et un substitut renouvelable et non-carboné appelé « backstop » ( $B$ ), comprenant toutes les formes d'énergies primaires alternatives.

La combustion des ressources fossiles est génératrice d'émissions de  $\text{CO}_2$ . Une partie de ces émissions peut être capturée à la source et stockée dans des réservoirs géologiques grâce à une technologie appropriée (CCS).

On considère trois secteurs de R&D dans l'économie. Ils sont respectivement dédiés au secteur de l'énergie, à celui de la backstop et à la séquestration du carbone. Dans chacun des cas, ils permettent d'améliorer progressivement la productivité des secteurs concernés.

L'output total est utilisé pour la consommation des ménages ( $C$ ) et pour deux types d'investissements : i) les investissements productifs qui permettent d'accumuler du capital ( $I_K$ ), de produire la backstop ( $I_B$ ), d'extraire les ressources fossiles ( $I_F$ ) et de séquestrer ( $I_S$ ). ii) les investissements en R&D utilisés dans les trois secteurs mentionnés ci-dessus (respectivement,  $R_E$ ,  $R_B$  et  $R_S$ ).

Cette description correspond à la partie strictement économique du modèle et elle est représentée en traits pleins dans la Figure 1.

Les émissions résiduelles (i.e. après séquestration éventuelle) de CO<sub>2</sub> s'accumulent progressivement dans l'atmosphère. Ce stock accumulé ( $G$ ) a pour effet d'accroître progressivement la température atmosphérique moyenne. L'effet négatif que cette hausse provoque sur l'économie est pris en compte par une fonction de dommage ( $\Omega$ ), qui représente l'ensemble des coûts subis (montée des eaux, déplacements des populations, baisse de rendements agricoles, développement de certaines maladies, phénomènes météorologiques extrêmes...). Cependant, étant donné la nature irréversible et fortement incertaine des conséquences du changement climatique, il se peut que cette fonction ne puisse prendre en compte toute la réalité des dommages encourus. C'est pourquoi, pour se prémunir contre des phénomènes extrêmes et/ou irréversibles, nous introduisons la possibilité pour les autorités d'imposer un plafond maximum ( $\bar{G}$ ) au stock de carbone accumulé dans l'atmosphère.

Cette description correspond à la partie climatique du modèle et à ses rétroactions sur l'économie. Elle est représentée en pointillés dans la Figure 1.

La caractérisation formelle du modèle est présentée en annexes.

Dans l'économie décrite ci-dessus, il y a deux types de distorsions. D'une part, les émissions carbonées liées à la combustion des ressources fossiles. D'autre part, l'insuffisance des moyens mis dans les différents secteurs de recherche, laquelle tient à la nature même de cette activité qui consiste à produire de la connaissance, et qui conduit à une production sous-optimale d'innovations. Pour corriger ces deux types de distorsions, nous supposons que les autorités utilisent deux types d'outils : i) une taxe carbone  $\tau$  (ou, ce qui ici serait équivalent, un marché de permis négociables) sur les émissions résiduelles (i.e. après séquestration) et ii) des subventions spécifiques à chaque secteurs de R&D, respectivement  $\sigma_B$ ,  $\sigma_E$ ,  $\sigma_S$ .

### 3 Calibration, scenarii et synthèse des résultats

Les formes fonctionnelles et la calibration des paramètres qui leur sont associés proviennent principalement de la dernière version du modèle DICE (Nordhaus, 2008) concernant la partie climatique, les dommages, l'output final, les préférences et l'évolution démographique. La modélisation de la partie énergie (énergie finale, combustible fossile et backstop) ainsi que des secteurs de R&D associés est issue du modèle ENTICE-BR (Popp, 2006). Pour représenter la technologie CCS, nous nous basons sur le modèle DEMETER (Gerlagh et van der Zwaan, 2006) et nous calibrons les différents paramètres de cette fonction à l'aide des rapports du GIEC sur le sujet (IPCC, 2005). La calibration des autres paramètres provient des données de l'AIE. Tous ces détails sont résumés en annexe. Nous considérons l'économie mondiale et nous prenons 2005 comme année de référence.

Afin d'étudier l'effet des différentes politiques économiques (politique environnementale et politiques dédiées de recherche), nous analysons les six scenarii suivants selon que l'on corrige aucune, une ou plusieurs des distorsions.

- A : « Laisser faire ». Il n'y a aucune intervention publique, ni subventions R&D, ni taxe carbone.

- B : il n'y a pas de subventions R&D, et la taxe carbone est fixée à son niveau de l'optimum de 2<sup>nd</sup> rang<sup>4</sup>.
- C : il n'y a pas de taxe carbone et les trois subventions R&D sont fixées à leurs niveaux optimaux.
- D : la taxe carbone et les subventions R&D sont aux niveaux permettant d'atteindre l'optimum de premier rang.

Ces quatre scénarii (A, B, C, D) sont construits sans contrainte de plafond. Les deux derniers prennent en compte ce plafond.

- E : la taxe carbone et les subventions R&D sont aux niveaux qui permettent d'atteindre l'optimum, avec une contrainte de plafond de carbone de 550 ppm.
- F : même type de scénario que E, mais avec une contrainte de plafond de 450 ppm.

En résumé, les différents scénarii sont les suivants :

	Taxe $\tau_t$	Subv. $\sigma_{i,t}$	Plafond	
A	0	0	non	Laisser-faire
B	$\tau_t^{sb}$	0	non	Taxe 2 <sup>nd</sup> rang, pas de subvention
C	0	$\sigma_t^0$	non	Subv. R&D, pas de taxe
D	$\tau_t^0$	$\sigma_t^0$	non	Optimum de 1 <sup>er</sup> rang
E	$\tau_t^{550}$	$\sigma_t^0$	oui	Optimum, plafond de 550 ppm
F	$\tau_t^{450}$	$\sigma_t^0$	oui	Optimum, plafond de 450 ppm

**Tableau 1. Les différents scénarii.**

Avant de détailler les différents résultats numériques issus de nos simulations, nous présentons ci-dessous un tableau synthétique expliquant l'impact des différents outils de politiques économiques sur l'ensemble des variables de l'économie, profils temporels de prix et de quantités.

<sup>4</sup> Pour plus de détails concernant les politiques de second rang, nous renvoyons au rapport intermédiaire 2008 et à l'article Girmaud et Lafforgue (2008) publié dans la Revue d'Economie Politique.

	$X$	$\Delta X _{A \rightarrow D}$	$\Delta X _{A \rightarrow B}$	$\Delta X _{A \rightarrow C}$	$\Delta X _{D \rightarrow E, F}$
<b>prix</b>	Prix fossile	-	-	~	-
	Coût utilisation fossile	+	+	~	+
	Prix backstop	-	~	-	-
	Prix énergie	+	+	-	+
	Valeur innovations dans B	+	~	+	+
	Valeur innovations dans E	-	~	-	~
	Valeur innovations dans S	+	+	~	+
<b>quantités</b>	Combustible fossile	-	-	- (faible)	-
	Backstop	+	+ (faible)	+	+
	Energie	-	-	+	-
	CCS	+	+ (faible)	~	+
	Innovation dans B	+	~	+	+
	Innovation dans E	+	~	+	~
	Innovation dans S	+	+ (faible)	~	+
	Inv. R&D dans B	+	~	+	+
	Inv. R&D dans E	+	~	+	~
	Inv. R&D dans S	+	+ (faible)	~	+
	Inv. dans B	+	+	+	+
	Inv. dans F	-	-	- (faible)	-
	Inv. dans CCS	+	+ (faible)	~	+
	CO2 atmosph.	-	-	- (faible)	-
	Température	-	-	- (faible)	-
	Output final	- puis +	- puis +	+	- puis +
	Consommation	+	- puis +	+	- puis +

**Tableau 2. Synthèse des résultats**

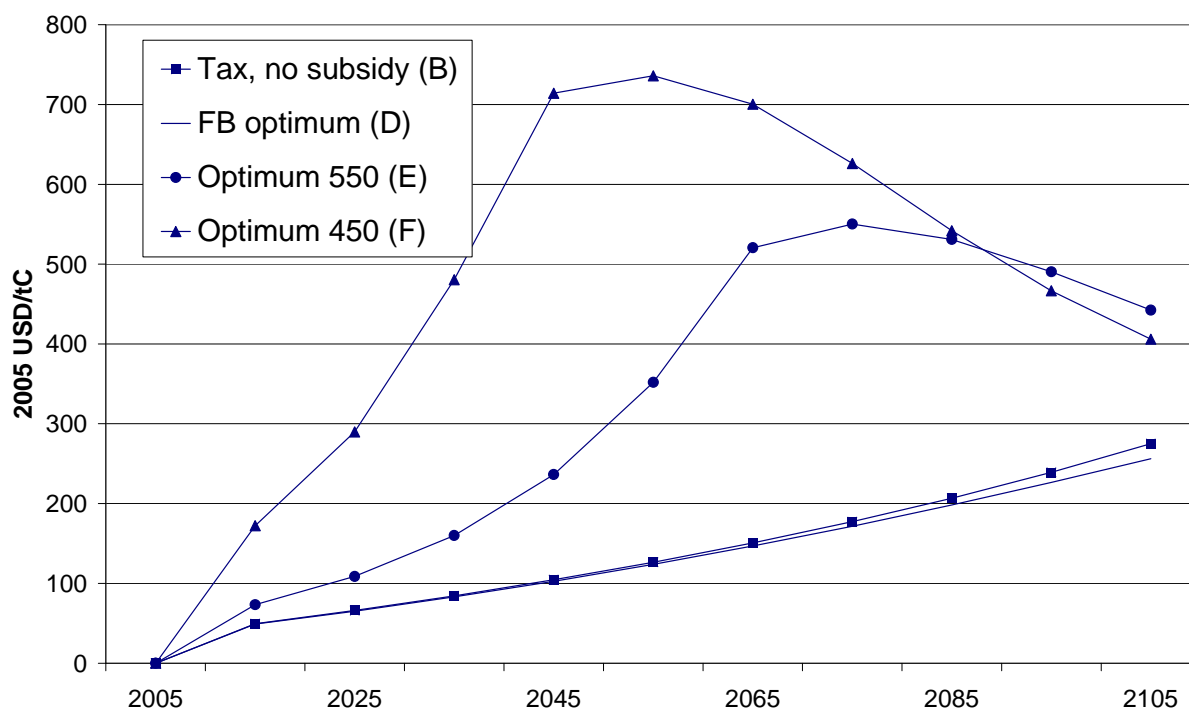
La lecture de ce tableau se fait de la façon suivante. Le terme  $\Delta X|_{A \rightarrow D}$  désigne le sens de variation de la variable  $X$ , à la suite du passage du scénario A au scénario D, c'est-à-dire pour une augmentation simultanée de la taxe carbone de 0 à son niveau optimal  $\tau_t^0$ , et des subventions R&D de 0 à leurs niveaux optimaux  $\sigma_t^0$ .  $\Delta X|_{A \rightarrow B}$  indique le sens de variation de  $X$  lorsque la taxe carbone augmente de 0 à  $\tau_t^{sb}$ , pour des niveaux de subventions recherche demeurant nuls. De façon similaire,  $\Delta X|_{A \rightarrow C}$  concerne le cas où toutes les subventions R&D augmentent de 0 à  $\sigma_t^0$ , la taxe carbone restant nulle. Enfin,  $\Delta X|_{D \rightarrow E, F}$  concerne les cas où, partant de l'optimum de 1<sup>er</sup> rang (i.e. scénario D), la taxe carbone augmente à la suite de la mise en place d'un plafond de concentration, les subventions R&D restant optimales. Le signe + indique que la variable  $X$  augmente, le signe - qu'elle diminue et le signe ~ que ses variations sont insignifiantes.

Dans les sections qui suivent, nous présentons les résultats les plus significatifs de façon plus détaillée (en particulier, ampleur et évolution temporelle de ces variations).

## 4 Résultats numériques

### 4.1 Taxe carbone optimale

La taxe carbone est nulle dans les scénarii A (laisser-faire) et C (correction de la seule distorsion R&D). Nous avons calculé la taxe carbone optimale dans les quatre scénarii : B (correction de la seule distorsion environnementale, auquel cas la taxe est une taxe de 2<sup>nd</sup> rang), D (optimum de 1<sup>er</sup> rang), E (plafond 550 ppm) et F (plafond 450 ppm). Les résultats obtenus, où la taxe est exprimée en dollar par tonne de carbone, sont représentés dans le graphique suivant.



**Figure 2. Taxes optimales de premier et de second rang.**

Ce graphique appelle les remarques suivantes.

En premier lieu, sur la période 2005-2080, la taxe carbone optimale est d'autant plus élevée que la contrainte environnementale est forte. En effet, l'introduction d'un plafond maximum conduit à une augmentation de la taxe (par rapport à l'optimum de 1<sup>er</sup> rang où il n'y a pas de plafond). De plus, lorsque ce plafond diminue, la taxe carbone augmente.

En deuxième lieu, la taxe de 2<sup>nd</sup> rang lorsqu'il n'y a pas de subvention R&D (scenario B) est toujours supérieure à la taxe de 1<sup>er</sup> rang. Même si les écarts observés sont faibles, ce résultat confirme ceux qui ont été obtenus dans un modèle sans CCS (cf. rapport intermédiaire 2008).

En troisième lieu, *cette taxe est croissante avec le temps dans les cas sans plafond. S'il y a un plafond, elle augmente jusqu'à la date où ce stock de plafond est atteint ; puis elle décroît. Pourquoi ces résultats ?*

Par définition, la taxe carbone optimale à la date  $t$  est le coût social, exprimé en dollar, de l'émission à la date  $t$  d'une unité de carbone dans l'atmosphère.

Lorsqu'il n'y a pas de plafond, ce coût social est la valeur présente des pertes (exprimées en dollars) subies par l'ensemble des générations (à partir de la date  $t$ ) du fait du réchauffement climatique ; dans notre modélisation, ces pertes sont formalisées par la fonction de dommage empruntée à Nordhaus. Lorsqu'on impose un plafond maximum au stock de carbone, le coût social comprend deux éléments : le premier est celui qui a été évoqué ci-dessus, c'est-à-dire le coût du réchauffement climatique ; le second est le coût social directement subi par la société du fait de la contrainte de plafond.

Lorsqu'il n'y a pas de plafond (scenarii B et D) ou, s'il y a un plafond (scenarii E et F), lorsqu'il n'est pas atteint, la taxe carbone est croissante et ceci pour trois raisons que l'on peut résumer par trois effets : l'effet *régénération*, l'effet *préférence pour le présent* et l'effet *richesse*.

Supposons qu'une unité de carbone soit émise à la date  $t$ . Cette unité va provoquer une hausse de température qui va affecter toutes les générations vivant entre  $t$  et (en théorie) l'infini. Considérons un agent, appartenant à l'une de ces générations, et vivant à la date  $s = t + \Delta$ . Décomposons les effets qu'aura cette unité émise sur l'agent :

i) La nocivité de cette unité de carbone va progressivement (bien que très lentement) diminuer au cours du temps, puisque l'environnement se régénère. Lorsque la date d'émission  $t$  augmente, l'écart de temps  $\Delta$  diminue. Donc, le coût du changement climatique supporté par l'agent vivant à la date  $s$  augmente. Ceci est vrai pour tous les agents vivant entre  $t$  et l'infini. Donc, cet élément, que l'on peut qualifier d'*effet régénération*, contribue à accroître la taxe carbone en  $t$ .

ii) Il faut tenir compte du fait que la taxe carbone est fixée à la date  $t$ . Cette taxe est donc la valeur actuelle, i.e. la valeur calculée en  $t$ , du coût subi à la date  $s$ . Supposons, hypothèse faite de façon très générale dans la littérature, que les consommateurs ont une certaine préférence pour le présent<sup>5</sup>. Lorsque  $t$  augmente, le consommateur vivant en  $t$  est de plus en plus sensible au coût subi en  $s$  ; de façon équivalente, ceci signifie que la valeur actuelle en  $t$  d'un coût subi en  $s$  augmente. Ce deuxième élément, que l'on peut qualifier d'*effet préférences pour le présent*, contribue également à accroître la taxe carbone en  $t$ .

iii) Du fait de la croissance de l'économie, et donc de la consommation des ménages, il est de plus en plus coûteux de compenser les consommateurs pour les dommages environnementaux subis (schématiquement, un degré de température supplémentaire est plus « coûteux » pour un consommateur riche que pour un consommateur pauvre). Cet effet, qualifié d'*effet richesse*, contribue aussi à accroître la taxe en  $t$ .

Ces trois éléments contribuent à expliquer pourquoi la taxe carbone croît progressivement dans le temps.

---

<sup>5</sup> C'est la valeur de ce paramètre psychologique qui a fait l'objet de débats entre N. Stern, W.D. Nordhaus et N. Weitzman.

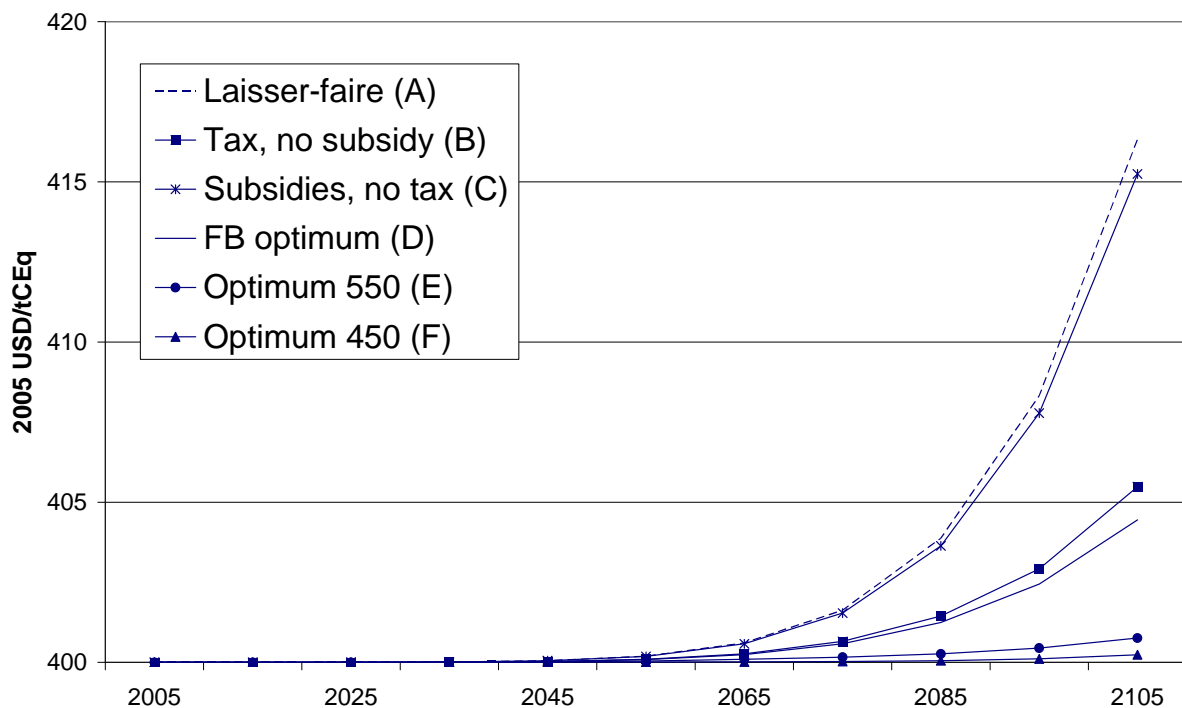


Lorsqu'on impose un plafond, la taxe carbone devient décroissante à partir de la date où ce plafond est atteint : en effet, une fois le plafond atteint, la contrainte pesant sur la société diminue à mesure que le temps passe, parce que la période de temps pendant laquelle le plafond est contraignant diminue progressivement.

Pour finir, il peut être utile de rappeler quelques données afin d'améliorer la compréhension des résultats. Nous savons qu'une tonne de carbone est équivalente à 3,667 tonnes de CO<sub>2</sub>. D'autre part, un litre d'essence génère 2,151 kg de CO<sub>2</sub>, ce qui correspond à 0,586 kg de carbone (2,151/3,667). En 2100, la taxe carbone à l'optimum de premier rang (pas de plafond) est de 256\$ par tonne de carbone. Ceci correspond à 256×0,586=150\$ pour 1000 litres d'essence, soit 0,15\$ par litre. Dans le cas d'un plafond maximum de 550 ppm, ce plafond est atteint en 2075. A cette date, la taxe carbone optimale est de 550\$ par tonne de carbone, ce qui correspond à (550×0,586)/1000=0,32\$ par litre d'essence. Lorsque ce plafond maximum est fixé à 450 ppm, il est atteint en 2055. A cette date, la taxe carbone optimale est de 735\$ par tonne de carbone, soit (735×0,586)/1000=0,43\$ par litre d'essence.

## 4.2 Prix des énergies

Les politiques économiques mises en œuvre (taxe carbone et subventions aux différents secteurs de recherche) ont, de façon générale, des *effets directs sur tous les prix qui se fixent sur l'ensemble des marchés*. Analysons ici l'impact sur deux d'entre eux (ceux des énergies primaires) : le prix de la ressource fossile, et le prix de la backstop non carbonée.



**Figure 3. Prix de la ressource fossile.**

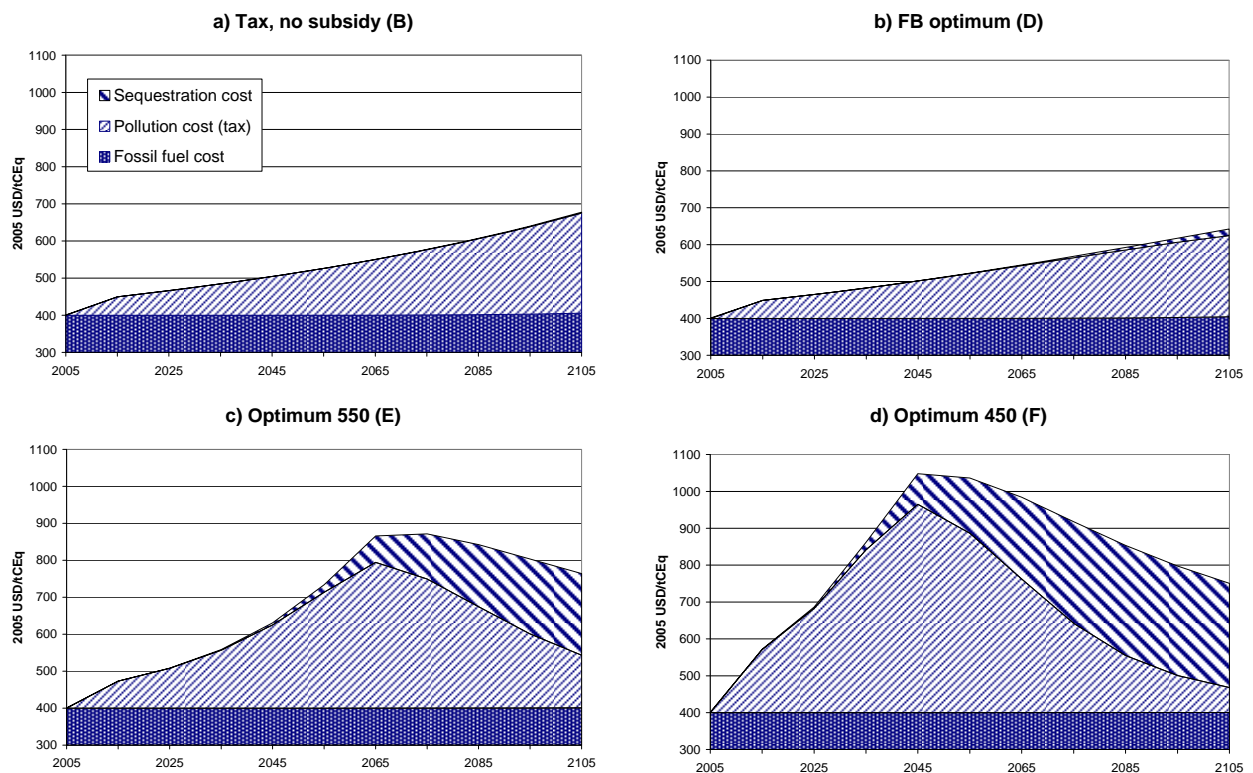
Pour ce qui concerne le prix de la ressource fossile (cf. Figure 3), un résultat clair se dégage : *plus la taxe carbone est élevée, plus ce prix est faible*. En effet, dans les scénarii A et

C où le carbone n'est pas taxé, ce prix est à son niveau maximum. A l'opposé, lorsque le carbone est fortement taxé (scénarii E et F, avec plafonds), il est à son niveau minimum. Les scénarii B et D constituent des cas intermédiaires. Ce résultat signifie que *la taxe carbone génère un transfert de rente* : cette rente est prélevée sur les producteurs de ressource fossile et elle revient aux utilisateurs. Il confirme les travaux théoriques qui ont été réalisés dans ce domaine ; de plus, ce modèle peut permettre d'évaluer le montant de ces transferts.

Malgré la baisse du prix de la ressource fossile provoquée par une taxe carbone, son coût moyen d'utilisation, lui, augmente. En effet, lorsque le carbone est taxé, les entreprises sont incitées à séquestrer une partie de ce carbone. Dès lors, pour les utilisateurs de l'énergie fossile, le coût moyen est obtenu en ajoutant au « prix-producteur » :

- d'une part, la taxe sur le CO<sub>2</sub> non séquestré (c'est-à-dire émis dans l'atmosphère) ;
- d'autre part, le coût engagé dans l'activité de séquestration.

Les quatre graphiques de la Figure 4 présentent les principaux résultats obtenus pour les scénarii B, D, E et F (les scénarii A et C n'apparaissent pas car ils correspondent au cas où la taxe carbone est nulle : le coût d'utilisation de la ressource est alors égal au prix-producteur).



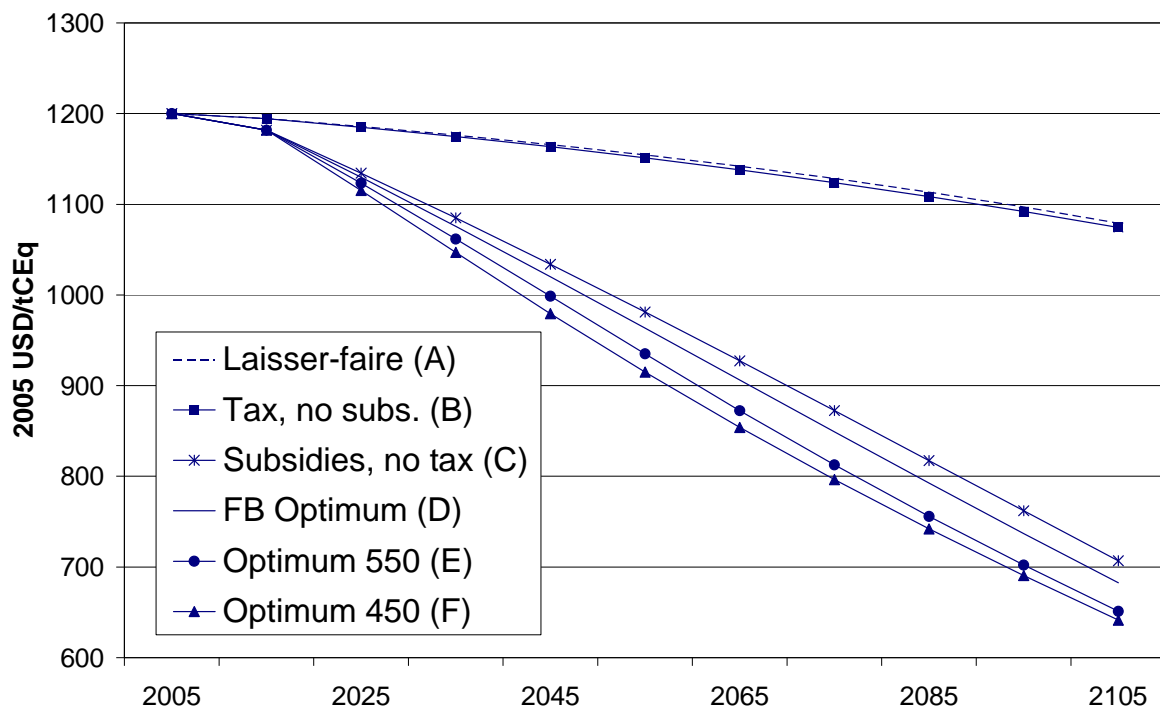
**Figure 4. Décomposition du coût moyen d'utilisation de la ressource fossile.**

Ces résultats sont clairs : *plus la taxe carbone est élevée, plus le coût moyen d'utilisation de l'énergie fossile* (représenté par l'enveloppe supérieure de chaque courbe) *augmente* (alors que, comme on l'a vu plus haut, le « prix-producteurs » diminue). Dans tous

les cas, la taxe carbone creuse sensiblement l'écart entre prix-producteurs et prix-utilisateur de la ressource fossile.

Enfin, la séquestration n'est utilisée de façon conséquente que si la taxe carbone a un niveau suffisamment élevé. Dans notre modélisation, il s'agit essentiellement des scénarii E et F, c'est-à-dire ceux pour lesquels il y a un plafond de carbone suffisamment contraignant.

Pour ce qui concerne *le prix de la backstop non carbonée*, il apparaît clairement que *les subventions à la R&D font baisser ce prix* : dans les scénarii A et B (où il n'y a pas de subventions à la R&D), le prix est plus élevé que dans les quatre autres scénarii (où les secteurs de R&D sont subventionnés).



**Figure 5. Prix de la backstop.**

Enfin, un dernier résultat apparaît : *il y a peu d'effets croisés sur les prix*. En effet, la taxe carbone a un fort effet sur le prix des marchés de la ressource fossile (cf. ci-dessus), mais elle a peu d'effet sur le prix de la backstop : le passage du scénario A au scénario B se fait par une augmentation de la taxe-carbone, les subventions-R&D restant nulles ; le prix de la ressource fossile diminue fortement, et le prix de la backstop est à peu près inchangé. De même, les subventions à la R&D ont peu d'effet sur le prix de la ressource fossile, mais un effet important sur le prix de la backstop : le passage du scénario A au scénario C se fait par une augmentation des subventions-R&D, la taxe carbone restant nulle ; le prix de la ressource fossile est à peu près inchangé, alors que le prix de la backstop diminue fortement.

## 4.2 R&D

Rappelons qu'il y a ici trois secteurs de R&D, respectivement dédiés à l'énergie (E), à la backstop (B), et à la séquestration (S). Intéressons-nous principalement aux secteurs R&D-backstop et R&D-CCS. Les graphiques qui suivent montrent l'impact des politiques économiques sur la valeur des innovations dans ces secteurs et sur les choix d'investissements réalisés par les entreprises.

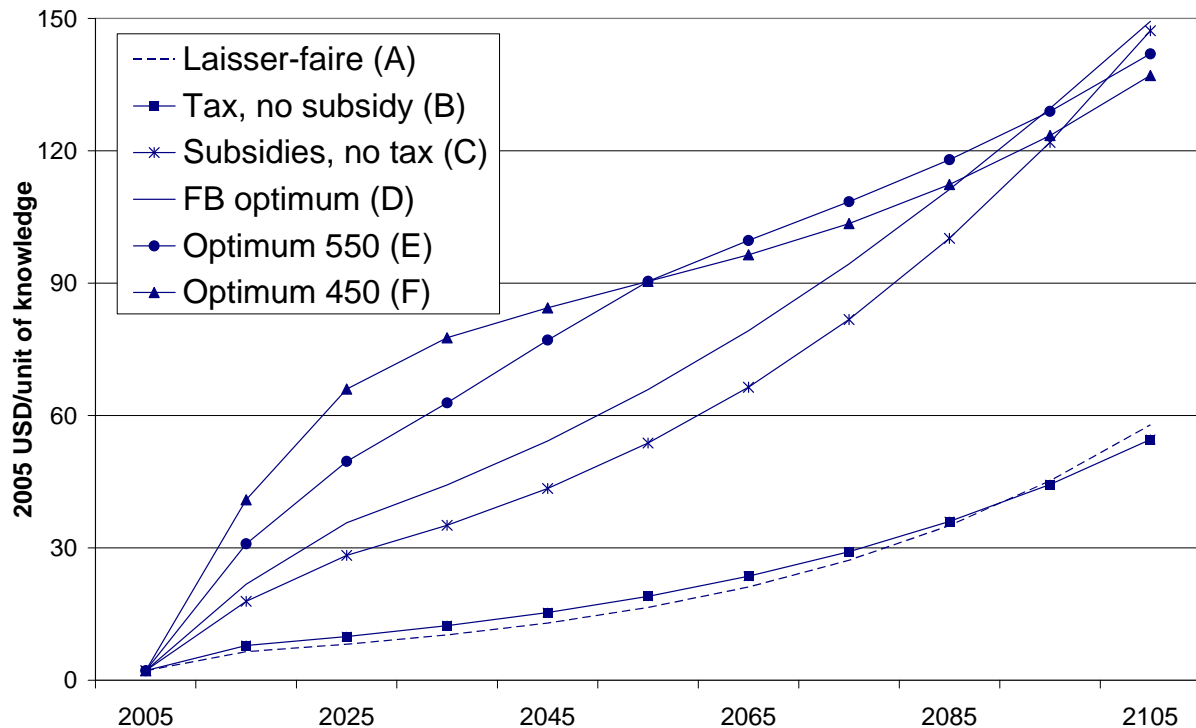


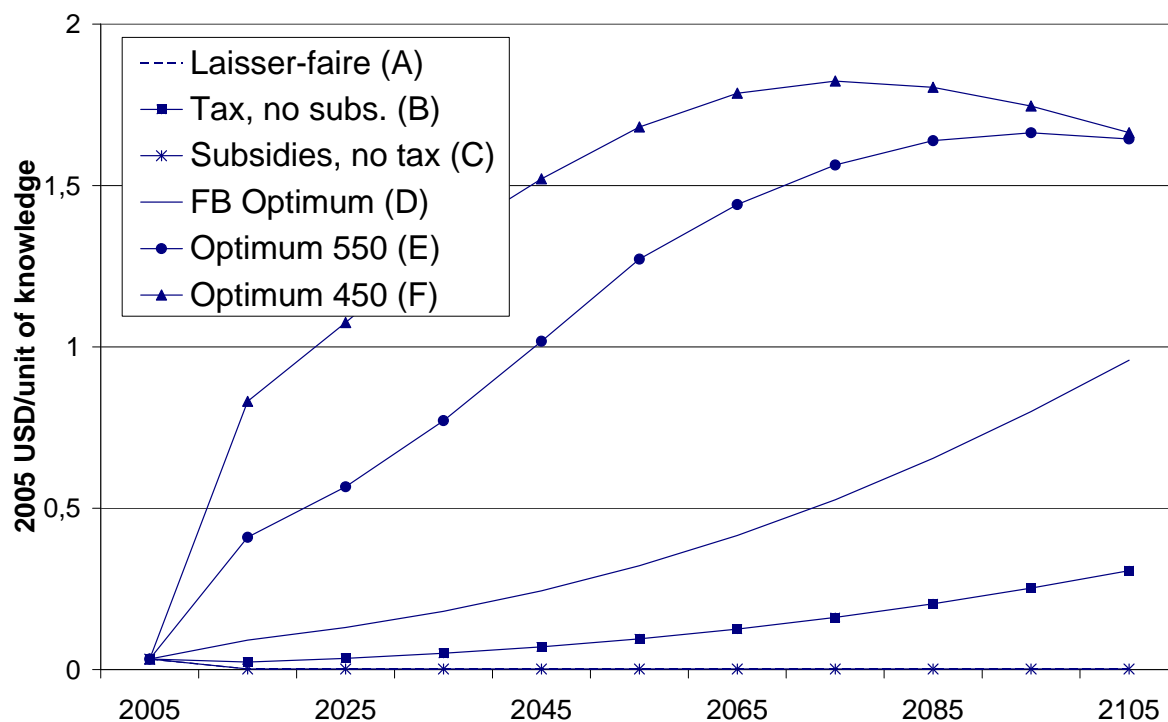
Figure 7. Valeur des innovations dans la backstop.

En premier lieu, l'allure des trajectoires des figures 7 et 8 témoigne d'une forte croissance de la valeur des innovations au cours du siècle, à l'exception des scénarii A et C dans le cas de la CCS pour lesquels aucune recherche n'est entreprise.

En second lieu, la valeur des deux types d'innovations dépend à la fois des subventions R&D et de la politique environnementale. Pour ce qui est de la R&D-backstop, à taxe carbone donnée, la valeur des innovations est d'autant plus forte que le niveau des subventions est élevé (cf. trajectoire C versus trajectoire A et D versus B). L'effet de la taxe carbone est plus complexe à analyser. En l'absence de subventions, elle n'a aucun effet sur la valeur des innovations (cf. B versus A). Si les subventions sont positives, la taxe carbone s'avère stimuler la valeur des innovations, au moins jusqu'à la première moitié du siècle (cf. classement des trajectoires C, D, E et F).

Pour ce qui est du secteur de recherche dédié à la CCS (Figure 8), on observe que la taxe carbone a un impact déterminant sur la valeur des innovations. En effet, en l'absence de taxe, cette valeur est nulle, même en cas de subventions positives (cf. trajectoires A et C). Si

la taxe est positive, la valeur des innovations est positive, même en l'absence de subvention (cf. trajectoire B). Enfin, lorsque cette taxe augmente, la valeur des innovations augmente également (cf. scénario D versus E et F). Par ailleurs, l'impact des subventions R&D est important pour autant que la taxe carbone soit positive (cf. D versus B : la taxe diminue légèrement, mais la valeur des innovations augmente en raison de l'augmentation des subventions).

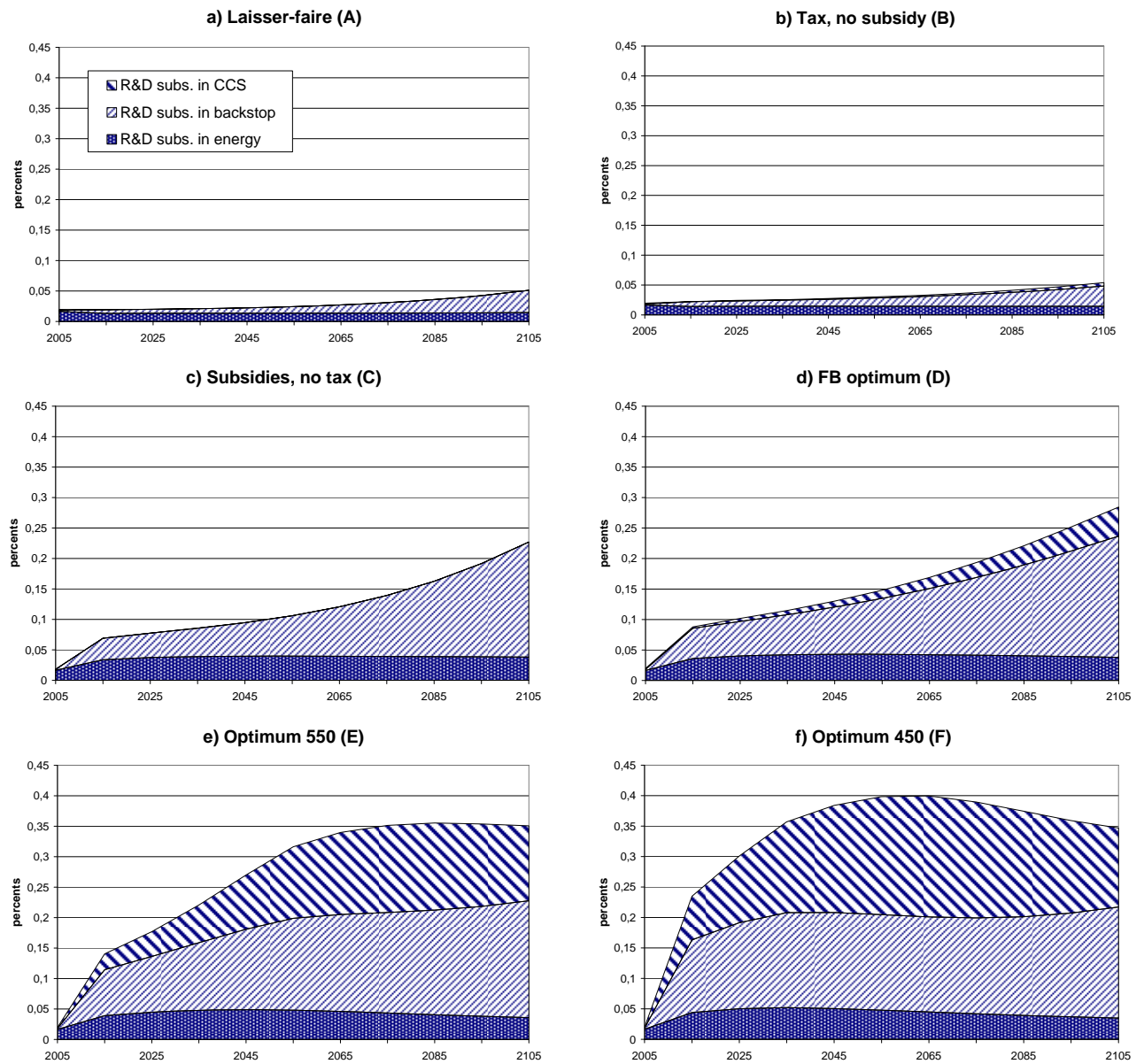


**Figure 8. Valeur des innovations dans la CCS.**

Commentons à présent la Figure 9 qui représente les investissements en R&D dans les trois secteurs. Dans la situation de laisser-faire, il n'y a aucune recherche dans la séquestration (puisque'il n'y a aucune incitation à cela) ; les investissements-recherche dans l'énergie et dans la backstop restent faibles. Dans le scénario B (taxe carbone optimale, aucune subvention R&D), l'impact sur les investissements est assez faible par rapport au laisser-faire. Le scénario C (pas de taxe-carbone, subventions optimales) montre un fort accroissement des investissements dans la recherche-backstop. Mais la recherche-séquestration n'est pas du tout stimulée. Dans le scénario D (First-best), où l'on combine une taxe carbone et des subventions-recherche, on obtient un accroissement sensible des investissements totaux dans les trois activités de recherche, avec une part non négligeable des investissements dans la séquestration du carbone. Les scénarii E et F confirment, en l'amplifiant, le résultat selon lequel c'est la combinaison taxe carbone et subventions-R&D qui stimule le mieux les investissements dans la R&D, en particulier pour la R&D dédiée à la séquestration.

Nous observons donc une certaine complémentarité entre taxe carbone et subventions R&D dans le développement de la recherche, à la fois dans les prix (cf. Figure 7 et 8) et dans les quantités (cf. Figure 9). Nous verrons plus loin que cette complémentarité est renforcée

lorsque nous examinerons l'impact des politiques économiques sur l'extraction des ressources fossiles, le développement de la séquestration et celui de la backstop.



**Figure 9. Investissements R&D dans les différents secteurs.**

### 4.3 Mix énergétique

Afin de donner un premier aperçu des résultats, nous présentons ci-dessous un graphique montrant comment évoluent dans le temps les parts relatives de l'énergie fossile et de la backstop non-carbonée dans l'énergie primaire.

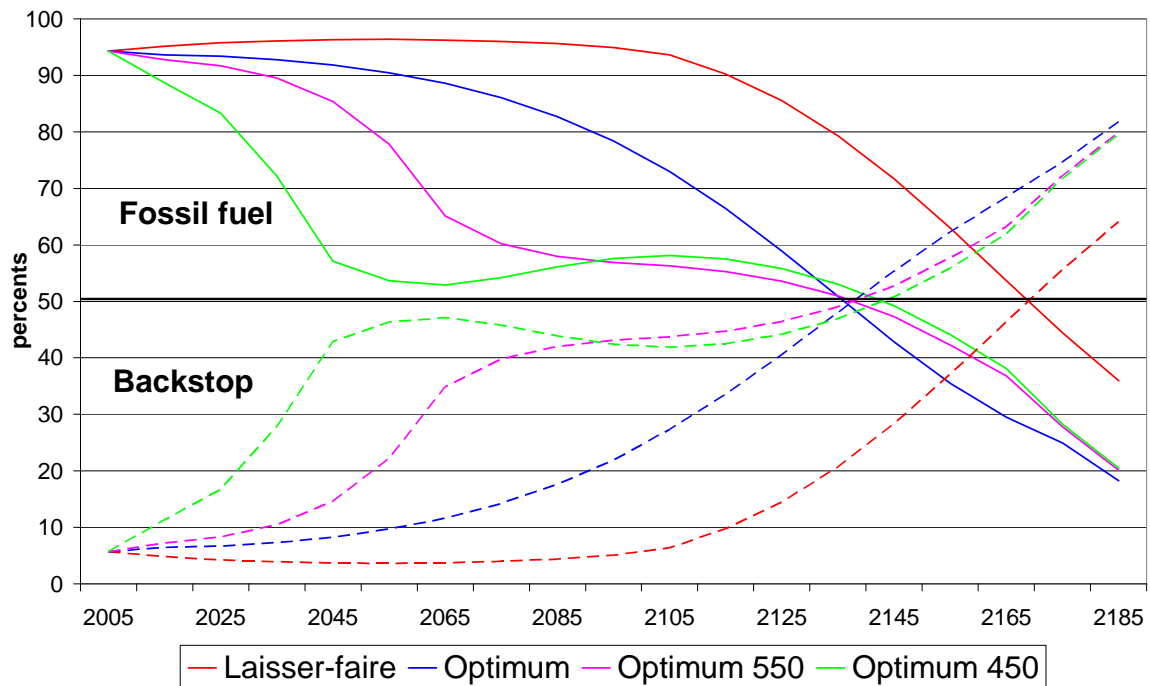
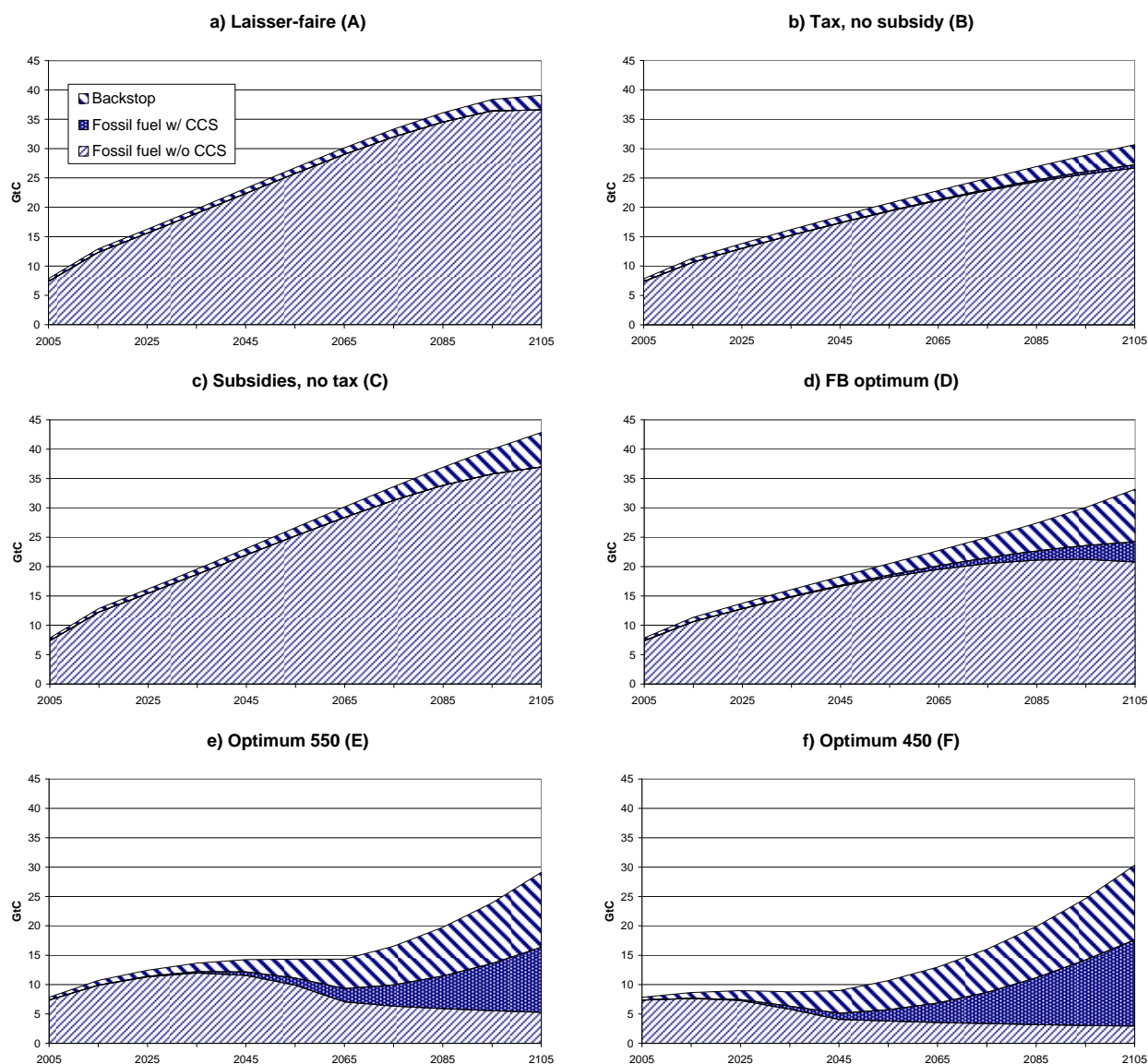


Figure 10. Parts des énergies fossiles et backstop dans l'énergie primaire.

Dans tous les cas, la backstop se substitue progressivement à l'énergie fossile au cours du temps. Cependant, la vitesse à laquelle se fait cette substitution dépend beaucoup du scénario considéré. Dans le cas du laisser-faire (scénario A), la part de la backstop est inférieure à 10 % jusqu'à la fin du siècle. La substitution ne commence à prendre effet qu'après cette date. A l'opposé extrême, dans le cas du scénario F (plafond de 450 ppm), la substitution commence immédiatement, et elle est relativement rapide. Avant 2050, la backstop représente près de 50 % de l'énergie totale.

Naturellement, les autres scénarios sont des cas intermédiaires. Pour l'essentiel, la vitesse de pénétration de la backstop est d'autant plus élevée que la taxe carbone est forte.

Par la suite, nous décomposons l'énergie primaire en trois éléments : la backstop (B), la ressource fossile avec séquestration (S), c'est-à-dire celle dont le carbone est séquestré, et la ressource fossile sans séquestration (F-S). Les résultats sont présentés dans les graphiques suivants.



**Figure 11. Composition énergies primaires.**

Ces graphiques appellent les quelques commentaires qui suivent.

Dans le cas de laisser-faire (A : pas de taxe-carbone, pas de subvention-R&D), il n'y a pas du tout de séquestration, et la pénétration de la backstop est faible. L'absence de séquestration s'explique ici par le fait qu'il n'y a aucune incitation à se livrer à cette opération coûteuse. La faible pénétration de la backstop s'explique par son coût qui reste relativement élevé, malgré la hausse progressive du prix de la ressource fossile.

Le scénario B (taxe optimale, pas de subventions-R&D) montre que *le principal effet de la taxe carbone est de freiner sensiblement l'extraction, et donc l'utilisation de la ressource fossile* : formellement, F diminue à toutes les dates par rapport au laisser-faire. Par contre, cette taxe-carbone, conduit à une faible augmentation de la séquestration et de la backstop.



Le scénario C (pas de taxe carbone et subventions optimales) confirme et étend les résultats obtenus. Sans taxe-carbone, on ne réduit pas l'extraction et l'utilisation de la ressource fossile. Les subventions à la R&D conduisent à un développement un peu plus fort de la backstop.

Le scénario D (taxe carbone et subventions-R&D optimales, sans plafond) est particulièrement intéressant car il est le premier, ici, où l'on utilise simultanément la taxe carbone et les subventions-R&D. Comme dans le scénario B, on observe une forte baisse de l'extraction de la ressource fossile ; cette baisse est encore plus forte que dans le scénario B et, en outre, une partie moins négligeable du CO<sub>2</sub> est désormais séquestrée. Enfin, la backstop se développe ici de façon plus sensible.

Ce scénario semble faire apparaître *une complémentarité entre taxe carbone et subventions-R&D, au niveau de la baisse de l'extraction, du développement de la séquestration, et de la backstop*. Il confirme le résultat obtenu dans la section 4.2.

Les scénarios E et F (avec plafonds) confirment les tendances observées avec le scénario D. La combinaison de subventions à la R&D et d'une taxe carbone importante conduit à une baisse très forte de l'extraction par rapport au laisser-faire. En même temps, elle conduit à une forte pénétration de la backstop (rappelons que celle-ci représente 45 % de l'énergie vers 2050). Enfin, elle stimule la séquestration de façon conséquente : à la fin du siècle, celle-ci représente en effet 14 % des émissions dans l'optimum de premier rang (sans plafond), 60 % dans le scénario E (plafond : 550 ppm), et 80 % dans le scénario F.

#### **4.4 Effets sur le climat et dommages**

Les figures 12 et 13 représentant respectivement la concentration atmosphérique de carbone (en ppm) et la hausse de la température moyenne, conduisent à souligner encore le rôle essentiel de la taxe carbone dans la réduction de la pollution émise dans l'atmosphère. Par exemple, les trajectoires des scénarii A et C sont à peu près confondues ; ces deux scénarii se distinguent par les subventions-R&D (nulles dans le scénario A) mais, dans les deux cas, la taxe carbone est nulle.

Cependant, lorsqu'une taxe carbone est mise en place, les subventions-R&D permettent de réduire les émissions, et donc la concentration du carbone : cf. par exemple le scénario B et D : dans les deux cas, il y a une taxe carbone optimale, mais il n'y a de subvention-R&D que dans le second.

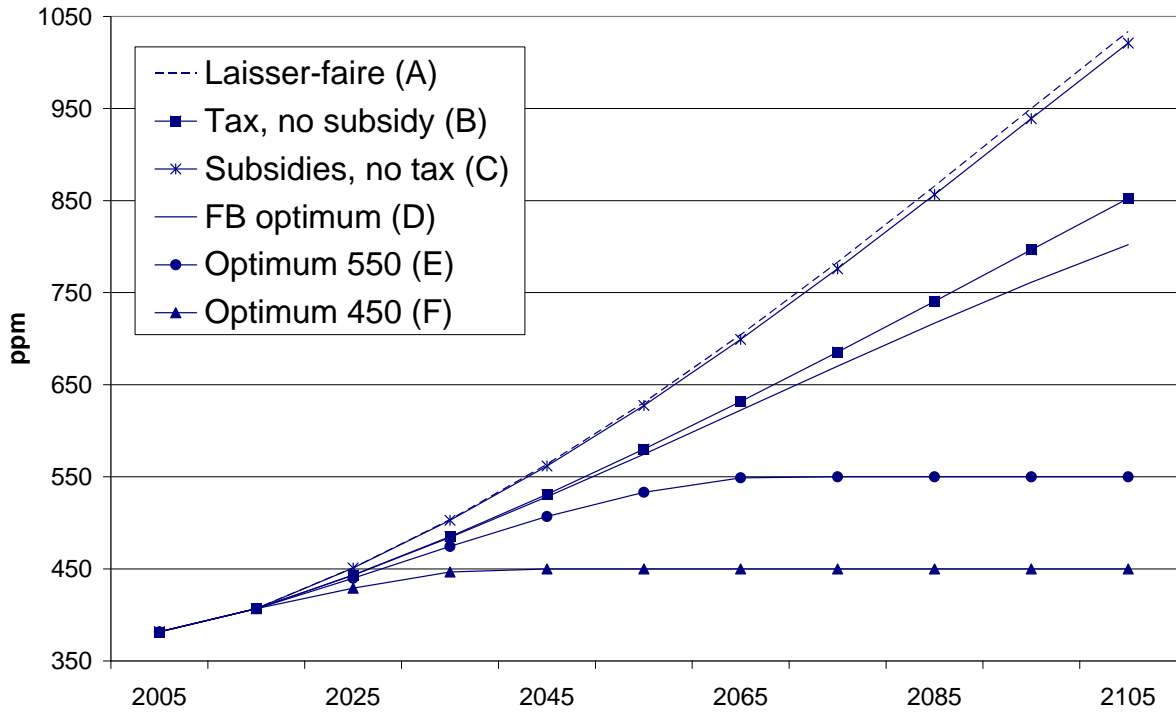


Figure 12. Concentration atmosphérique de carbone.

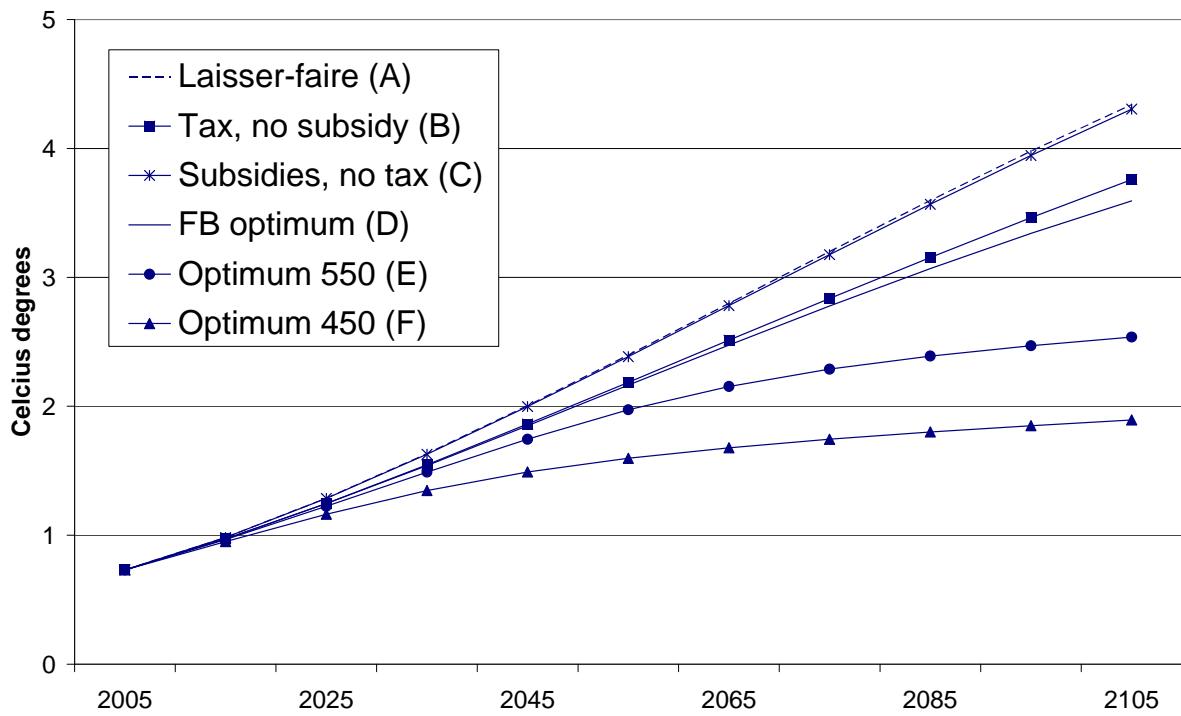
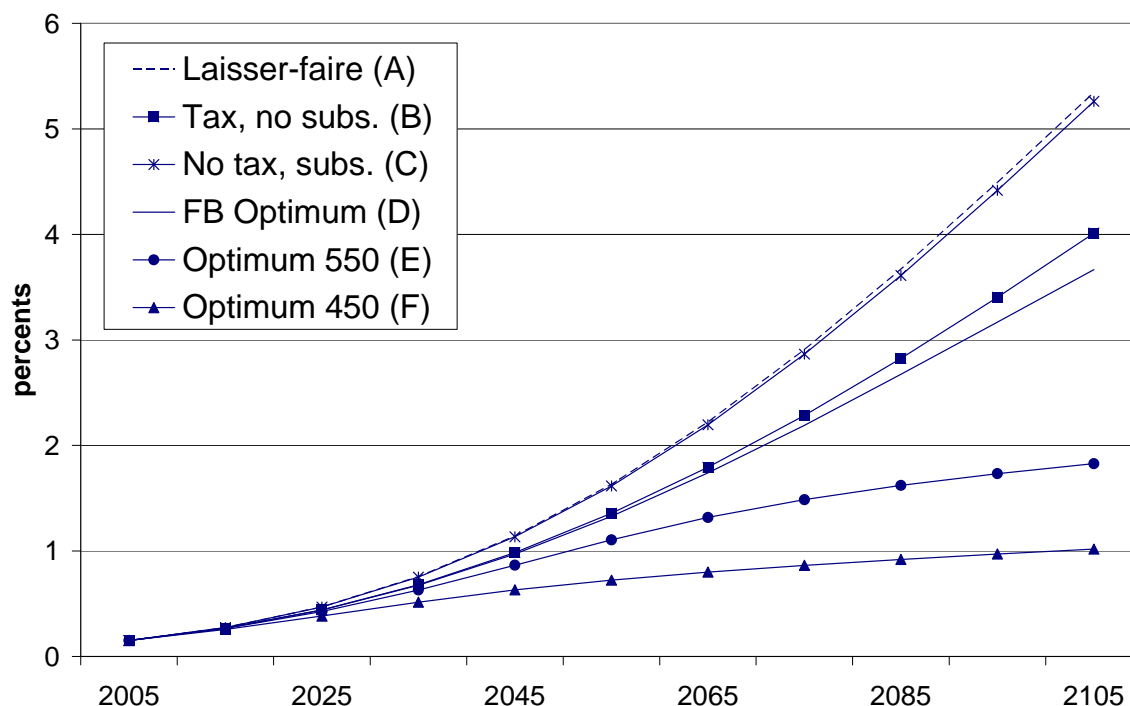


Figure 12. Ecart de température par rapport au niveau de 1900.

Le dommage environnemental est directement lié à l'augmentation de la température, elle-même provoquée par l'augmentation de la concentration du carbone dans l'atmosphère. Donc, comme le montre le graphique suivant (Figure 13), les trois variables suivent les mêmes types d'évolutions.



**Figure 13. Dommage en % du produit mondial brut (PMB).**

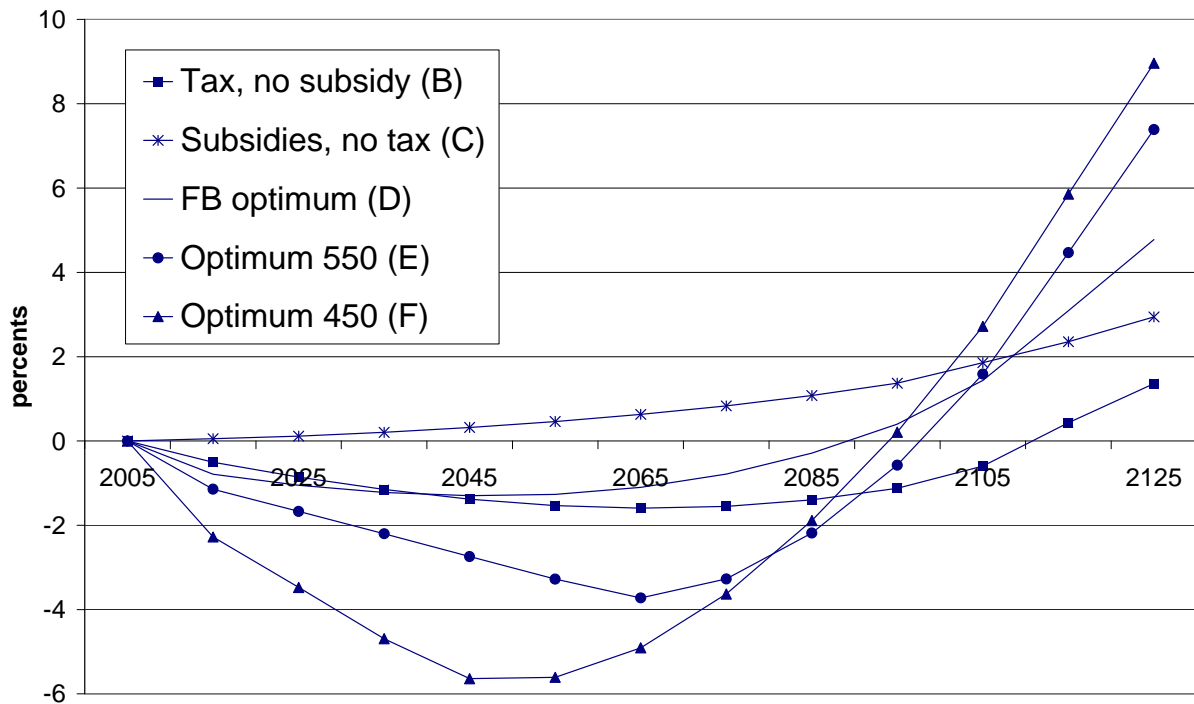
Remarquons que les résultats obtenus ici sont à peu près du même ordre que ceux du rapport Stern par exemple : dans celui-ci, le dommage environnemental représente environ 5 % du produit mondial, chaque année et pour toutes les années futures.

#### **4.5 Coûts des différents « policy-mix » en terme d'output et de consommation**

L'objectif majeur des politiques environnementales que nous étudions est de réguler les émissions de CO<sub>2</sub> afin d'éviter qu'il ne s'accumule trop vite dans l'atmosphère. Les conséquences positives de ces politiques sur l'augmentation de la température moyenne, et donc sur le produit mondial, ne prendront effet que dans un avenir relativement lointain. Par contre, ces politiques ont un coût pour les premières générations puisque, pour celles-ci, l'impact sur le climat des différentes politiques n'est pas encore perceptible alors que le renchérissement des ressources fossiles freine le développement du produit mondial. La Figure 14 montre, pour chaque scénario, comment les politiques économiques conduisent le produit mondial à s'écarter du niveau de laisser-faire.

D'une part, à chaque fois qu'une taxe carbone est imposée (ici, tous les scénarii sauf C), *il y a une perte de produit pour les premières générations*. D'autre part, plus cette taxe est élevée, plus la perte est forte. Enfin, si l'on exclut le cas où il n'y a pas de taxe (scénario C),

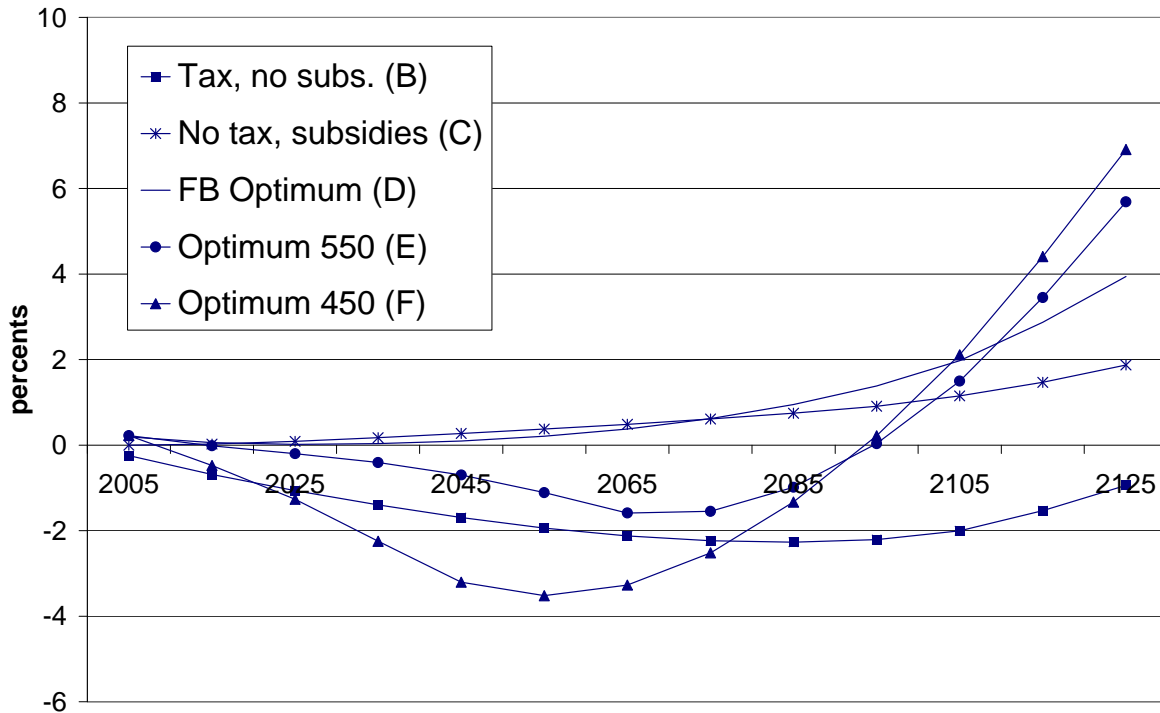
on observe que les scenarii les plus favorables aux futures générations sont aussi les plus pénalisants pour les premières.



**Figure 14. Variations du PMB en % par rapport au niveau de laissez-faire.**

Nous savons que, à chaque instant du temps, le produit total est utilisé pour la consommation des ménages et pour l'ensemble des investissements : capital physique pour produire l'output final, investissements destinés à produire la backstop, la ressource fossile et à séquestrer, investissements dans les différents secteurs de recherche.

Du point de vue du bien-être des ménages, c'est finalement la consommation qui compte. La Figure 15 montre, pour les différents scenarii, comment les politiques économiques conduisent la consommation à s'écarter du scénario de laissez-faire.



**Figure 15. Variations de la consommation en % par rapport au niveau de laissez-faire.**

Ce graphique montre que la politique climatique (i.e. taxe carbone seule, ou taxe carbone avec plafond) a des effets négatifs sur la consommation, et donc le bien-être des premières générations. Mais cet effet est moins important que celui que nous avons observé ci-dessus sur l'output final. Pourquoi ce résultat ?

L'explication est simple. Lorsqu'on met en place les différentes politiques économiques, le total des investissements effectués dans l'économie par rapport à la situation de laissez-faire diminue. Il serait intéressant d'examiner l'évolution de chaque type d'investissement pour mieux comprendre pourquoi les politiques économiques ont un effet moins néfaste que prévu sur le bien-être des générations. A titre d'exemple, nous montrons dans l'article Grimaud et Lafforgue (2008) de la Revue d'Economie Politique, que les politiques environnementales provoquent une baisse importante des dépenses engagées dans le secteur des ressources fossiles (i.e. extraction, raffinage, transport...).

Enfin, notons que, contrairement à ce que nous avons observé sur l'output final, la mise en place simultanée d'une taxe carbone optimale et de subventions à la recherche, permet d'accroître la consommation, et donc le bien-être, de toutes les générations, présentes et futures.

## 5 Synthèse des résultats

Nous avons considéré différents scénarii dans lesquels apparaissent deux types de politiques économiques : une taxe carbone et trois subventions à la R&D, respectivement dédiées à l'énergie (de façon générale), à la backstop non-carbonée, et à la séquestration du carbone. Le modèle calibré permet de mesurer les impacts de ces différents outils.

La taxe carbone provoque une baisse du prix-producteurs des ressources fossiles, c'est-à-dire un transfert de rente des pays producteurs de ressources vers les pays utilisateurs. Simultanément, elle provoque une augmentation du prix final, c'est-à-dire du coût d'utilisation de ces ressources, puisque au prix-producteur s'ajoute la taxe carbone et le coût engagé dans la séquestration.

Plus la taxe est élevée, plus les émissions de CO<sub>2</sub> sont faibles, et ceci par le biais de 2 canaux : d'une part, on extrait moins de ressources fossiles, d'autre part on séquestre une partie plus grande du carbone. C'est pourquoi, au final, l'augmentation de la température moyenne diminue.

Dans plusieurs scénarii, la taxe carbone et les subventions-R&D apparaissent comme des outils complémentaires. C'est le cas lorsqu'on veut agir significativement sur l'extraction des ressources fossiles, le développement de la séquestration, et celui de la backstop non-carbonée. C'est le cas également si l'on veut stimuler au mieux les investissements dans la R&D, en particulier dans la R&D dédiée à la séquestration.

D'une certaine façon, les résultats présentés vont dans le sens de ceux de l'IPCC et de l'IAE : la séquestration du carbone est un élément important à prendre en compte dans la lutte contre le réchauffement climatique.

Enfin, il faut remarquer que cette analyse concerne les variations du produit mondial total. En fait, le bien-être de chaque génération dépend de sa consommation, c'est-à-dire du produit auquel il faut enlever l'ensemble des investissements (dépenses dans l'extraction des ressources fossiles et dans la production de la backstop non-carbonée, et dépenses de R&D). Il n'est pas exclu que, sur certaines périodes, les politiques environnementales provoquent une baisse de ces investissements, ce qui pourrait par exemple atténuer l'impact de ces politiques pour les premières générations.

Nous n'irons pas plus loin dans cette question, qui pourra être examinée dans des études ultérieures.

## BIBLIOGRAPHIE

- Gerlagh, R. (2006). ITC in a global growth-climate model with CCS: The value of induced technical change for climate stabilization. *The Energy Journal*, Special issue, 223-240.
- Grimaud, A., Lafforgue, G. et Magné, B. (2007). Innovation markets in the policy appraisal of climate change mitigation. *LERNA working papers n°07.12.233*.
- Grimaud, A. et Lafforgue, G. (2008). Climate change mitigation policies: Are R&D subsidies preferable to a carbon tax? *Revue d'Economie Politique*, 119(6), 915-940
- Grimaud, A., Lafforgue, G. et Magné, B. (2009). Climate change mitigation options and directed technical change: A decentralized equilibrium analysis. *LERNA working paper n°08.10.254*, submitted.
- Grimaud A. et L. Rouge (2009). Séquestration du Carbone et Politique Climatique Optimale. *Economie et Prévisions*, Vol. 190-191 (n°4-5), 53-69.
- Grimaud A. et L. Rouge (2008). Environment, Directed Technical Change and Economic Policy. *Environmental and Resource Economics*, Vol. 41, n°4, 439-463.
- International Energy Agency (2008). Energy technology perspectives. IEA Publications, Paris.
- IPCC (2005). Special Report on Carbon dioxide Capture and Storage, Contribution of Working Group III, Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2005.
- Hoffert M. and al. (2002). Advanced Technology Paths to Global Climate Stability: Energy for a Greenhouse Planet, *Science* 298, 981-987, 2002.
- Lafforgue G., Magné, B. et Moreaux M. (2008). Energy substitutions, climate change and carbon sinks. *Ecological Economics* 67(4), 589-597.
- Nordhaus W. (2008). A Question of Balance, Yale University Press.
- Popp, D. (2006). ENTICE-BR: The effects of backstop technology R&D on climate policy models. *Energy Economics* 28, 188-222.
- Stern N. (2007). The Economics of Climate Change: the Stern Review, Cambridge University Press.



INSTITUT  
D'ECONOMIE  
INDUSTRIELLE

## RAPPORT FINAL DE LA RECHERCHE :

### *Annexes*

Décembre 2009

Contrat CFE - 47



# INDEX

## 1. Liste des publications et communications

## 2. Rapports intermédiaires de la recherche

- Décembre 2007
- Décembre 2008

## 3. Publications

- Environment, Directed Technical Change and Economic Policy (2008).  
*Environmental and Resource Economics*, Vol. 41, n°4, 439-463.
- Séquestration du Carbone et Politique Climatique Optimale (2009).  
*Economie et Prévisions*, Vol. 190-191, n°4-5, 53-69.
- Climate change mitigation policies: Are R&D subsidies preferable to a carbon tax? (2008) *Revue d'Economie Politique*, 119(6), 915-940.
- Climate change mitigation options and directed technical change: A decentralized equilibrium analysis (2009). *LERNA working paper n°08.10.254*, soumis.

# 1. Liste des publications et communications

## 1.1 Publications scientifiques

Grimaud, A., Lafforgue, G. et Magné, B. (2007). Innovation markets in the policy appraisal of climate change mitigation. *LERNA working papers n°07.12.233*.

Grimaud, A. et Lafforgue, G. (2008). Climate change mitigation policies: Are R&D subsidies preferable to a carbon tax? *Revue d'Economie Politique*, 119(6), 915-940

Grimaud A. et L. Rouge (2008). Environment, Directed Technical Change and Economic Policy. *Environmental and Resource Economics*, Vol. 41, n°4, 439-463.

Grimaud A. et L. Rouge (2009). Séquestration du Carbone et Politique Climatique Optimale. *Economie et Prévisions*, Vol. 190-191, n°4-5, 53-69.

Grimaud, A., Lafforgue, G. et Magné, B. (2009). Climate change mitigation options and directed technical change: A decentralized equilibrium analysis. *LERNA working paper n°08.10.254*, submitted.

Lafforgue G., Magné, B. et Moreaux, M. (2008). Energy substitutions, climate change and carbon sinks. *Ecological Economics* 67(4), pp. 589-597.

Lafforgue G., Magné, B. et Moreaux, M. (2008). The optimal sequestration policy with a ceiling on the stock of carbon in the atmosphere. Dans *The Design of Climate Policy* (Chapter 14, pp. 273-304), R. Guesnerie and H. Tulkens eds, Boston: The MIT Press.

Lafforgue G. (2008). Stochastic technical change, exhaustible resource and optimal sustainable growth. *Resource and Energy Economics* 30(4), pp. 540-554.

## 1.2 Articles de presse

Grimaud, A. et Lafforgue, G. « Stimulons enfin la recherche verte! », paru dans *La Tribune* du 12/01/2009.

Grimaud, A. et Lafforgue, G. « Pas de plan de relance sans recherche verte », paru dans *Objectif News* du 09/05/2009.

### 1.3 Communications

- « Stochastic technical change, exhaustible resource and optimal sustainable growth » :
- CENTER seminar in environmental economics, Tilburg University, février 2007.
- « Innovation markets in the policy appraisal of climate change mitigation » :
- Macro-dynamics and Environmental Economics, Nanterre, juin 2007.
  - The Economics of Technology Policy, Ascona, juin 2007
  - EAERE, Thessaloniki, juin 2007.
  - CREE, Ottawa, octobre 2007.
- « Climate change mitigation options and directed technical change: A decentralized equilibrium analysis » :
- SURED (Sustainable Resource Use and Economic Dynamics), Ascona, juin 2008.
  - EAERE, Göteborg, juin 2008.
  - Recent advances in CCS economics and sociology, Pau, avril 2009.
  - Annual Global Conference on Environmental Taxation, Lisbonne, sept. 2009.
  - CESifo Conference on Climate Change, Munich, octobre 2009.
  - Journée technique CCS, BRGM, Orléans, nov. 2009.
  - Séminaire LEMNA, Université de Nantes, nov. 2009.
- « Climate change mitigation policies: Are R&D subsidies preferable to a carbon tax? » :
- Journées Jeunes Chercheurs INRA, Montpellier, octobre 2008.
  - AFSE, Paris, septembre 2008.
  - Conference LERNA “Equity in environmental and resource economics”, Toulouse, juin 2009.
- « Effets macroéconomiques et dynamiques d’une taxe carbone et d’une subvention à la R&D verte » :
- Commission Carbone (Conseil d’Analyse Stratégique), TSE, avril 2008.
  - Direction des Affaires Economiques et Internationales, Ministère Ecologie, Paris, mars 2008.



INSTITUT  
D'ECONOMIE  
INDUSTRIELLE

## RAPPORT INTERMEDIAIRE DE LA RECHERCHE :

*Changement climatique et progrès technique endogène*

Présenté par

L'INSTITUT D'ECONOMIE INDUSTRIELLE  
(IDEI)

Université de Toulouse 1 – Sciences Sociales  
Manufacture des Tabacs – Bât F  
Aile Jean-Jacques Laffont  
21 allée de Brienne  
31000 Toulouse

Et

LE CONSEIL FRANÇAIS DE L'ENERGIE  
(CFE)

3 rue Treilhard  
75008 Paris

Décembre 2007

Contrat CFE - 47

# **Avant-propos**

Ce document est le premier Rapport Intermédiaire sur les travaux de recherche engagés par l'IDEI conformément aux dispositions du contrat CFE – 47 intitulé « *Changement climatique et progrès technique endogène* ».

Ce contrat établi entre le CFE et l'IDEI est conclu pour 3 ans à compter du 1<sup>er</sup> janvier 2007.

## 1. Rappels sur le contenu du projet

La recherche engagée, intitulée « Changement climatique et progrès technique endogène » a pour objet de construire un modèle d'équilibre général dynamique de long terme ayant les principales caractéristiques suivantes :

- a) Il doit intégrer les derniers acquis de la théorie économique. En particulier, le progrès technique *y* est *endogène*, dans le sens où il est le résultat de l'activité de Recherche-Développement (R&D), qui est coûteuse. De plus, ce progrès technique est *dédié*, dans le sens où il y a plusieurs secteurs de recherche qui sont spécifiques à différents secteurs de l'économie : énergies renouvelables, ressources carbonées, séquestration du carbone, secteur nucléaire, ...
- b) Il doit être fiable et robuste au *niveau empirique*. C'est pourquoi il s'appuie sur le modèle ENTICE-BR de David Popp, modèle qui est dans le prolongement des travaux que William Nordhaus mène depuis de nombreuses années à l'Université de Yale.
- c) Il doit être *souple et modulable*, au sens où il doit pouvoir être complété et étendu, afin d'étudier des questions qui ne sont pas prises en compte dans la version de base. On pense en particulier à la séquestration du carbone et à l'énergie nucléaire.
- d) Enfin, il doit permettre de traiter à la fois des questions normatives et des questions positives. Les questions *normatives* sont celles qui sont traitées dans la littérature standard ; pour l'essentiel, il s'agit de chercher les trajectoires temporelles (d'extraction de ressources naturelles, de pollution, de production, etc...) qui maximisent le bien-être social. C'est, par exemple, le type de question que se pose le rapport Stern.  
Les questions *positives* sont beaucoup moins souvent abordées dans la littérature. Pour l'essentiel, il s'agit de comprendre comment fonctionne l'économie décentralisée, c'est-à-dire comment se détermine l'équilibre de l'ensemble des marchés. Dans ce cadre, il est possible d'analyser les effets de différentes politiques économiques, politiques environnementales et politiques de R&D.  
En particulier, ce type d'analyse permet de calculer les outils optimaux, c'est-à-dire ceux qui permettent à l'économie décentralisée de coïncider avec l'état de bien-être maximum.

## 2. Avancement des travaux

L'état actuel de la recherche est bien résumé dans l'article joint : « Decentralized equilibrium analysis in a growth model with directed technical progress and climate change mitigation » (André Grimaud, Gilles Lafforgue et Bertrand Magné, Mimeo IDEI, Novembre 2007). Afin de parvenir à la rédaction de ce document, les principales phases de la recherche ont été les suivantes :

a) Mise sous forme canonique du modèle ENTICE-BR.

Nous avons écrit le modèle de Popp sous la forme canonique d'un modèle d'équilibre général standard, c'est-à-dire un modèle où n'apparaissent que des relations relatives aux goûts (fonction d'utilité) et à la technologie (fonctions de production). Ces modifications concernent essentiellement :

- le secteur de la ressource fossile : cf. l'équation (3) pour le cas non spécifié, et l'appendice 1 pour le cas spécifié.
- le secteur de la backstop : cf. l'équation (4) pour le cas non spécifié, et l'appendice 1.

b) Calcul de l'optimum (bien-être social maximum) et confrontation des résultats avec ceux de Popp.

A partir du modèle réécrit sous forme canonique, nous avons caractérisé l'état de bien-être social maximum. Sur le plan analytique, les résultats sont donnés dans la section 3 (« Welfare analysis ») et la Proposition 1. Les résultats numériques sont représentés graphiquement dans les figures 3 à 7, sous la rubrique « Optimum ».

Naturellement, nous avons vérifié que ces résultats sont les mêmes que ceux de Popp. Donc, la mise sous forme canonique n'a pas altéré le modèle initial.

c) Ecriture du système d'équations qui caractérise l'équilibre de l'économie décentralisée. Il s'agit du *point-clef dans le développement de ce modèle* : cf. la section 4 (« Decentralized equilibrium »), et en particulier la sous-section 4.1.5 (« The R&D sectors ») où nous expliquons comment nous calculons la valeur sociale des innovations, et leur valeur de marché.

La proposition 2 montre comment, à chaque triplet des politiques économiques, on sait désormais associer un équilibre particulier.

d) Implémentation à l'optimum par la détermination des politiques-optimales.

A partir des résultats précédents, il est maintenant relativement aisé de calculer les outils de politique économique optimaux. Les résultats sont donnés dans la section 5 : cf. en particulier la Proposition 3.

*Remarque* : le calcul effectif de l'équilibre dans l'économie décentralisée a nécessité la démonstration d'un théorème spécifique. Celui-ci ne figure pas dans l'article ci-joint. Il sera peut-être présenté dans un prochain article.

e) Effets de la politique environnementale et des politiques de R&D : premières simulations.

L'impact des politiques économiques est étudié dans la section 6. Les résultats sont résumés dans le Tableau 1, et analysés en détails dans les sous-sections 6.2 et 6.3. Soulignons quelques-uns d'entre eux.

Une augmentation de la taxe-carbone a pour effet d'augmenter le prix du marché de la ressource fossile ; ceci conduit à une diminution de l'extraction (à chaque date  $t$ , et sur l'ensemble de la période d'analyse), et donc à une diminution des émissions de  $CO_2$ .

Simultanément, l'augmentation de la taxe-carbone a aussi pour effet de diminuer le prix de la ressource fossile payé aux producteurs. Cette politique environnementale provoque donc un *transfert de rente des pays propriétaires de ressources vers les pays utilisateurs*.

L'augmentation de la taxe-carbone a aussi pour effet de *stimuler le développement de la production de la backstop* (solaire, éolien, ...). Ceci résulte essentiellement d'un effet de substitution : l'augmentation du prix de la ressource fossile due à la taxe rend plus rentable l'utilisation de la backstop.

On pourrait imaginer que la taxe-carbone pourrait stimuler la « recherche verte » dans la backstop. De fait, cet effet existe, mais il reste faible. Si l'on souhaite que cette recherche verte se développe, il est nécessaire d'agir directement sur elle.

Enfin, les deux types de subventions à la R&D étudiées ici (subvention à la R&D backstop et subvention à la R&D-énergie en général), ont des effets directs très clairs, mais elles n'ont pas d'effets croisés : la subvention à la R&D verte incite les entreprises à mettre plus de moyens dans cette recherche, mais elle n'a pas d'effet sur la R&D-énergie en général ; de même, la subvention à la R&D-énergie stimule effectivement cette recherche, mais elle n'a pas d'effets sur la recherche verte.

### 3. Etat des lieux et perspectives

Le développement du modèle est déjà suffisamment avancé pour qu'il fasse l'objet de communications. L'article a été présenté dans les congrès et séminaires suivants :

- « International Conference on Environmental Economics », University of Paris X Nanterre, 7-8 Juin 2007.
- « The Economics of Technology Policy », Monte-Verità, Ascona, Suisse, 17-22 Juin 2007.
- Congrès Annuel de l'European Association of Environmental and Resources Economics (EAERE), Thessalonique, Grèce, 25-30 Juin 2007.
- Séminaire « Economie de l'Environnement et des Ressources Naturelles », Université Paris I, 27 Septembre 2007.
- « 17th Annual Meeting, Canadian Resource and Environmental Economics Study Group », University of Ottawa, October 12-14, 2007.
- Séminaire "Economie de l'Environnement", LERNA, Université Toulouse I, 15 Octobre 2007.

Dans le prochain court terme, nous allons actualiser la partie empirique du modèle en utilisant la dernière version du modèle de William Nordhaus, DICE-2007, qui date du 25 Juillet 2007. A partir de là, nous continuerons à développer le modèle, notamment en introduisant la possibilité de séquestration du carbone.





INSTITUT  
D'ECONOMIE  
INDUSTRIELLE

## RAPPORT INTERMEDIAIRE DE LA RECHERCHE :

*Changement climatique et progrès technique endogène*

*(Analyse de second rang  
versus analyse de premier rang)*

Présenté par

L'INSTITUT D'ECONOMIE INDUSTRIELLE  
(IDEI)

Université de Toulouse 1 – Sciences Sociales  
Manufacture des Tabacs – Bât F  
Aile Jean-Jacques Laffont  
21 allée de Brienne  
31000 Toulouse

Et

LE CONSEIL FRANÇAIS DE L'ENERGIE  
(CFE)

3 rue Treilhard  
75008 Paris

Décembre 2008

Contrat CFE - 47

# **Avant-propos**

Ce document est le deuxième Rapport Intermédiaire sur les travaux de recherche engagés par l'IDEI conformément aux dispositions du contrat CFE – 47 intitulé « *Changement climatique et progrès technique endogène* ».

Ce contrat établi entre le CFE et l'IDEI est conclu pour 3 ans à compter du 1<sup>er</sup> janvier 2007.

# 1 Introduction

Dans le texte qui suit, nous présentons une synthèse des principaux résultats obtenus dans la recherche intitulée « changement climatique et progrès technique endogène ». Ces résultats concernent essentiellement deux articles qui sont joints à ce rapport : cf. ??????????????

Nous y avons ajouté un article théorique (« Carbon Storage and Climate Policy in a Growth Model with Innovation ») qui est un élément-clef dans les développements en cours du modèle de base.

Dans la section 2, nous présentons le modèle de base (le détail des équations se trouve dans les articles joints). La section 3 est consacrée à quelques remarques méthodologiques. Les principaux résultats sont présentés dans la section 4.

## 2 Le modèle

Le modèle reprend pour l'essentiel la structure du modèle ENTICE-BR de David Popp, dont les principales caractéristiques sont les suivantes :

### A – La partie non climatique du modèle

La production totale brute ( $Q^G$ ) est obtenue à partir de quatre inputs : du capital physique ( $K$ ), de l'énergie ( $E$ ), du travail ( $L$ ), et un terme ( $A$ ) mesurant la productivité totale des facteurs. La fonction de production correspondante s'écrit  $Q_t^G = Q(K_t, E_t, L_t, A_t)$ , et on suppose que le travail,  $L_t$ , et l'indice d'efficacité,  $A_t$ , augmentent de façon exogène. L'énergie totale ( $E$ ) résulte de l'utilisation de deux types de ressources :

- une ressource fossile ( $F$ ) ;
- une ressource alternative ( $B$ ) appelée « backstop carbon free » (vent, solaire, ...).

La quantité de ressource fossile extraite dépend de la quantité de bien ( $Q_F$ ) qui est engagée dans cette activité, mais c'est une fonction décroissante de l'extraction cumulée,  $Z_t = \int_0^t F_s ds$ . Formellement, la fonction de production dans le secteur de l'extraction s'écrit  $F_t = F(Q_{F,t}, Z_t)$ . On suppose que l'extraction cumulée ne peut pas dépasser un certain seuil :  $Z_t \leq \bar{Z}$ .

La quantité produite de backstop dépend de la quantité ( $Q_B$ ) qui est engagée dans cette activité, et d'un stock de connaissance ( $H_B$ ) qui est le résultat d'une activité de R&D spécifique à la backstop. Formellement, la fonction de production dans le secteur de la backstop s'écrit  $B_t = B(Q_{Bt}, H_{Bt})$ .

En plus du secteur de R&D spécifique à la backstop, il existe un deuxième secteur de R&D qui améliore globalement la productivité de l'énergie, où s'accumule un deuxième type de connaissance notée  $H_E$ . Finalement, la production totale d'énergie peut être représentée par la fonction  $E_t = E(H_{Et}, F_t, B_t)$ .

Dans chaque secteur de R&D, l'évolution de la connaissance ( $\dot{H}_{Bt}$  et  $\dot{H}_{Et}$ ) dépend du stock existant ( $H_{Bt}$  et  $H_{Et}$ ) et de l'investissement en R&D ( $R_{Bt}$  et  $R_{Et}$ ). Formellement, on a  $\dot{H}_{Bt} = H_B(H_{Bt}, R_{Bt})$  et  $\dot{H}_{Et} = H_E(H_{Et}, R_{Et})$ , où les fonctions  $H_B(\ )$  et  $H_E(\ )$  sont croissantes dans les deux arguments.

## B – Le bloc climatique et le bouclage climat-économie

La partie climatique du modèle et son bouclage avec la partie strictement économique reprend les travaux de Nordhaus. Le modèle climatique de Nordhaus (que nous utilisons dans nos travaux empiriques) est assez complexe. Pour l'essentiel l'activité économique, qui nécessite l'utilisation de ressources naturelles carbonées, génère des émissions de  $CO_2$  et autres gaz à effet de serre. Ces gaz s'accumulent dans des « réservoirs » : atmosphère, surface des océans et biosphère, océans profonds. Cette accumulation provoque une hausse de la température.

Nous ne reproduisons pas ici toutes les équations du bloc climatique de Nordhaus. Cependant, elles peuvent être résumées dans le système suivant de deux équations différentielles.

Si l'on note  $G_t$  le stock de carbone cumulé, le cycle du carbone peut être représenté par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{G}_t = \alpha F_t - \zeta G_t \quad \alpha > 0, \zeta > 0$$

où  $\zeta$  est le taux de régénération du stock.

Notons  $T_t$  la différence entre la température globale moyenne à la date  $t$  et une date de référence (1990, dans Nordhaus). L'évolution de  $T_t$  est représentée par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{T}_t = \phi(G_t) - mT_t$$

où  $\phi(\ )$  est une fonction croissante et concave, et où  $m$  est un paramètre positif.

Le bouclage climat-économie est alors le suivant. Notons  $D(T_t)$  la fonction de dommage telle que  $D'(T_t) < 0$ . Alors, la production nette  $Q_t^N$  est donnée par :

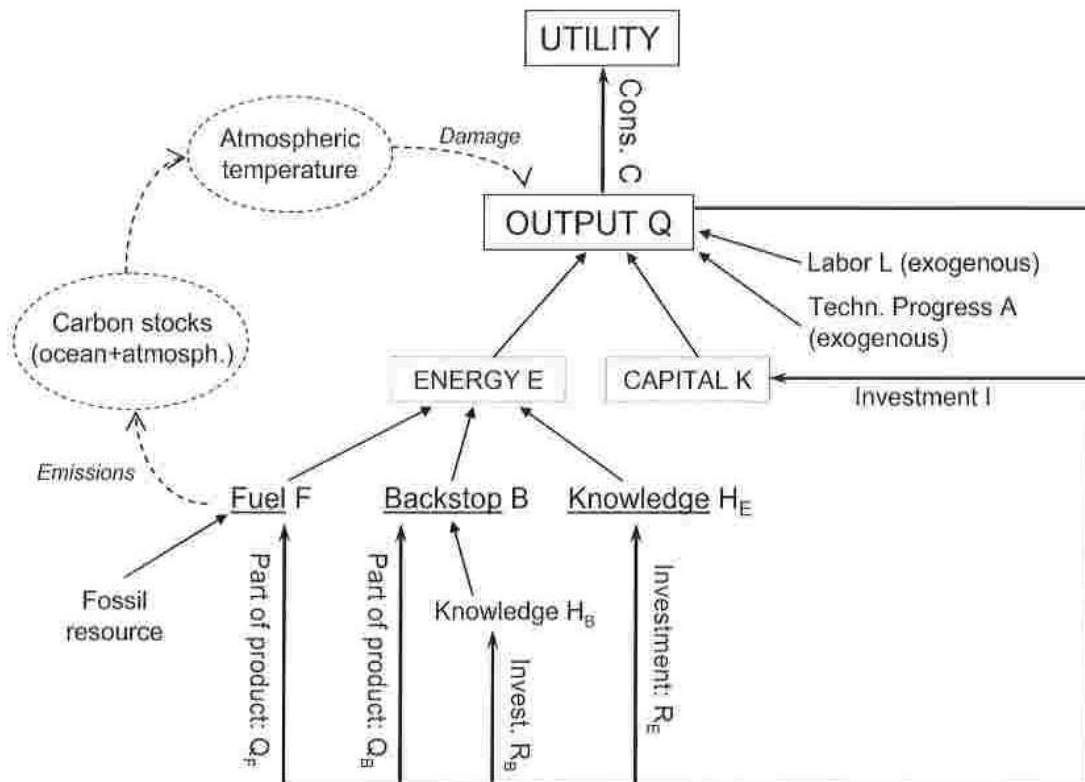
$$Q_t^N = D(T_t)Q_t^G.$$

Cette production nette est utilisée pour la consommation ( $C_t$ ), la production de ressource fossile ( $Q_{Ft}$ ), la production de backstop ( $Q_{Bt}$ ), l'investissement en capital physique ( $I_t$ ), et les deux investissements en R&D ( $R_{Et}$  et  $R_{Bt}$ ). On a donc

$$Q_t^N = C_t + Q_{Ft} + Q_{Bt} + I_t + R_{Et} + R_{Bt}$$

Le stock de capital physique évolue selon l'équation standard :  $\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$ , où  $\delta > 0$  est le taux de dépréciation.

Finalement, la fonction de bien-être s'écrit  $W_t = \int_t^\infty L_s u(cs) e^{-\rho s} ds$ , où  $\rho$  est le taux instantané de préférence pour le présent;  $c_t = C_t / L_t$  est la consommation par tête, et  $u(c_t)$  est la fonction d'utilité instantanée.



### 3 Questions méthodologiques : optimum de premier rang (first best) « versus » optimum de second rang (second best)

#### A. Optimum de premier rang et équilibre de l'économie décentralisée

Formellement, le modèle se présente sous la forme de relations que l'on peut regrouper en trois grands blocs :

- *le bloc « technologies »*

Il regroupe les fonctions de production qui décrivent les technologies des différents secteurs : secteur du bien final, secteur de l'énergie, secteur de la ressource fossile, secteur de la backstop non carbonée, secteurs de la R&D dans l'énergie et dans la backstop (« recherche verte »)

- *le bloc utilité*

Il se réduit ici à la fonction d'utilité intertemporelle du consommateur représentatif.

- Les relations comptables de base

Il s'agit des relations qui expriment l'égalité emplois-ressources pour certains biens et pour certains agents économiques. Par exemple, le bien final est utilisé pour la consommation, la production de ressource fossile et de backstop non carbonée, l'investissement en capital physique, et les investissements en « R&D spécifique énergie », et en « R&D spécifique backstop ».

A partir de cette base formelle, nous pouvons calculer les trajectoires temporelles des différentes variables du modèle dans plusieurs scénarii. Deux d'entre eux sont à la base de toute analyse : l'optimum social et l'équilibre de l'économie décentralisée.

*L'optimum social* de premier rang (first best) est le scénario qui résulte de la maximisation de l'utilité intertemporelle sous les contraintes technologiques et les relations comptables de base. En d'autres termes, c'est le scénario qui serait choisi par ce qu'il est souvent convenu d'appeler le « planificateur omniscient et bienveillant ».

*L'équilibre de l'économie décentralisée* est le scénario qui résulte du fonctionnement habituel de l'économie dans lequel chaque agent maximise une fonction objectif (l'utilité pour les ménages, les profits pour les entreprises) et où la coordination de l'ensemble des agents est réalisée, grâce aux prix, sur les marchés.

Dans le modèle que nous étudions ici, les trajectoires de ces deux scénarii sont distinctes. Cette divergence est due à deux causes. D'une part, *les émissions de carbone*, qui s'accumulent dans l'atmosphère et provoquent le réchauffement climatique. Ce phénomène est pris en compte à l'optimum (le « planificateur omniscient » le retient dans son calcul) ; par contre, l'économie décentralisée l'ignore tant qu'il n'est pas signalé aux agents économiques (par une taxe-carbone, un prix de permis négociables, ...).

D'autre part, *l'insuffisance des moyens mis dans les différents secteurs de R&D*. La cause fondamentale de cette insuffisance vient du fait que l'activité de R&D produit un bien, *la connaissance*, qui est ce que les économistes appellent un *bien public* (ou encore un bien non rival) : c'est un bien qui peut être utilisé simultanément par plusieurs agents économiques (pensons par exemple à un théorème de mathématiques, ou à une théorie physique, ...). Cette propriété de « non rivalité » fait que, dans de nombreux cas, le financement est inférieur à ce qui serait socialement souhaitable (c'est-à-dire à ce qui correspond à l'optimum de premier rang). Pour ce qui concerne l'activité de R&D, les études économétriques indiquent en général que les dépenses effectives sont au moins quatre fois inférieures à celles qui seraient socialement optimales.

Puisque l'économie décentralisée s'écarte de l'optimum pour deux raisons (émissions de carbone et insuffisance de la R&D), nous introduisons *deux types d'outils de politique économique* : *une taxe-carbone et une subvention à chaque secteur de R&D* (ici, l'énergie et la backstop non carbonée). Dès lors, à chaque vecteur de ces outils correspond un équilibre particulier de l'économie décentralisée. Cette approche méthodologique systématique présente plusieurs avantages.

D'une part, elle permet bien sûr de calculer les *outils optimaux*, c'est-à-dire ceux qui permettent de faire coïncider l'optimum social et l'équilibre de l'économie décentralisée.

D'autre part, elle permet d'aller beaucoup plus loin. On peut notamment analyser *les effets dissociés des différents outils* : par exemple, on peut étudier les conséquences de modifications de la taxe-carbone, les subventions R&D étant inchangées.

Enfin, elle permet de *mener des analyses de second rang (second best)*, comme nous allons le voir ci-dessous.

Dans tous les cas, cette méthodologie permet de comprendre le *rôle des prix* (prix des ressources fossiles, prix de la backstop, prix des innovations, taux d'intérêt, salaires, ...), qui sont les canaux de transmission par lesquels les politiques économiques agissent sur l'économie décentralisée.

## B. L'optimum de second rang (« second best »)

Nous avons ci-dessus distingué optimum (social) de premier rang et équilibre de l'économie décentralisée. Nous avons observé que, si les autorités choisissent les « bons » outils de politique économique (taxe-carbone et subventions aux différents secteurs de recherche), l'équilibre et l'optimum sont confondus, ce qui est l'objectif premier des politiques publiques.

Il y a de nombreuses raisons de penser que la mise en oeuvre dans le monde réel de certaines politiques économiques risque de soulever des difficultés. Considérons par exemple *le cas d'une taxe-carbone*. Nous verrons plus loin que l'instauration de celle-ci a deux types d'effets sur les prix.

D'une part, et c'est l'objectif essentiel de sa mise en place, cette taxe provoque une *hausse du prix des ressources fossiles payé par les utilisateurs* (essence, ...). Ceci doit avoir pour effet de réduire la demande de ressources, et donc de réduire les émissions de gaz à effets de serre. Naturellement, à court terme, une telle politique est coûteuse pour les consommateurs, et elle peut se heurter à une résistance plus ou moins forte.

D'autre part, la taxe-carbone provoque aussi une *baisse du prix des ressources fossiles payé aux producteurs*. Étrangement, cet effet est souvent oublié, bien qu'il soit souligné et rappelé régulièrement par certains acteurs (comme l'OPEP, par exemple). Ici aussi, on peut imaginer que la mise en place généralisée d'une taxe-carbone (ou de permis à polluer négociables) peut se heurter à certaines résistances, car elle provoque d'importants transferts de rente des pays producteurs de ressources fossiles vers les pays utilisateurs.

Que faire si l'on ne peut pas mettre en place la taxe-carbone qui « implémente » l'optimum de premier rang ? La réponse de l'économiste est, au moins en théorie, assez simple : il faut *utiliser les outils qui restent à la disposition des autorités* (ici les subventions à la R&D), et choisir les niveaux de ces outils qui maximisent le bien-être social. Naturellement, puisque la taxe-carbone optimale ne peut pas être utilisée, le niveau de bien-être obtenu ne pourra pas être celui de l'optimum de premier rang. C'est pourquoi l'état obtenu ici sera appelé *optimum de second rang*.

Nous avons considéré l'exemple où la taxe-carbone optimale ne peut pas être mise en place. Naturellement, comme nous le verrons ci-dessous, d'autres cas pourront être considérés, en particulier ceux où certaines subventions ne pourront pas être financées.

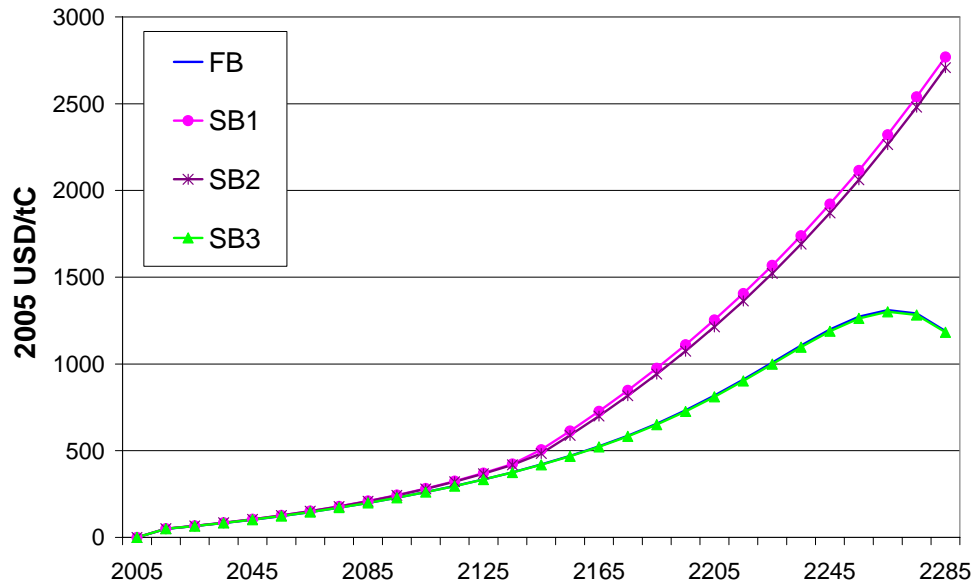
## 4 Résultats

Nous présentons ici les résultats obtenus dans les six scénarii suivants. D'abord, les deux cas polaires « FB » et « LF », c'est-à-dire l'optimum de premier rang (First Best), et l'économie décentralisée sans intervention publique (Laisser-Faire). Ensuite, quatre scénarii correspondant à des optima de second rang : dans « SB1 », ni la R&D-énergie ni la R&D backstop ne peuvent être subventionnées, et on calcule la taxe-carbone qui maximise le bien-être ; dans « SB2 » (resp. « SB3 »), la R&D verte (resp. la R&D-énergie) ne peuvent être financées ; enfin, dans « SB4 », la ressource fossile n'est pas taxée du tout.



## 4.1 – La taxe-carbone

### Carbon tax



Dans tous les cas, la taxe optimale à la date  $t$  est le *coût social*, exprimé en dollars, de l'émission de carbone provoquée à la date  $t$  par la combustion d'une unité de ressource fossile.

Observons d'abord que, dans tous les cas, *cette taxe est croissante avec le temps*. La raison essentielle est que, du fait de la croissance de l'économie et donc de la consommation des ménages, il est de plus en plus coûteux de « compenser » les consommateurs pour les dommages environnementaux subis (schématiquement, un degré de température de plus est plus « coûteux » pour un consommateur riche que pour un consommateur pauvre).

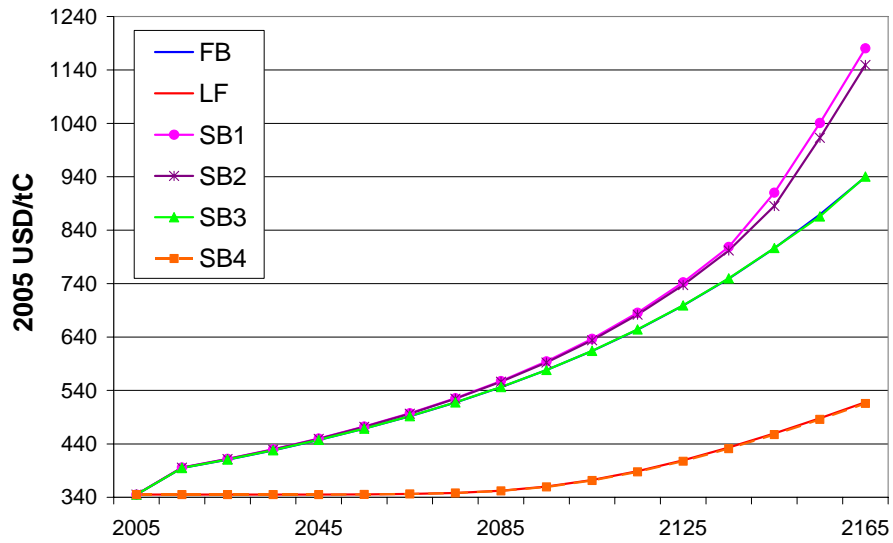
En second lieu, la taxe « FB » et la taxe « SB3 » sont à peu près identiques ; il en est de même des taxes « SB1 » et « SB2 ». Les premières ne s'écartent sensiblement des secondes qu'après plusieurs décennies.

Ces résultats montrent qu'une *subvention à la R&D-backstop* (c'est-à-dire une « subvention verte ») *insuffisante peut être en partie compensée par une taxe-carbone plus haute que celle de l'optimum de premier rang*. Par contre, il n'en est pas de même pour une subvention à la R&D-énergie insuffisante.

## 4.2 – Prix des ressources fossiles

Nous avons dit ci-dessus que les politiques économiques mises en place, en particulier la taxe-carbone, ont des effets sur le prix de la ressource payé par les utilisateurs (Fossil fuel market price) et sur le prix reçu par les producteurs (Fossil fuel selling price). Examinons d'abord les trajectoires du premier rang dans les différents scénarii.

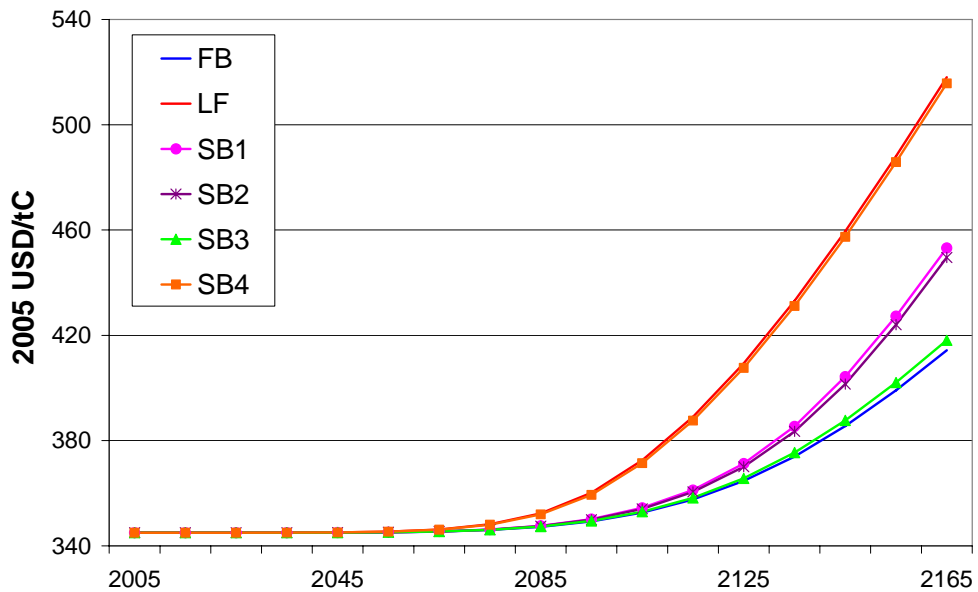
### Fossil fuel market price (including tax)



Ici, l'effet de la taxe est très clair : plus elle est élevée, plus le prix payé par les utilisateurs de la ressource fossile est élevé. Dans les scénarii étudiés, ce résultat est vrai quels que soient les niveaux des deux subventions-R&D.

Examinons maintenant l'effet de la taxe sur le prix de la ressource reçu par les producteurs.

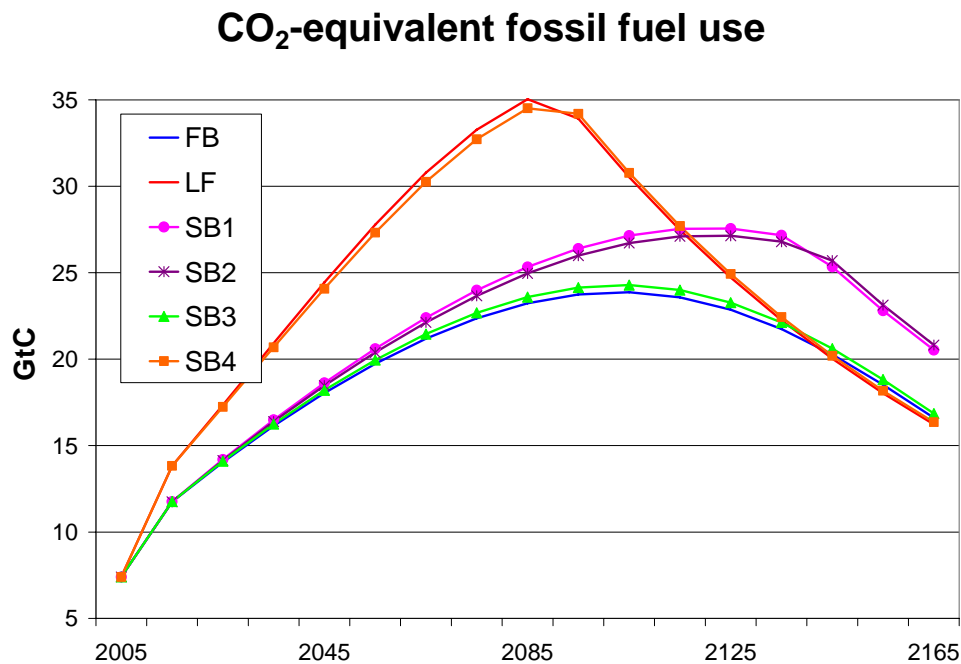
### Fossil fuel selling price



Par rapport à la situation où il n’y a pas de taxe (« LF » et « SB4 »), l’effet est clair : *la taxe-carbone provoque une baisse du prix-producteur*. Comme nous l’avons déjà dit, cela génère bien un transfert de rente des pays producteurs de ressource vers les pays utilisateurs. Cependant, cet effet est perturbé par la subvention à la R&D-backstop. *Plus cette subvention est élevée, plus le prix producteur est bas* : en effet, la taxe-carbone dans SB1 et SB2 est supérieure à son niveau à l’optimum et dans SB3 ; pourtant, le prix-producteur est plus élevé dans le premier cas que dans le second. La raison est que, entre les deux couples de scénarii, la subvention verte est passée d’un niveau nul à un niveau positif. Nous revenons sur ce point dans le paragraphe 4.3 ci-dessous.

### 4.3 – Utilisation des ressources fossiles, émissions de carbone et hausse des températures

Les politiques économiques ayant un effet direct sur le prix des ressources fossiles payé par les utilisateurs, elles ont aussi un effet direct sur l’extraction et donc l’utilisation de ces ressources, comme le montre le graphique ci-dessous.



Jusqu’à la fin du siècle, *la vitesse d’extraction des ressources fossiles est d’autant plus faible que le prix final (c’est-à-dire taxe-carbone comprise) de ces ressources est élevé*.

En particulier, plus la taxe-carbone est élevée, plus le prix final est élevé, ce qui réduit la quantité de ressources extraites.

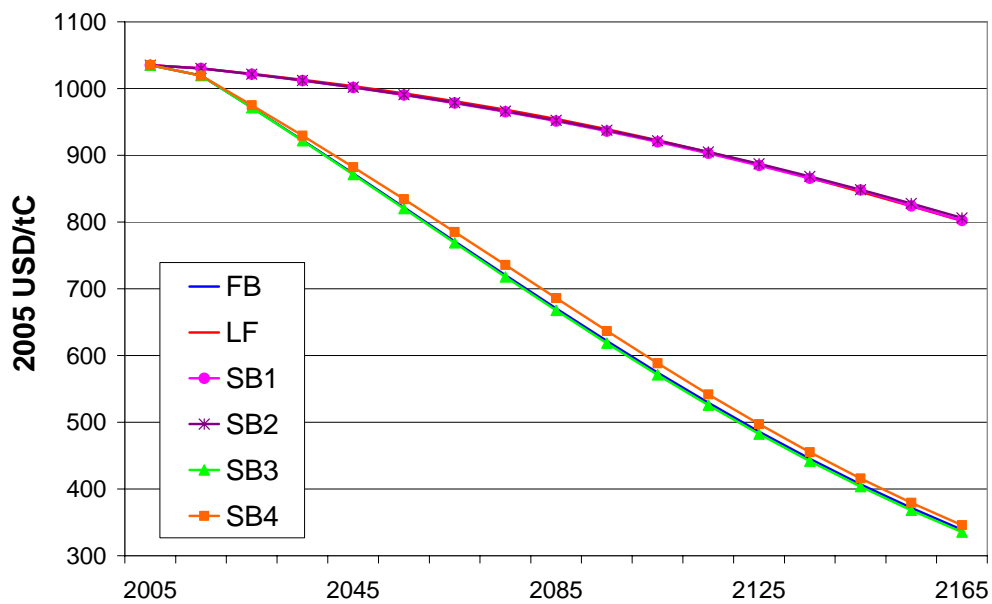
L’impact de la subvention à la R&D-backstop est un peu plus complexe à analyser. Lorsque cette subvention augmente (passage de SB1-SB2 à FB-SB3), l’utilisation des ressources fossiles diminue. En effet, puisqu’une telle politique rend la backstop relativement moins coûteuse que les ressources fossiles, le secteur énergétique substitue la première aux secondes. C’est pour cela que la demande de ressources fossiles diminue : ceci explique

pourquoi le prix reçu par les producteurs de ces ressources diminue, comme nous l'avons vu ci-dessus dans le paragraphe 4.2.

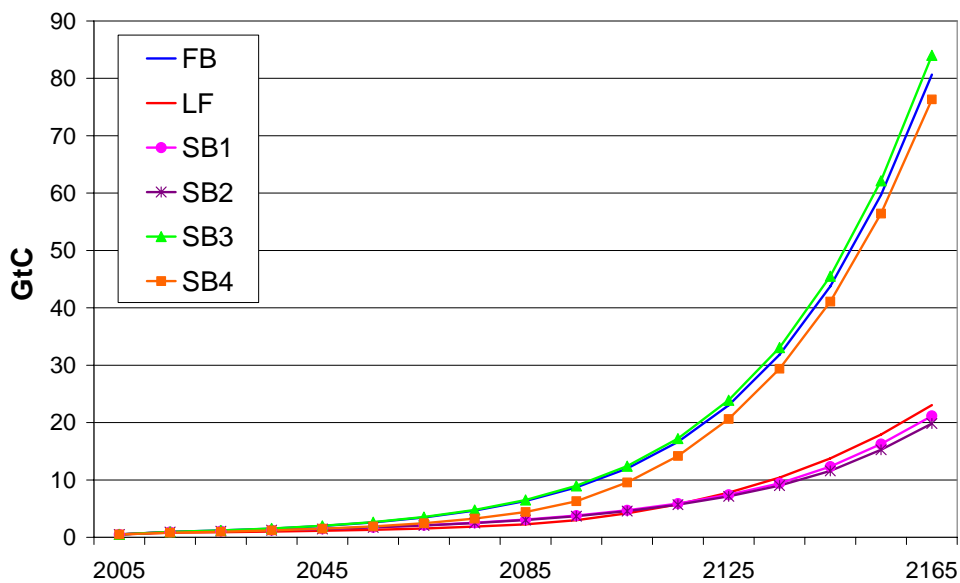
#### 4.4– La backstop non carbonée

De même qu'elles ont des effets directs sur l'utilisation des ressources fossiles, les politiques économiques ont des effets directs sur l'autre source d'énergie, la backstop non carbonée. Les résultats sont résumés dans les deux graphiques suivants :

### Backstop price



### CO<sub>2</sub>-equivalent backstop use



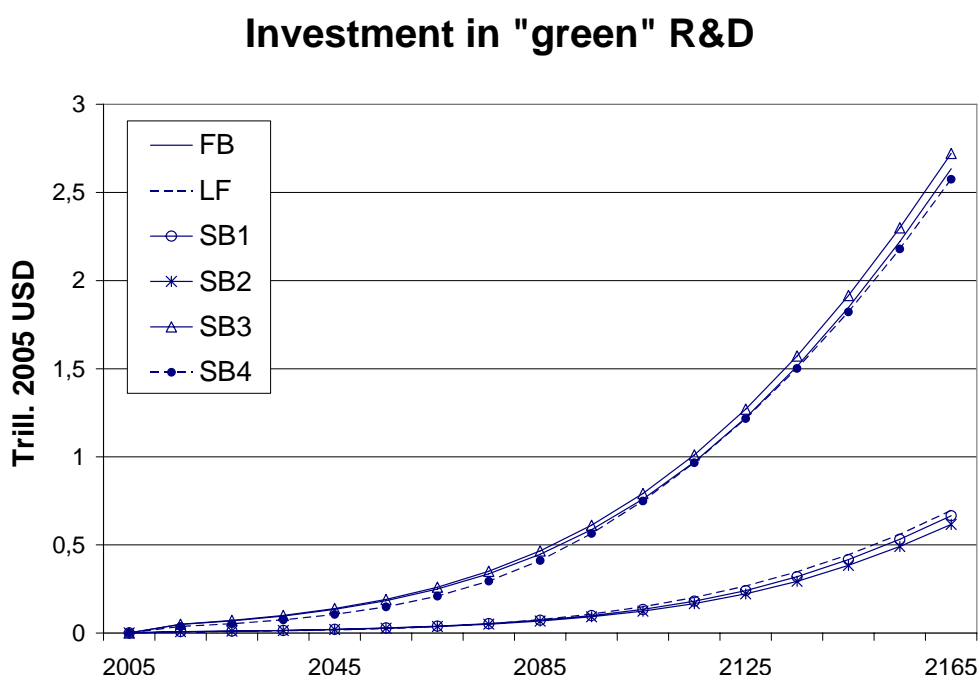
L'interprétation des graphiques est assez immédiate. D'une part, *la subvention à la R&D-backstop est l'outil privilégié pour agir sur ce secteur de recherche*. Une augmentation de cette subvention provoque une baisse du prix de la backstop, et une augmentation de l'utilisation de cette source d'énergie : cf. le passage de LF-SB1-SB2 (où la subvention R&D-backstop est nulle) à FB-SB3-SB4 (où cette subvention est positive).

D'autre part, *l'impact direct de la taxe-carbone sur l'utilisation de la backstop est à peu près nul* : cf. par exemple le passage LF à SB1, où la taxe-carbone augmente (les subventions-R&D étant nulles) ; dans ce cas, le prix de la backstop et la quantité utilisée ne changent pas.

#### 4.5– Investissements dans les secteurs de R&D

Rappelons que, dans la version du modèle présentée ici, il y a deux secteurs de R&D : l'un est spécifique à l'énergie (de façon générale), l'autre est spécifique à la backstop non carbonée. Chaque secteur de R&D produit des innovations (c'est-à-dire de la connaissance) en utilisant deux facteurs : le stock de connaissance déjà accumulé dans l'économie, et des dépenses de recherche (exprimées ici en terme du bien final).

a) L'impact des différentes politiques économiques sur la « R&D verte » (backstop non carbonée) est résumé dans le graphique ci-dessous.



Les résultats sont clairs.

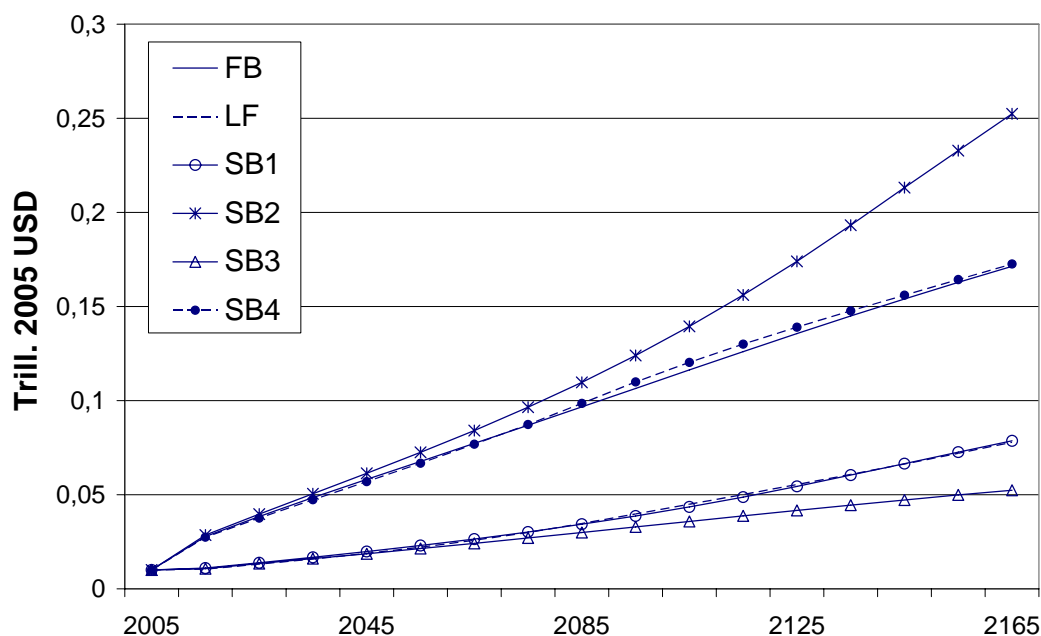
*Une augmentation de la taxe-carbone n'a pas d'effet sensible sur les dépenses effectuées dans ce secteur*. Par exemple, ces dépenses sont inchangées lorsqu'on passe du scénario SB4 à FB, ou bien lorsqu'on passe de LF à SB1.

De la même façon, une augmentation de la subvention-énergie n'a pas d'effet sensible sur la recherche verte : cf. le passage de SB3 à FB, et le passage de SB1 à SB2.

Par contre, *une augmentation de la subvention à la R&D verte a des effets déterminants sur la recherche verte* : cf. le passage de SB2 à FB, où les investissements dans la R&D augmentent de façon très sensible ; cf. aussi le passage de SB1 à SB3.

b) Examinons maintenant les *dépenses d'investissement dans la R&D-énergie*. Ici aussi, les résultats sont clairs : cf. le graphique ci-dessous.

## Investment in energy R&D



Une augmentation de la taxe-carbone n'a pas d'effet sensible sur les dépenses d'investissement dans la R&D-énergie : cf. le passage de SB4 à FB et le passage de LF à SB1.

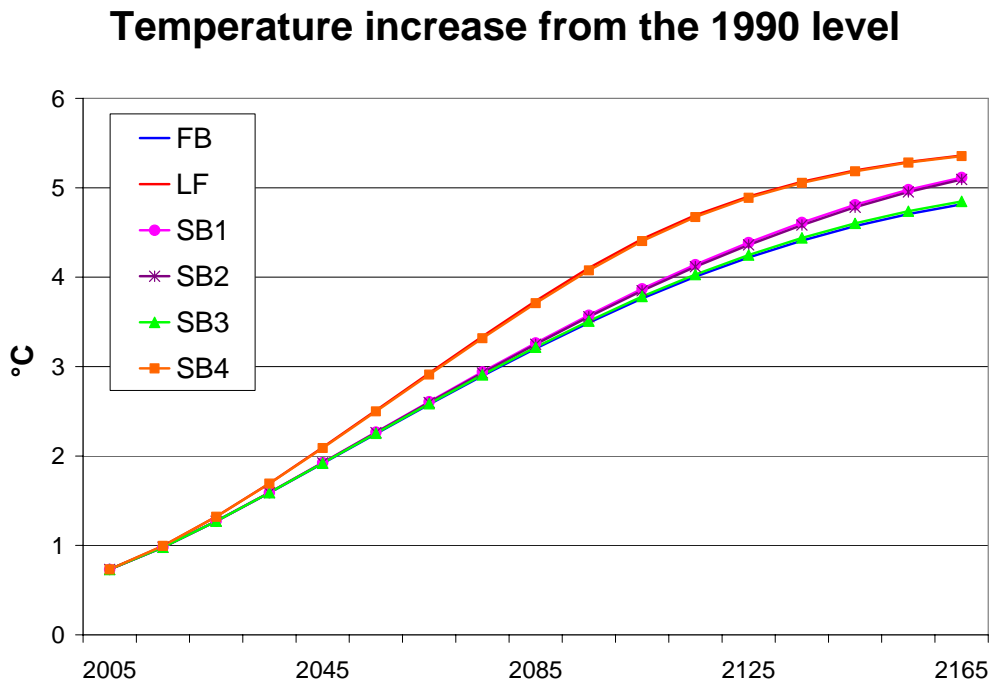
Une *augmentation de la subvention à la R&D verte provoque une diminution des investissements dans la R&D-énergie* : cf. les passages de SB2 à FB et de SB1 à SB3.

Cet effet peut être qualifié d'« *effet d'éviction* ». Nous savons déjà qu'une augmentation de la subvention verte stimule la R&D verte : il y a donc une sorte de transfert partiel des investissements totaux en R&D de la R&D-énergie vers la R&D verte.

Enfin, *une augmentation de la subvention-énergie a des effets déterminants sur les investissements dans ce secteur de recherche* : cf. les passages de SB3 à FB et de SB1 à SB2.

#### 4.6– Variations de température et dommage économique

A travers l'ensemble des canaux de l'économie, les politiques économiques ont finalement un effet direct sur les variations de températures, dont les trajectoires sont représentées dans le graphique suivant.



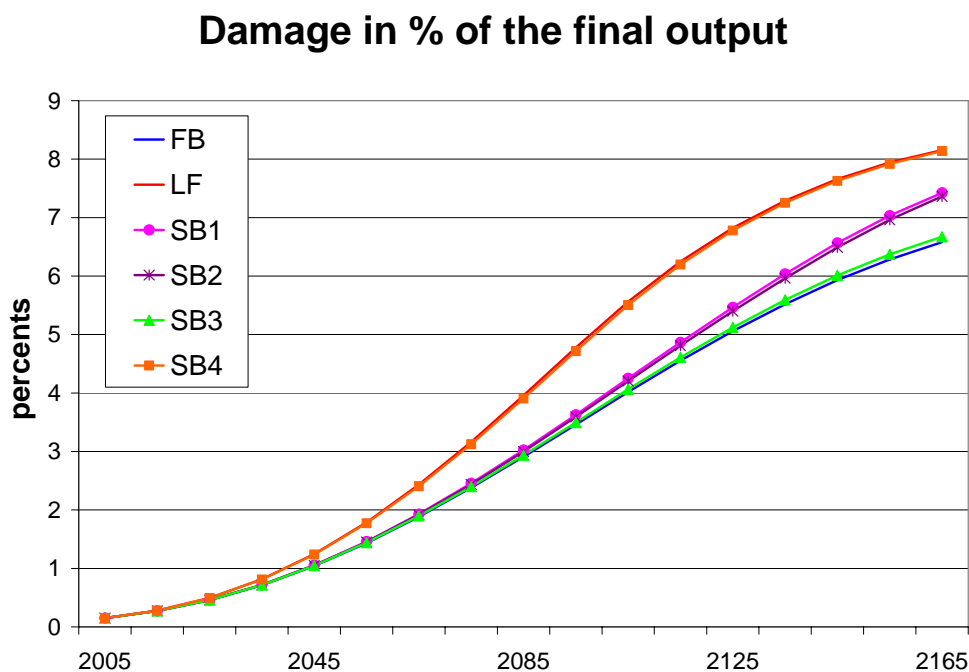
En résumé, on obtient les résultats suivants.

*La taxe-carbone a un impact déterminant sur l'évolution de la température* : plus elle est élevée, plus la hausse de la température est faible. Comme nous l'avons vu plus haut, ceci vient du fait que, en augmentant le prix final des ressources fossiles carbonées, la taxe-carbone freine leur utilisation, ce qui réduit d'autant les émissions de carbone : cf. le passage de SB4 à FB et de LF à SB1.

*La subvention à la R&D verte a également un impact non négligeable sur l'évolution de la température* : cf. les passages de SB2 à FB et de SB1 à SB3. Comme nous l'avons vu plus haut, cette subvention a de nombreux effets sur l'économie. D'une part, elle provoque une baisse du prix de la backstop non carbonée, ce qui entraîne une augmentation de l'utilisation de ce type d'énergie. Ceci a pour effet de générer une substitution de la backstop aux ressources fossiles carbonées, dont la demande diminue (cf. 4.3 ci-dessus). D'autre part, la subvention à la R&D verte incite les entreprises à mettre davantage de moyens dans cette activité, ce qui, en favorisant les gains de productivité dans ce secteur, contribue aussi à la substitution backstop/ressources fossiles.

Enfin, une variation de la subvention à la R&D-énergie n'a pas d'effet sensible sur l'évolution de la température.

Comme nous l'avons expliqué dans la présentation du modèle (cf. section 2), la hausse de la température provoque un dommage économique dont l'évolution, dans chaque scénario, est représenté dans le graphique ci-dessous.



Bien entendu, le dommage est d'autant plus élevé que la température l'est. Observons aussi que les résultats que nous obtenons sont dans les mêmes ordres de grandeurs que ceux du *rapport Stern* : pour celui-ci, dans l'économie de laisser-faire, les coûts du changement climatique représentent environ 5 % du produit mondial, chaque année, à partir d'aujourd'hui et pour toutes les années futures.

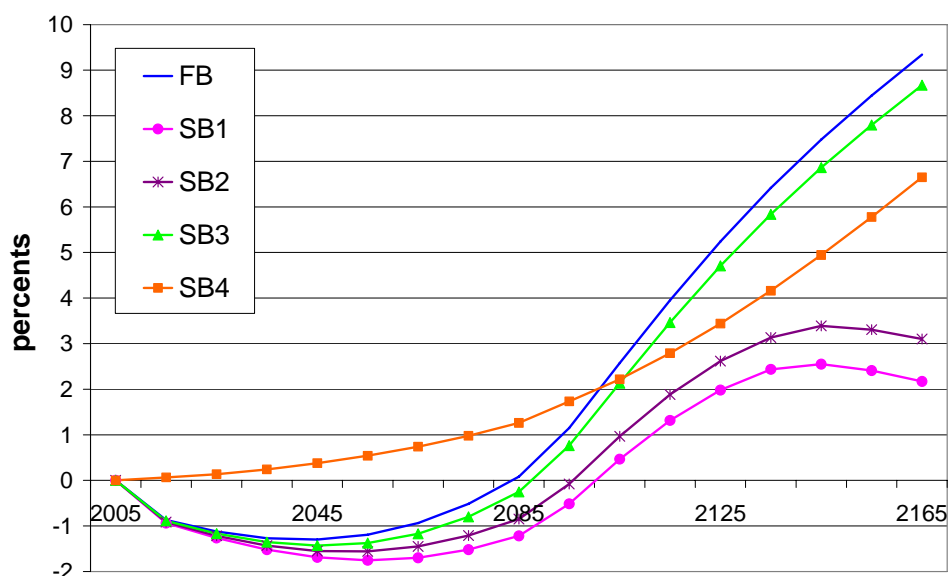
#### 4.7– Impact des politiques économiques sur le produit (output) mondial

Le principal objectif des politiques économiques (taxe-carbone, différentes subventions-R&D) que nous avons introduites dans l'analyse, est de réguler les émissions de CO<sub>2</sub>, afin d'atténuer la hausse de la température moyenne. Les effets recherchés sur la température, et donc sur le dommage qu'elle génère, ne seront atteints que dans un avenir relativement lointain ; en d'autres termes, ils profiteront essentiellement aux générations futures. Par contre, ces politiques sont coûteuses pour les premières générations : en effet, pour celles-ci, la mise en place des différentes politiques (en particulier, le renchérissement des ressources fossiles) freine le développement du produit mondial, alors que leur impact positif sur le climat n'est pas encore perceptible.

Le graphique qui suit montre, pour les différents scénarii, comment les politiques économiques conduisent le produit mondial à s'écarter du scénario de laisser-faire.



## Variations of the output from LF case



Les résultats peuvent être résumés de la façon suivante.

En premier lieu, à chaque fois qu'une taxe-carbone est imposée (ici, tous les scénarii sauf SB4), il y a une diminution du produit pour les premières générations. On retrouve ici l'impact négatif de la taxe-carbone sur l'extraction et l'utilisation des ressources fossiles que nous avons déjà analysé ci-dessus.

En second lieu, plus cette taxe est élevée, plus cette perte est importante.

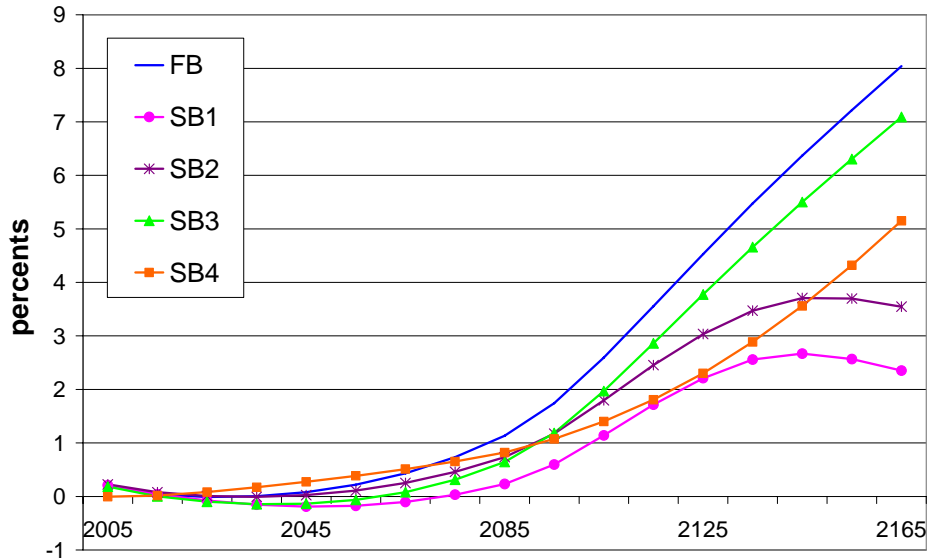
En troisième lieu, on peut atténuer l'impact de la taxe-carbone sur l'output des premières générations en utilisant les différentes subventions-R&D : cf. les passages de SB3 à FB et de SB1 à SB2 pour les subventions-R&D-énergie ; cf. aussi les passages de SB2 à FB et de SB1 à SB3 pour la subvention à la R&D-backstop.

### 4.8– Impact des politiques économiques sur le bien-être

Nous savons que, à chaque instant du temps, le produit total est utilisé pour la consommation des ménages et pour l'ensemble des investissements (capital physique pour produire l'output final, investissements destinés à produire la backstop et les ressources fossiles, investissements dans les différents secteurs de recherche).

Du point de vue du bien-être des ménages, c'est finalement la consommation qui compte. Le graphique qui suit montre, pour les différents scénarii, comment les politiques économiques conduisent la consommation à s'écarter du scénario du laisser-faire.

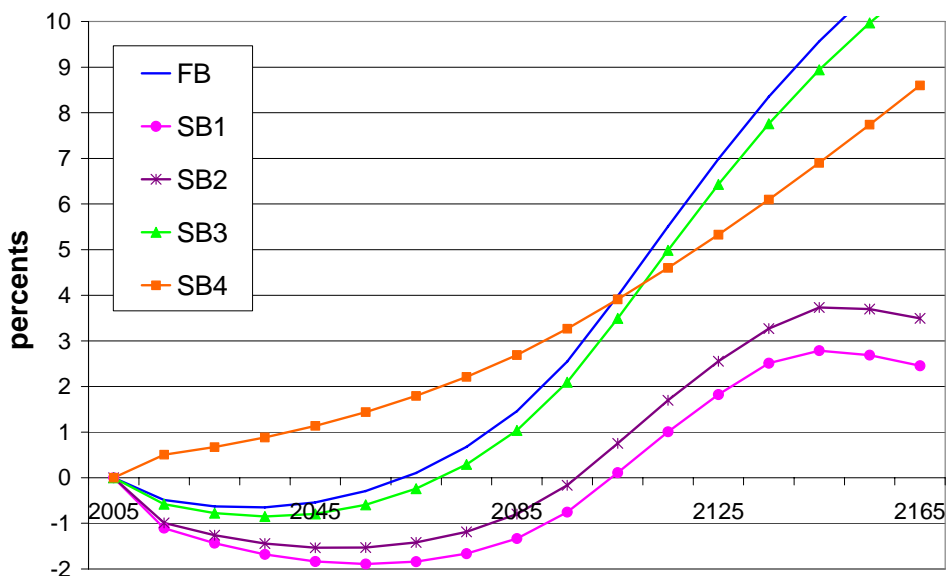
### Variations of consumption from LF case



Les résultats sont inattendus et peu intuitifs. Certes, les politiques économiques ont un effet négatif sur la consommation, et donc le bien-être, des premières générations, mais *cet effet est moins important que celui que nous avons observé ci-dessus sur l'output final*. Pourquoi ce résultat ?

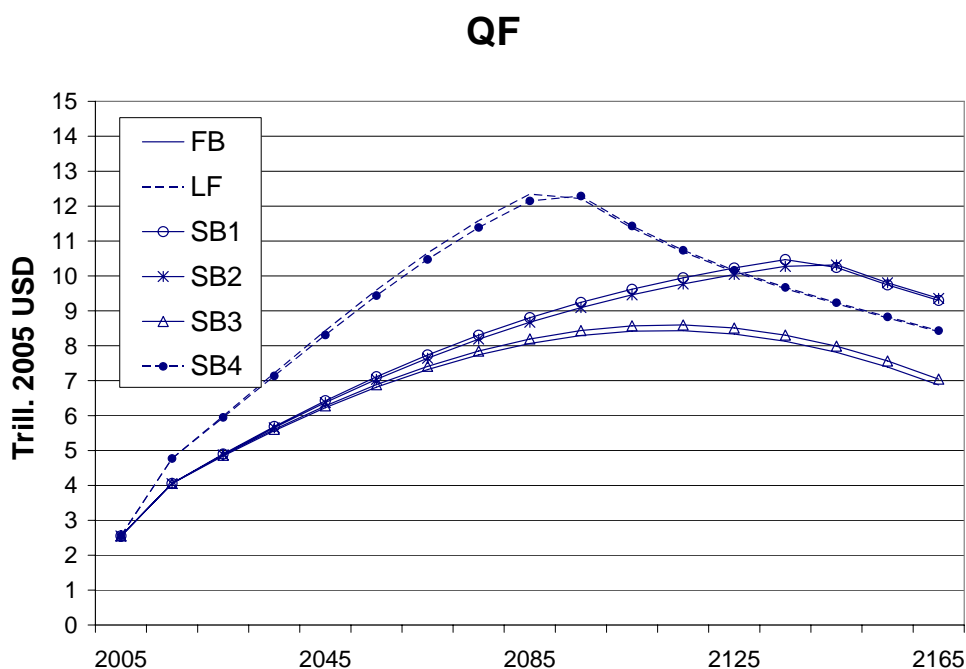
L'explication est simple. Lorsqu'on met en place les différentes politiques économiques, le total des investissements effectués sans l'économie diminue par rapport à la situation de laisser-faire : cf. le graphique ci-dessous.

### Variations of total invest. from LF case



Il serait intéressant d'examiner l'évolution de chaque type d'investissement pour mieux comprendre pourquoi les politiques économiques ont un effet moins néfaste que « prévu » sur le bien-être des générations : ceci fera l'objet d'études ultérieures.

A titre d'exemple, le graphique ci-dessous montre, pour l'ensemble des scénarii, l'évolution des dépenses engagées dans le secteur des ressources fossiles (ce secteur regroupe l'ensemble des activités telles que l'extraction proprement dite, le raffinage, le transport, ...). Il apparaît clairement que *les politiques environnementales provoquent une baisse conséquente de ces dépenses*. C'est sans doute un élément-clé pour expliquer pourquoi ces politiques ont des effets atténués sur les premières générations.

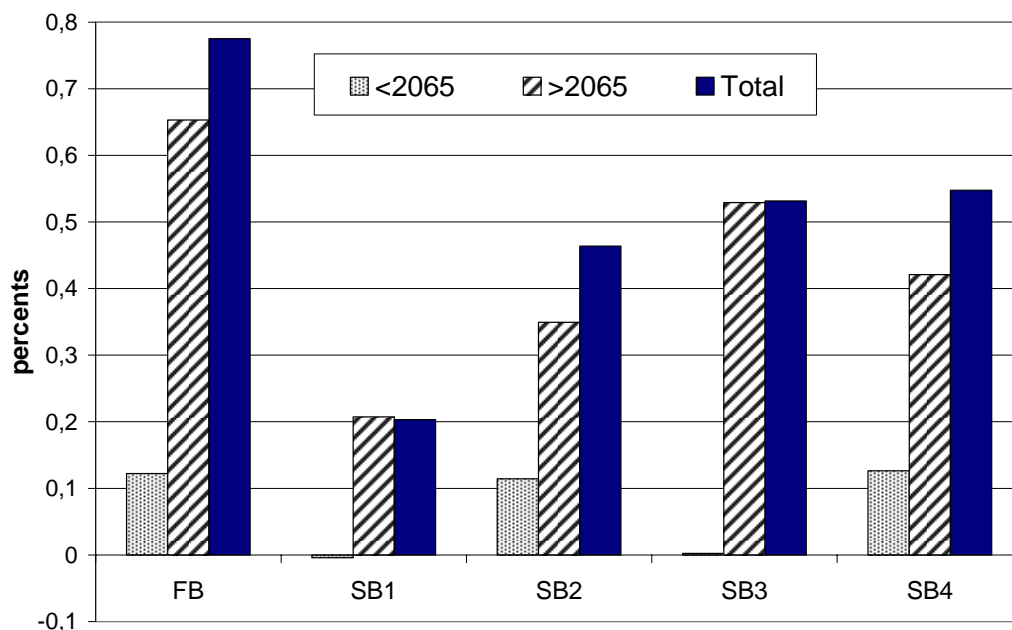


#### 4.8– Équité intergénérationnelle

Les analyses qui précèdent montrent clairement que la mise en place des différentes politiques économiques soulève des problèmes d'équité entre générations : schématiquement, les politiques environnementales permettent d'améliorer le bien-être des générations futures en atténuant les effets du changement climatique ; cependant, elles sont coûteuses pour les premières générations, notamment parce que ces générations utilisent moins de ressources fossiles (nous avons vu, cependant, que la baisse de certaines dépenses, en particulier celles qui sont engagées dans le secteur des ressources fossiles, atténue sensiblement ces effets négatifs).

Le graphique ci-dessous permet d'aller un peu plus loin dans cette analyse. Pour chaque scénario, on distingue la variation de bien-être par rapport à la situation de laisser-faire (« LF ») dans trois cas : a) l'ensemble de générations, b) les générations « présentes » (jusqu'à 2065), c) les générations « futures » (après 2065). Les principaux résultats sont les suivants.

### Variations of the social welfare from LF



En premier lieu, une augmentation de la taxe-carbone conduit à une augmentation du bien-être social, avec une légère baisse pour les premières générations et une hausse pour les générations futures (cf. SB1).

En second lieu, une augmentation de la subvention R&D-énergie conduit à une hausse du bien-être de toutes les générations (cf. SB1 et SB2).

En troisième lieu, une augmentation de la subvention R&D-backstop conduit essentiellement à une augmentation du bien-être des générations futures (cf. SB1 et SB3).

Enfin, l'écart entre FB et SB1 mesure la perte de bien-être due à l'absence de toute subvention-recherche. De même, l'écart entre FB et SB4 mesure la perte de bien-être due à l'absence de taxe-carbone.

Il apparaît que, dans un monde de second rang, le taxe-carbone utilisée seule conduit à une baisse de bien-être (par rapport au premier rang) supérieure (pour toutes les générations) à des subventions-R&D utilisées seules : cf. SB1 et SB4. En effet, pour les premières générations, l'absence de taxe-carbone est une « bonne » chose, comme nous l'avons montré ci-dessus ; pour les futures générations, elles perdent les effets de la taxe-carbone sur le climat, mais le gain qu'elles retirent des subventions-R&D est ici suffisant pour que leur bien-être augmente.

Ce type d'analyse montre la nécessité de bien définir les objectifs des politiques économiques : bien-être, consommation, output, équité intergénérationnelle, ... .

La taxe-carbone est l'outil-clef pour lutter contre le changement climatique. Mais, elle peut être coûteuse pour les premières générations. Les subventions à la R&D peuvent être un moyen de tempérer ce coût.

## 5 Conclusion

La méthodologie que nous utilisons permet (comme dans la littérature standard : cf. par exemple le rapport Stern) de caractériser la *trajectoire optimale de l'économie*, c'est-à-dire celle qui serait choisie par un planificateur omniscient et bienveillant. Cependant, elle permet d'aller beaucoup plus loin.

D'abord, elle permet de déterminer la *trajectoire de l'économie décentralisée en situation de « laisser-faire »*, c'est-à-dire sans intervention publique. On mesure ainsi l'écart entre la trajectoire qui résulte du fonctionnement libre des marchés et celle qui est socialement souhaitable. Dès lors, on peut calculer les outils de politiques économiques (taxe-carbone et subventions à la R&D) optimaux, c'est-à-dire ceux qui permettent aux deux trajectoires d'être confondues.

Ensuite, comme nous l'avons illustré dans la section 4, elle permet *d'étudier les effets isolés sur l'économie d'un outil particulier, les autres étant inchangés*. De façon plus générale, elle permet d'étudier les effets de toute combinaison possible de ces outils. Nous avons ainsi pu analyser dans le détail les effets de la taxe-carbone, ceux d'une subvention « verte » à la R&D-backstop, et ceux d'une subvention à la R&D-énergie.

Enfin, nous avons pu faire des *analyses de second rang* : par exemple, calculer les subventions-R&D optimales lorsqu'une taxe-carbone ne peut pas être mise en œuvre ; ou, inversement, calculer la taxe-carbone optimale lorsqu'il n'est pas possible de subventionner la recherche.

Les développements en cours (et futurs) vont schématiquement dans deux directions.

D'une part, nous souhaitons élargir et approfondir le champ des résultats qui sont accessibles avec la méthodologie dont nous disposons. Par exemple, nous souhaitons *approfondir les problèmes d'équité intergénérationnelle* que nous avons abordés dans les dernières sections du présent rapport.

D'autre part, nous travaillons actuellement au *développement du modèle lui-même*. La première extension concerne l'introduction d'une technologie de « *séquestration du carbone* ». Les premiers résultats obtenus à ce jour sont particulièrement intéressants : on peut en particulier examiner l'impact des outils de politique économique (taxe-carbone, subventions-R&D) sur le développement de cette technologie. La seconde extension naturelle est *l'introduction de l'énergie nucléaire*, produite à partir d'une ressource fossile non carbonée. Nous pourrions ainsi analyser la *concurrence entre différentes sources d'énergie, en particulier entre l'énergie nucléaire et les ressources fossiles dont le carbone peut être séquestré*.

# Environment, Directed Technical Change and Economic Policy

André Grimaud · Luc Rouge

Accepted: 19 February 2008  
© Springer Science+Business Media B.V. 2008

**Abstract** We study the effects of an economic policy in an endogenous growth general equilibrium framework where production of consumption goods requires two resource inputs: a polluting non-renewable resource and a non-polluting labour resource. The use of the former contributes to the accumulation of pollution in the atmosphere, which affects welfare. There is a specific research sector associated with each of those resources. We provide a full welfare analysis, and we describe the equilibrium paths in a decentralized economy. We go on to study the effects of three associated economic policy tools: a tax on the polluting resource, and two research subsidies. We show that the optimal environmental policy has two main effects; it delays the extraction of the resource and with it the level of polluting emissions and it reallocates research efforts, decreasing the amount put into “grey” research to the benefit of “green” research. We also show that the environmental policy is grey-biased in the short-term, and green-biased in the long-term. Finally, we compute the optimal values for these tools.

**Keywords** Polluting non-renewable resources · Growth · Environmental policy · Bias of technical change

**JEL Classification** O32 · O41 · Q20 · Q32

## 1 Introduction

It is now common knowledge that a majority of the most serious environmental problems are linked to the use of non-renewable natural resources in production processes. This negative externality raises several problems. These include: which economic policies allow the imple-

---

A. Grimaud  
Toulouse School of Economics (IDEI and LERNA), 21 Allée de Brienne, 31000 Toulouse, France

A. Grimaud · L. Rouge (✉)  
Toulouse Business School, 20 Boulevard Lascrosses, BP 7010, 31068 Toulouse, Cedex 7, France  
e-mail: l.rouge@esc-toulouse.fr

mentation of optimum, what their impact is on the economy, and in particular on the rate of technical progress? Some of these questions have been addressed in the literature. Basically, we can distinguish two periods.

During the 1990s, most authors dealt with partial equilibrium models. Concerning optimal trajectories, [Withagen \(1994\)](#), in particular, shows that current resource consumption should be lower if pollution is to be taken into account. Hence, extraction has to be postponed. Moreover, [Sinclair \(1992\)](#) shows that an optimal ad valorem tax on the use of non-renewable resources is decreasing. This point is criticized by [Ulph and Ulph \(1994\)](#), who believe this result is not generally true, particularly in the case of environmental regeneration and extraction costs. Moreover, [Hoel and Kverndokk \(1996\)](#), who do not consider ad valorem tax, show that the optimal tax increases and then decreases. Finally, some authors, such as [Hoel and Kverndokk \(1996\)](#) or [Tahvonen \(1997\)](#), consider the possibility of a non-polluting backstop technology. Here, a key issue is the timing of resource use (on this question, see also [Chakravorty et al. \(1997\)](#)). Note that, in these articles, both types of resources are perfect substitutes.

More recently (in the 2000s), problems caused by the use of polluting non-renewable resources have been addressed in the context of general equilibrium models with endogenous growth.<sup>1</sup> [Schou \(2000, 2002\)](#) studies two kinds of models -human capital, and R&D driven growth models- in which the flow of pollution due to the use of non-renewable resources affects either production (2000) or utility (2002) negatively. In both cases, he shows that no environmental policy is required to implement optimal solutions. [Grimaud and Rouge \(2005\)](#) consider a similar type of model, in which households' utility is affected by the flow of pollution, and where functional forms, the utility function in particular, are not specified. As in [Sinclair \(1992\)](#), changes in the tax level only entail rent transfers. Moreover, it is shown that an environmental policy is generally needed: the optimal (ad valorem) tax is either increasing or decreasing, according to the relative strengths of the evolution over time of pollution's marginal disutility and the psychological discount rate. In the particular case of [Schou \(2000, 2002\)](#), both effects exactly cancel each other, due to the specified functional forms. Whereas in Schou and Grimaud & Rouge agents, firms or households, are affected by a flow of pollution, [Groth and Schou \(2007\)](#) consider a model in which total factor productivity gradually decreases as a result of the accumulated stock of pollution. This corresponds more to questions associated with the greenhouse effect, and directly follows the partial equilibrium models quoted above. In particular, they show that the optimal tax must be decreasing, which fosters growth, and postpones resource extraction.

The main difference between the literature mentioned above and this paper comes from the fact that we address these questions in the context of two different R&D sectors. In fact, we consider an economy in which two inputs are simultaneously used to produce output: a polluting non-renewable resource, for instance fossil fuels, and a non-polluting input. This second input is produced by means of labour (for a similar type of input, see [Smulders and de Nooij \(2003\)](#)). Here, we are thinking of carbon-free backstop technologies such as solar, and we refer to this input as the labour resource.<sup>2</sup> We have basically three objectives: firstly, to compare the trajectories of the decentralized 'laissez-faire' economy to the optimal ones;

<sup>1</sup> Several articles consider these questions within the framework of calibrated macroeconomic models: see, for example, [Nordhaus and Boyer \(2000\)](#), [Popp \(2004\)](#), [Edenhofer et al. \(2005\)](#) or [Gerlagh and Lise \(2005\)](#). Moreover, certain authors present analytical or numeric solutions in a partial equilibrium context: in particular, see [Liski and Tahvonen \(2004\)](#). However, few works present a systematic study of the social planner's optimum, the decentralized equilibrium and economic policies in the framework of a general equilibrium model.

<sup>2</sup> Popp (2006) uses also a model in which total energy is simultaneously produced by fossil fuels and a carbon-free backstop technology. In his model, this latter input is produced by means of output.

second, to study the impact of economic policies, specifically R&D and climate policies, on the equilibrium variables, namely the path of grey resource extraction, the effort put into the production of the green resource, the effort put into R&D activities and output growth among others; and finally, to compute the optimal values of the economic policy tools.

To do so, we consider a general equilibrium model with endogenous growth. As we said above, two kinds of resources are used within the production process. The use of the non-renewable resource (the ‘grey’ resource) yields a flow of pollution which accumulates in the atmosphere. As [Groth and Schou \(2007\)](#) do, we consider pollution as a stock, which could, for example, be green-house gases. This affects the quality of the environment, which here is a variable in households’ utility. The other resource (the ‘green’ resource) is in an alternative to fossil fuels as we have already mentioned (see for instance [Hoel and Kverndokk \(1996\)](#), [Tahvonen \(1997\)](#) or [Tahvonen and Salo \(2001\)](#) on this point); however, this resource does not constitute a perfect substitute, and it is used simultaneously. Moreover we assume that a specific R&D sector and a specific stock of knowledge are associated with each of these resources. To do so, we follow Acemoglu’s work on directed technical change (e.g. 2002), as has been done elsewhere in recent literature. [Smulders and de Nooij \(2003\)](#), as well as [André and Smulders \(2004\)](#), for instance, introduce this type of analysis in an endogenous growth model, but they do not take pollution into account. [Hart \(2004\)](#) also studies an endogenous growth model without non-renewable resources, but where pollution can be reduced by a type of research which is environmentally oriented, contrary to a second type of research, which is labelled ‘ordinary’. Thus we will have two stocks of knowledge. One is associated with the polluting non-renewable resource (‘grey’ knowledge), and the other is associated with the clean labour resource (‘green’ knowledge); we refer to the relative evolution of the two stocks of knowledge as the direction of technical change (as in [Acemoglu \(2002\)](#) for instance). Hence, studying the impact of economic policies on R&D leads us to distinguish the effects on the total amount of research (‘quantity’ of research), and also on the allocation of research inputs between research sectors (‘quality’ of research) (see also [Hart \(2004\)](#)).

Another key feature of our model is that innovations are not embodied in intermediate goods, as, for instance, in [Gerlagh and Lise \(2005\)](#), [Grimaud and Rouge \(2004, 2005\)](#), or [Popp \(2006\)](#). Here, we assume that knowledge is directly priced. This allows us to considerably simplify the calculations within this type of model. In particular, this enables to conduct a welfare analysis, which is generally not done in models with directed technical change and intermediate goods (see for instance [Acemoglu \(2002\)](#)). Moreover, in standard endogenous growth models with intermediate goods, implementation of the optimum requires two tools aimed at correcting both distortions that stem from aspects of the structure of research market, namely monopoly power and intertemporal spillover (see [Barro and Sala-i-Martin \(1995\)](#)). If environmental externalities are added, the problem becomes very complicated, as is also discussed in [Gerlagh and Lise \(2005\)](#).

In this paper, we first determine the optimal paths. We provide a complete characterization of the dynamics of all variables in the economy; in fact, we study the transition towards the steady-state. In particular, we describe the optimal resource extraction path, thus determining the path of pollution accumulation in the atmosphere. We simultaneously establish the optimal allocation of effort put into each of the two research sectors.

We go on to study the positive aspects of our analysis through the economy’s decentralized equilibrium properties, which we compare to the optimal ones. The absence of intermediate goods in the economy leads us to define a decentralized equilibrium which departs from the standard in the endogenous growth context: because of the non-convexity of technology, we assume that firms compete in Cournot fashion in markets for consumption goods.



At the equilibrium, there are three fundamental distortions: the environmental externality presented above and two externalities arising from the fact that in each research sector innovators cannot extract the whole surplus from users of innovations (on this point, see [Jones and Williams \(1998\)](#) or [Popp \(2006\)](#) for instance). Following [Tinbergen \(1960\)](#), we thus associate three economic policy tools: an ad valorem tax on the use of the grey resource, and two subsidies for both research sectors. Hence, the equilibrium variables (quantities, prices and their growth rates) are functions of these economic policy instruments. We consider the effects of the policies on the equilibrium variables and we compute the optimal values for these economic policy tools.

The main results of the paper are the following.

First, we show that there exists one stable unique feasible optimal steady-state. Optimal variables tend towards this regime, which corresponds to the optimum in the case where there is no pollution, or, equally, pollution does not affect welfare. This comes from the fact that, as the stock of non-renewable resource is fully exhausted in infinite time, the extraction and pollution flows tend to zero asymptotically.

Second, when we compare the optimum and the 'laissez-faire' regimes, we show that the decentralized economy uses the non-renewable resource too fast, and thus too much pollution is emitted in the early stages of the process. This confirms a result of [Withagen \(1994\)](#) who considers a partial equilibrium model in which the stock of pollutants decays at a constant exogenous rate. At the same time, the equilibrium quantity of research, that is, the overall research effort, is sub-optimal. Moreover, the effort invested in green research is always too low, whilst the effort in grey research is too high in the early stages. It is important to note that this situation in grey research is reversed after a certain period. The length of this period is inversely correlated to the distortion in the innovation market, that is, the gap between the price paid by users of an innovation and their marginal willingness to pay. We also show that the direction of technical change, measured here as the difference between the growth rates of 'green' and 'grey' resource stocks (referring to [Acemoglu \(2002\)](#)), is non optimal as it is too 'grey-oriented'. Finally, decentralized equilibrium growth is sub-optimal, which means that early generations consume too much to the detriment of the future generations. In [Groth and Schou \(2007\)](#), where depletion of the resource is also too fast, the same result holds: output growth is too slow.

Third, we determine the effects of the two economic policies. The R&D policy promotes both types of research effort (green and grey): the quantity and the quality of research increase. However, the direction of technical change remains unchanged. We also show that the flows of extraction (and thus of pollution) are also unchanged, as are the dynamics of the environment. Concerning the effects of the optimal environmental policy, our first set of results confirms standard findings from the previous literature. We show that the level of tax does not matter, only resulting in rent transfers (as in [Sinclair \(1992\)](#), [Grimaud Rouge \(2005\)](#) and [Groth Schou \(2007\)](#) for instance). The optimal climate policy, which is shown to levy a decreasing tax on fossil fuels, will hold back the pace of extraction, and thus slow down polluting emissions. A simple intuition is that the price of the resource (including the tax) becomes relatively higher today. Furthermore, we demonstrate that, as growth rates of resource extraction and green knowledge are increased, this policy fosters output growth. More precisely, in our model the level of output is lower for early generations and higher for future ones, as resource extraction is postponed (see [Grimaud Rouge \(2005\)](#) for a similar result). We show that this results in a loss of welfare for early generations. The second set of results concerns the impact of the optimal climate policy on the overall R&D effort and the direction of technical change. It is shown that the quantity of research is not modified. However, the quality of research is modified: the effort put into 'grey' research decreases, thus benefiting 'green' research.

In other words, this decreasing environmental tax steers technical change in the ‘desired’ direction. This result has to be linked to [André and Smulders \(2004\)](#) who show, in a model without pollution, that a decrease in the growth rate of a tax on the non-renewable resource shifts research activity from “energy-related” to “labour-related” knowledge. Furthermore, we study the impact of the climate policy on the ratio of green and grey resources’ marginal productivities, which we refer to as the bias of technical change (following [Acemoglu \(2002\)](#)). We show that the environmental policy is grey-biased in the short-term, and green-biased in the long-term.

We conclude by determining the optimal values of the economic policy instruments.

Section 2 introduces the model and presents welfare analysis. The equilibrium of the decentralised economy is studied in Sect. 3. The effects of economic policies and the calculation of optimal policy tools are presented in Sect. 4. Finally, in Sect. 5, we make some concluding remarks.

## 2 Model and Welfare

### 2.1 Model

There is a continuum of consumption goods, indexed on the unit interval. Each good  $j$ ,  $j \in [0; 1]$ , is produced by  $N_j$  firms. Each firm  $n_j$  ( $n_j = 1, \dots, N_j$ ) simultaneously produces good  $j$  and performs research. For firm  $n_j$ , production function of good  $j$  is

$$Y_{n_jt} = [\beta(A_{Qt}Q_{n_jt})^\alpha + (1 - \beta)(A_{Rt}R_{n_jt})^\alpha]^{1/\alpha}, \quad -\infty < \alpha \leq 1 \text{ and } \beta \in (0; 1). \quad (1)$$

$R_{n_jt}$  is the flow of non-renewable resource. The input simultaneously used within the production process,  $Q_{n_jt}$ , is produced from labour, as it is mentioned later in the text (see formula (4)). Hence we refer to it as the labour resource. In that sense, this production function is very similar to those used in [Smulders and de Nooij \(2003\)](#) or [André and Smulders \(2004\)](#).

$A_{Qt}$  and  $A_{Rt}$  are the stocks of specific knowledge for the two resources. In fact, the combined use of both resources can be interpreted from the fact that they are imperfect substitutes (that are used in specific niche markets, see for instance [Gerlagh and van der Zwaan \(2003\)](#) on this point).

This CES technology is such that there is some complementarity between each resource and its associated knowledge. Indeed, since  $\alpha$  is lower than 1,  $\partial Y/\partial A_Q$  and  $\partial Y/\partial A_R$  are increasing functions of  $Q$  and  $R$  respectively: marginal productivity for any stock of knowledge is increasing with the use of the associated resource. This is a key assumption when studying the impact of climate policy on the direction of technical change (see Sect. 4.1.2).

Note that  $\sigma = 1/(1 - \alpha)$  is the elasticity of substitution between the two factors. Since  $-\infty < \alpha \leq 1$ ,  $\sigma$  is positive. Then, following [Dasgupta and Heal \(1979, p.197\)](#), the non-renewable resource is necessary, that is,  $Y_{n_jt} = 0$  if  $R_{n_jt} = 0$ , when  $0 \leq \sigma \leq 1$ , i.e.  $-\infty < \alpha \leq 0$ . When  $1 < \sigma < +\infty$ , i.e.  $0 < \alpha < 1$ , it is non-necessary. If  $\alpha$  tends to 1 (i.e.  $\sigma$  tends to  $+\infty$ ), the production function is linear; when  $\alpha = 0$  (i.e.  $\sigma = 1$ ), the production function is Cobb-Douglas; when  $\alpha$  tends to  $-\infty$  (i.e.  $\sigma$  tends to 0), it is Leontieff.

Technologies for production of knowledge are

$$\dot{A}_{Qn_jt} = \delta_Q L_{Qn_jt} A_{Qt}, \quad \delta_Q > 0, \quad (2)$$

and

$$\dot{A}_{Rn_jt} = \delta_R L_{Rn_jt} A_{Rt}, \quad \delta_R > 0. \quad (3)$$

$A_{Q_{n_j t}}$  and  $A_{R_{n_j t}}$  are the stocks of knowledge produced by firm  $n_j$ , and we have  $A_{Q_t} = \int_0^1 \left( \sum_{n_j} A_{Q_{n_j t}} \right) dj$  and  $A_{R_t} = \int_0^1 \left( \sum_{n_j} A_{R_{n_j t}} \right) dj$ .

The flow  $Q_t$  of labour resource is produced with a quantity  $l_t$  of labour:

$$Q_t = \theta l_t, \theta > 0. \tag{4}$$

The non-renewable resource is extracted from an initial finite stock  $S_0$ . Extraction costs are modelled following André and Smulders (2004). At each date  $t$ , a flow  $-\dot{S}_t$  of non-renewable resource is extracted, and a proportion

$$R_t = -\dot{S}_t / (1 + \mu_t), \mu_t > 0, \tag{5}$$

is supplied on the market, while  $-\dot{S}_t \mu_t / (1 + \mu_t)$  vanishes.  $\mu_t / (1 + \mu_t)$  is the unit cost of extraction in terms of resource. We will later on denote by  $\hat{\mu}_t$  the term  $\mu_t / (1 + \mu_t)$ . If  $\hat{\mu}_t < 0$ , the unit cost of extraction is decreasing over time, because of technical progress that increases exploration efficiency. Conversely,  $\hat{\mu}_t$  can be positive if we consider that exploitable reserves are getting less accessible despite better drilling results.

The labour resource does not pollute. Pollution is generated by the use of the non-renewable natural resource within the production process:

$$P_t = \gamma R_t, \gamma > 0. \tag{6}$$

This flow of pollution ( $P_t$ ) affects negatively the stock of environment ( $E_t$ ). We assume  $E_t = E_0 - \int_0^t P_s ds, E_0 > 0$ , which gives the following law of motion

$$\dot{E}_t = -P_t = -\gamma R_t. \tag{7}$$

In the following, we assume that the lower limit to the stock of environment,  $E_0 - \gamma S_0$ , is positive. We show below that the resource is asymptotically exhausted, and thus that the stock of environment tends to its lower limit in the long-run. Hence, since the total quantity of pollution emitted in the atmosphere is known, the question is, what is the pollution path, or, in other words, how will pollution be distributed between generations (as in

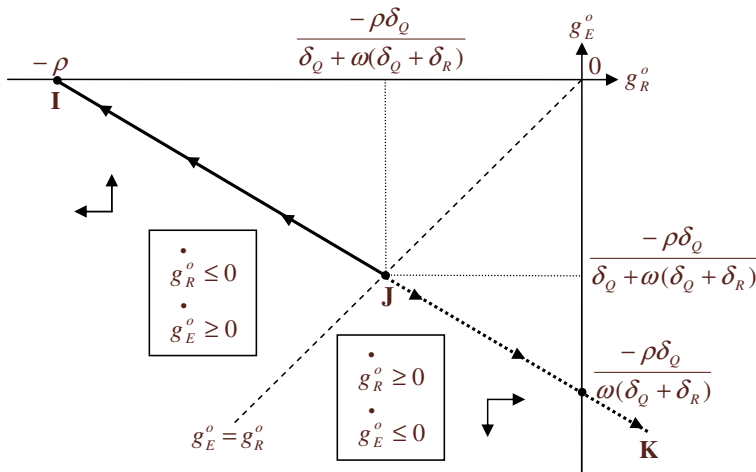


Fig. 1 Phase diagram

Grimaud and Rouge (2005)). Note that we do not consider environmental regeneration (as it is done in a similar context by Groth and Schou (2007)). If this were to feature in the model, as well as abatement activities,<sup>3</sup> it would certainly affect the results. Considering carbon sequestration, in particular, would lead to a dissociation of the pollution flow and extraction.

Population is assumed constant, normalized to one, and each individual is endowed with one unit of labour. Thus we have:

$$1 = l_t + L_{Qt} + L_{Rt}. \tag{8}$$

where  $l_t$  is used for production and  $(L_{Qt} + L_{Rt})$  for research. Note that  $L_{Qt} = \int_0^1 \left(\sum_{n_j}^{N_j} L_{Qn_jt}\right) dj$  and  $L_{Rt} = \int_0^1 \left(\sum_{n_j}^{N_j} L_{Rn_jt}\right) dj$ .

The household's instantaneous utility function depends both on consumption  $c_{jt}$ ,  $j \in [0; 1]$ , and the stock of environment  $E_t$ . The intertemporal utility function is:

$$U = \int_0^{+\infty} \left[ \ln \left( \int_0^1 c_{jt}^\varepsilon dj \right)^{1/\varepsilon} + \omega \ln E_t \right] e^{-\rho t} dt, \quad 0 < \varepsilon < 1, \quad \rho > 0 \text{ and } \omega > 0. \tag{9}$$

where  $c_{jt} = Y_{jt} = \sum_{n_j}^{N_j} Y_{n_jt}$ , that is, the whole production of good  $j$  is consumed by the representative household.

### 2.2 Welfare

We now characterize the optimum, that is, the solution of the social planner's program. We consider the symmetric case in which consumption good sectors and firms are identical. In this case, we have  $N_j = N$ ,  $Y_{n_j} = Y/N$ ,  $Q_{n_j} = Q/N$ ,  $R_{n_j} = R/N$ ,  $L_{Qn_j} = L_Q/N$ , and  $L_{Rn_j} = L_R/N$ . The results are given in Appendix 1. Using these results and the phase diagram given in Fig. 1, we fully characterize the optimal transitional dynamics of the economy. The main findings are summarized in Proposition 1. We drop time subscripts for notational convenience (upper-script  $^o$  is used for optimum, and  $g_X$  is the rate of growth of any variable  $X$ ).

**Proposition 1** *At the social optimum, if  $\hat{\mu} = 0$ :*

- (i) *if households are not indifferent to the environment (that is,  $\omega \neq 0$ ), the economy converges to a unique and stable steady-state. In the case of no environmental preferences ( $\omega = 0$ ), the economy immediately jumps to this steady-state.*
- (ii) *the extraction flow is strictly positive at each date  $t$ , and the resource stock is exhausted in infinite time. Moreover, the growth rates of resource extraction ( $g_R^o$ ) and of emissions ( $g_p^o$ ) are negative, and output growth ( $g_Y^o$ ) is positive.*
- (iii) *if households have environmental preferences,  $g_R^o$ ,  $g_p^o$  and  $g_Y^o$  are higher; thus the social planner postpones resource extraction and lowers early generations' consumption level.*
- (iv) *if households have environmental preferences, the social planner devotes more effort to green and less to grey research.*

All optimal levels and growth rates are given in Appendix 1.

*Proof* See Appendix 1. □

Let us now give further details about these results.

<sup>3</sup> We thank one anonymous referee for this remark.

First of all, note that, if  $\omega = 0$ , which corresponds to the case where households are indifferent to the state of environment, the economy immediately jumps to its steady-state (that is, an economy in which all rates of growth are constant). Indeed, in this case we have  $g_R^o = -\rho - \hat{\mu}$  (see (42)), which is constant if we assume that  $\hat{\mu}$  is constant. Thus, transitional dynamics of the model stem from the introduction of the stock of environment ( $E_t$ ) (see (i) in Proposition 1).

Let us now study the dynamics of the optimum, in the particular case where  $\hat{\mu} = 0$  (i.e. constant extraction costs) for computational convenience.

From (7),  $\dot{E}^o = -\gamma R^o$ , one gets  $g_E^o = -\gamma R^o/E^o$ . Log-differentiating with respect to time, we have  $\dot{g}_E^o/g_E^o = g_R^o - g_E^o$ , or  $\dot{g}_E^o = g_E^o(g_R^o - g_E^o)$ . Let us study the evolution of the environment's growth rate over time. Plugging (42) (where  $\hat{\mu} = 0$ ) into  $\dot{g}_E^o = g_E^o(g_R^o - g_E^o)$  gives the following Ricatti differential equation :  $\dot{g}_E^o = -(1 + \omega(\delta_Q + \delta_R)/\delta_Q)(g_E^o)^2 - \rho g_E^o$ . In order to transform this equation into a linear first-order differential equation, we consider the new variable  $z = 1/g_E^o$ , which implies  $\dot{z} = -\dot{g}_E^o/(g_E^o)^2$ . The Ricatti equation becomes  $\dot{z} = (1 + \omega(\delta_Q + \delta_R)/\delta_Q) + \rho z$ , whose solution leads to

$$g_E^o = \frac{1}{e^{\rho t} [1/g_{E0}^o + (\delta_Q + \omega(\delta_Q + \delta_R))/\rho\delta_Q] - (\delta_Q + \omega(\delta_Q + \delta_R))/\rho\delta_Q}. \tag{10}$$

In order to construct a phase diagram, recall that we have  $g_R^o = -\rho - (\omega(\delta_Q + \delta_R)/\delta_Q)g_E^o$  (see (42) when  $\hat{\mu} = 0$ ). Moreover, from  $\dot{g}_E^o = g_E^o(g_R^o - g_E^o)$  (which we obtained above), we get  $\dot{g}_E^o \leq 0$  and  $\dot{g}_R^o \geq 0$  if  $g_R^o \geq g_E^o$ . Similarly,  $\dot{g}_E^o \geq 0$  and  $\dot{g}_R^o \leq 0$  if  $g_R^o \leq g_E^o$ .

Before studying this phase diagram, we need to make two preliminary remarks. First, the flow of extraction is strictly positive at each date  $t$  (see (ii)). Indeed, if  $\alpha \leq 0$ , that is,  $\sigma \leq 1$ , the resource is necessary, i.e. output is nil when  $R = 0$ . If  $\alpha > 0$ , that is,  $\sigma > 1$ , the resource is non-necessary, but  $\lim_{R \rightarrow 0} \partial Y/\partial R = +\infty$ . This means that the conditions for proposition 5' in Dasgupta and Heal (1974, footnote 1, p. 15) to hold are fulfilled; hence  $R_t > 0$  for all  $t \geq 0$ .

Second, the stock of non-renewable resource is fully depleted (see (ii)). This is shown by the following. At each date  $t$ , extracting one unit of grey resource has two effects; production, and thus consumption increase, but at the same time the environment is harmed. Therefore utility is affected in two opposite ways: the first effect increases the current level of utility, whereas the second diminishes utility levels from  $t$  to infinity. One can verify that the first effect,  $(\partial Y_t/\partial R_t)/Y_t$ , tends to infinity as  $R_t$  tends to zero, whereas the second one is bounded.<sup>4</sup> Indeed, the marginal disutility of resource extraction (and thus pollution) is bounded since the level of the environment is bounded. Formally, this effect is given by  $\int_t^{+\infty} (\omega/E_s)(dE_s/dR_t)e^{-\rho(s-t)} ds$ , where  $dE_s/dR_t = -\gamma$ , and  $1/E_s < 1/(E_0 - \gamma S_0)$  since  $E_0 - \gamma S_0$  is the positive lower limit of the environment, reached when the resource is fully depleted. Finally, we get  $0 > \int_t^{+\infty} (\omega/E_s)(dE_s/dR_t)e^{-\rho(s-t)} ds > -\gamma\omega/\rho(E_0 - \gamma S_0)$ . These formulae are the ones presented in Appendix 1 (see (27) when  $\varphi_S = 0$ ).

Let us now study the phase diagram depicted in Fig. 1. There are two steady-states. The first one is unstable, and it occurs when  $g_{E0}^o = g_{R0}^o = -\rho\delta_Q/(\delta_Q + \omega(\delta_Q + \delta_R))$ : this corresponds to J in the phase diagram. Along this steady-state,  $\dot{E}$  remains strictly positive as  $t$  tends to infinity. This is impossible, since  $\lim_{t \rightarrow +\infty} R_t = 0$ . Therefore, this steady-state can be ruled out.<sup>5</sup> In addition, we can also eliminate the path JK. Indeed, since  $g_R$  is alternately

<sup>4</sup> In some cases, the resource may not be fully depleted. For instance, if it is non-necessary for production and if its marginal productivity is bounded from above (on this point, see for instance Gerlagh and Keyzer (2004)).

<sup>5</sup> We thank one anonymous referee for this remark.

negative and positive along this path, the stock of resource is fully exhausted in finite time. This contradicts what is stated above.

The second steady-state, I in Fig. 1, is stable, and the economy tends towards it if  $g_{E0}^o > -\rho\delta_Q/(\delta_Q + \omega(\delta_Q + \delta_R))$  (see (i)). This limit regime corresponds to the case in which optimal extraction  $R^o$ , and thus optimal pollution,  $P^o = \gamma R^o$ , tend to zero. Hence  $\dot{E}^o$  also tends to zero. This corresponds to the “laissez-faire” case (see Sect. 3).

Let us now give some details about the transition towards this regime. Our first comments are based on Fig. 1. We can see that the growth rate of resource extraction,  $g_R^o$ , is unambiguously negative (see (ii)). Moreover this rate decreases over time and asymptotically tends towards its lower limit  $-\rho$  (which is the level of this rate in the case of no pollution). This means that, though this difference decreases over time, the optimal growth rate of resource extraction is always higher than the “no-pollution” one. Thus, the fact that the production process pollutes and affects welfare implies that it is optimal to postpone resource extraction (see (iii)). That is less grey resource is used today, and more tomorrow. This results confirms the findings of Withagen (1994, p. 241) in a partial equilibrium framework with no growth.

On the other hand, the optimal growth rate of the stock of environment,  $g_E^o$ , which is also unambiguously negative (see (7)), increases over time and tends towards zero, its obvious upper limit. Indeed, the flow of pollution becomes nil in a distant future, as the grey resource gets exhausted. For this reason, the state of the environment decays more and more slowly.

Proposition 1 shows that the dynamics of  $g_R^o$  and  $g_E^o$  have a direct impact on the flows of labour devoted to research and the growth rate of the economy. From (40) and (41), we can see that pollution leads the social planner to devote more effort to green research ( $L_Q^o$ ), and less to grey research ( $L_R^o$ ) (see (iv)). Along the transitional path,  $L_Q^o$  decreases and  $L_R^o$  increases, both converging towards their “no-pollution” levels. At the same time, Eq. 43 shows that the economy’s growth rate is higher in the pollution case (see (iii)), as  $g_R^o$  is also higher (see above). Then  $g_Y^o$  decreases over time, to eventually converge towards its no-pollution level.

Dynamics of the optimal (social planner’s program) and decentralized equilibrium paths are fully depicted in Fig. 2: see Sect. 3.2.

### 3 Equilibrium in the Decentralized Economy

Let us now turn to the decentralized economy, and in particular the way we model innovation activities.

In contrast with the standard endogenous growth literature, in our model new pieces of knowledge are not embedded in intermediate goods. They are directly used by firms and protected by infinitely-lived patents (that is, directly priced). As knowledge is a public good, there are two main difficulties in funding it. First, it is difficult to extract from agents their total willingness to pay for the use of that knowledge (see for instance Popp (2004)); according to Jones and Williams (1998), investments in R&D in the US are at least two to four times lower than their optimal level. We therefore introduce two exogenous parameters  $\psi_Q$  and  $\psi_R$  (see Sect. 3.2), which represent the gap between the willingness to pay and the price of innovations in both research sectors as received by sellers (these parameters will be interpreted as subsidies to R&D later in the text). A second difficulty arises because the technologies of firms using knowledge as a productive factor are non-convex (see formulas (1), (2) and (3)). In a perfectly competitive environment, profits for these firms would be negative and a general competitive equilibrium would not exist. We therefore assume imperfect competition (*à la Cournot*) in markets for consumption goods. By selling these goods at a price which is higher than the marginal cost, firms gain resources that allow them to buy knowledge.

There are four basic distortions with respect to the social planner’s program. First, the flow of pollution,  $P_t$ , which damages the stock of environment; second, the two distortions in markets for innovations mentioned above; and, finally, the Cournot competition in the markets for consumption goods. This latter distortion will be shown not to prevent decentralized equilibrium variables to be optimal (see Sect. 3.2.2 below). Hence we introduce three economic tools: a tax on the polluting resource, and two subsidies to research.

### 3.1 Agents’ Behaviour

Wage is normalized to one:  $w_t = 1$ , and  $p_{jt}$ ,  $p_{Qt}$ ,  $p_{Rt}$  and  $r_t$  are, respectively, the price of consumption good  $j$ , the price of the labour and non-renewable resources, and the interest rate on a perfect financial market. We drop time subscripts for notational convenience.

#### 3.1.1 Household

The representative household maximizes (9) subject to her budget constraint  $\dot{b} = rb + w + \pi - \int_0^1 p_j c_j dj + T$ , where  $b$  is her total wealth,  $\pi$  represents total profits in the economy and  $T$  is a lump-sum subsidy (or tax). Recall that we normalized  $w$  to 1. One gets the two following standard results (details are given in Appendix 2). Total demand for good  $j$  is

$$c_j = p_j^{1/(\varepsilon-1)} \Omega, \tag{11}$$

where  $\Omega = (\int_0^1 p_k c_k dk) / (\int_0^1 p_k^{\varepsilon/(\varepsilon-1)} dk)$ , and Ramsey-Keynes condition is

$$r = \rho + (1 - \varepsilon)g_{c_j} + g_\Gamma + g_{p_j}, \quad \text{with } j \in [0; 1], \tag{12}$$

where  $\Gamma = \int_0^1 c_j^\varepsilon dj$ .

#### 3.1.2 Labour Resource Sector

The profit of the firm is  $\pi^Q = p_Q \theta l - l$ . Perfect competition leads to

$$p_Q = 1/\theta. \tag{13}$$

#### 3.1.3 Non-renewable Resource Sector

On the competitive natural resource market, the maximization of the profit function  $\int_t^{+\infty} p_{R_s} R_s e^{-\int_t^s r_u du} ds$ , subject to  $\dot{S}_s = -(1 + \mu_s)R_s$ ,  $S_s \geq 0$ ,  $R_s \geq 0$ ,  $s \geq t$ , yields the standard equilibrium “Hotelling rule”:

$$\frac{\dot{p}_R}{p_R} = r + \hat{\mu}. \tag{14}$$

Equation (14) states that the owner’s net rent,  $\dot{p}_R/p_R - \hat{\mu}$ , is equal to the interest rate. In particular, note that if  $\hat{\mu} < 0$  (if technical progress increases access to exploitable resource stocks) one gets  $\dot{p}_R/p_R < r$ . The case where  $\dot{p}_R/p_R < 0$  can even occur (if the decrease in extraction costs is fast enough). As usual, the transversality condition is  $\lim_{t \rightarrow +\infty} S_t = 0$ .

3.1.4 Firms

Recall that firms have two activities: first, each one produces and sells a differentiated good on an imperfect market. Second, it produces and sells innovations which we assume traded using bilateral contracts between inventors and users.

$V_{Qt}$  and  $V_{Rt}$  are the prices of one innovation at date  $t$  in the two research sectors. Let us denote by  $\tilde{\pi}_{n_jt}$  profit of firm  $n_j$  without payment of knowledge. At each moment, firm  $n_j$  maximizes  $\tilde{\pi}_{n_jt} = p_{jt}Y_{n_jt} - p_{Qt}Q_{n_jt} - (1 + \sigma_t)p_{Rt}R_{n_jt} + V_{Qt}\dot{A}_{Qn_jt} + V_{Rt}\dot{A}_{Rn_jt} - L_{Qn_jt} - L_{Rn_jt}$ , subject to (1), (2), (3) and (11), where  $\sigma_t$  is the unit tax on resource use. Henceforth, we will denote  $\tau_t = 1 + \sigma_t$  for computational convenience. After substitutions, one gets the following program:

$$\begin{aligned} \max \tilde{\pi}_{n_j} &= Y_{n_j} \left[ \Omega^{1-\varepsilon} \left( \sum_{n_k=1}^{N_j} Y_{n_k} \right)^{\varepsilon-1} \right] - p_Q Q_{n_j} - \tau p_R R_{n_j} + V_Q \delta_Q L_{Qn_j} A_Q \\ &\quad + V_R \delta_R L_{Rn_j} A_R - L_{Qn_j} - L_{Rn_j} \\ \text{subject to } Y_{n_j} &= [\beta(A_Q Q_{n_j})^\alpha + (1 - \beta)(A_R R_{n_j})^\alpha]^{1/\alpha}, \end{aligned}$$

The first order conditions with respect to  $Y_{n_j}$ ,  $Q_{n_j}$ ,  $R_{n_j}$ ,  $L_{Qn_j}$ , and  $L_{Rn_j}$  are respectively ( $\lambda$  is the Lagrange multiplier):

$$\Omega^{1-\varepsilon} \left( \sum_{n_k=1}^{N_j} Y_{n_k} \right)^{\varepsilon-1} + (\varepsilon - 1)Y_{n_j}\Omega^{1-\varepsilon} \left( \sum_{n_k=1}^{N_j} Y_{n_k} \right)^{\varepsilon-2} = \lambda. \tag{15}$$

This equation implicitly yields the best response of firm  $n_j$  to the choice of production of the other firms on the market of consumption good  $j$ .

$$p_Q = \lambda \beta Y_{n_j}^{1-\alpha} A_Q^\alpha Q_{n_j}^{\alpha-1} \tag{16}$$

$$\tau p_R = \lambda (1 - \beta) Y_{n_j}^{1-\alpha} A_R^\alpha R_{n_j}^{\alpha-1} \tag{17}$$

$$V_Q \delta_Q A_Q = 1 \tag{18}$$

$$V_R \delta_R A_R = 1. \tag{19}$$

The willingnesses to pay for pieces of knowledges  $A_Q$  and  $A_R$  at each date  $t$  respectively are

$$v_{Qn_j} = \partial \tilde{\pi}_{n_j} / \partial A_Q = V_Q \delta_Q L_{Qn_j} + \lambda \beta Y_{n_j}^{1-\alpha} A_Q^{\alpha-1} Q_{n_j}^\alpha \tag{20}$$

and

$$v_{Rn_j} = \partial \tilde{\pi}_{n_j} / \partial A_R = V_R \delta_R L_{Rn_j} + \lambda (1 - \beta) Y_{n_j}^{1-\alpha} A_R^{\alpha-1} R_{n_j}^\alpha. \tag{21}$$

Both formulas are composed of two parts. Each piece of knowledge being simultaneously used by research and production activities, these parts correspond to the respective willingnesses to pay. We recover, here, the public good nature of knowledge inside the firm.



### 3.2 Decentralized Equilibrium

Here, an equilibrium is a set of profiles of quantities and prices, such that: the representative household maximizes utility and firms maximize profits; labour, resource and financial markets are perfectly competitive; on each consumption good market, there is Cournot competition; pieces of knowledge are traded using bilateral contracts. We focus on a symmetric decentralized equilibrium (where, as in Sect. 2.2, consumption good sectors and firms are identical).

#### 3.2.1 Characterization of the Decentralized Equilibrium

From (16) and (20) we get  $v_{Qn_j} = V_Q \delta_Q L_{Qn_j} + p_Q Q_{nj} / A_Q = V_Q \delta_Q L_{Qn_j} + l_{nj} / A_Q$ . We also obtain from (17) and (21)  $v_{Rn_j} = V_R \delta_R L_{Rn_j} + \tau p_R R_{nj} / A_R$ . Summing on  $n_j$  and  $j$ , we get the total willingness to pay for one unit of “green” knowledge at date  $t$ ,  $v_Q = V_Q \delta_Q L_Q + l / A_Q$ , and the total willingness to pay for grey knowledge at date  $t$ ,  $v_R = V_R \delta_R L_R + \tau p_R R / A_R$ . These correspond to the social values of innovations in the green and grey sectors, respectively.

From now on we assume that, due to information and excludability problems, firms are unable to extract the whole willingnesses to pay for knowledge. We assume that they only extract a part  $\bar{v}$ , that corresponds to the market value of an innovation. In order to avoid heavy computations, we consider that extracted (i.e., market) values for one unit of knowledge are:  $\bar{v}_Q = V_Q \delta_Q L_Q + \psi_Q l / A_Q$ , and  $\bar{v}_R = V_R \delta_R L_R + \psi_R \tau p_R R / A_R$ , where  $\psi_i \in [0; 1]$  for  $i = Q, R$ . This assumption can be interpreted as follows: innovators are able to fully observe the social value of innovations in the research activity, but not in the production activity. Moreover, in the following, we will interpret an increase in  $\psi_i$  as an economic policy aiming at fostering one sector of research. Finally, unit prices paid for green and grey knowledge respectively are  $V_{Qt} = \int_t^{+\infty} \bar{v}_{Qs} e^{-\int_t^s r_u du} ds$  and  $V_{Rt} = \int_t^{+\infty} \bar{v}_{Rs} e^{-\int_t^s r_u du} ds$ . Differentiating, one gets the standard following formula:

$$r_t = \frac{\dot{V}_{Qt}}{V_{Qt}} + \frac{\dot{\bar{v}}_{Qt}}{V_{Qt}} = \frac{\dot{V}_{Rt}}{V_{Rt}} + \frac{\dot{\bar{v}}_{Rt}}{V_{Rt}}, \tag{22}$$

which says that the rate of return is the same on the financial market as well as on the two research sectors.

Since we are in the symmetric case (in particular we have  $Y_{n_j} = Y_j / N = Y / N$  and  $p_j = p$ ), Eq. 15 becomes  $p [1 + (\varepsilon - 1) / N] = \lambda$ . Using (16) and (17), one gets

$$p [1 + (\varepsilon - 1) / N] = p_Q Y^{\alpha-1} A_Q^{-\alpha} Q^{1-\alpha} / \beta = \tau p_R Y^{\alpha-1} A_R^{-\alpha} R^{1-\alpha} / (1 - \beta). \tag{23}$$

Since  $\varepsilon < 1$ , this equation means that the price of any consumption good is higher than its marginal cost. Indeed, second and third terms represent the marginal costs when using the green and grey resources respectively. This gap between price and marginal cost allows firms to buy knowledge despite the non-convexity of technology. Observe that, if  $N = 1$  (monopolistic case), (23) becomes  $p = (\text{marginal cost}) / \varepsilon$ , which is the standard result.

Before we depict the general equilibrium in proposition 2, let us present a preliminary result.

**Lemma 1** *The following efficiency condition holds at each date  $t$ :*

$$\frac{A_{Qt} Q_t}{A_{Rt} R_t} = \left[ \frac{\psi_R (1 - \beta) \delta_R}{\psi_Q \beta \delta_Q} \right]^{1/\alpha}. \tag{24}$$

This condition means that marginal productivity of labour is the same in both  $R&D$  sectors. Note that it holds at optimum also (see (35) below in Appendix 1).

*Proof* See Appendix 2. □

All equilibrium levels and growth rates are given in Appendix 2.

### 3.2.2 Decentralized Equilibrium Versus Social Optimum

The main findings concerning the decentralized equilibrium are summarized in Proposition 2. We drop time subscripts for notational convenience (upper-script  $e$  is used for equilibrium).

**Proposition 2** (i) *Only three distortions prevent the decentralized equilibrium from being optimal: the inability of firms to extract the whole social value of innovations in the two R&D sectors and the environmental externality.*

- (ii) *In the laissez-faire economy, with  $\hat{\mu} = 0$ , the growth rates of resource extraction ( $g_R^e$ ) and of output ( $g_Y^e$ ) are sub-optimal.*
- (iii) *In this case, when  $\psi_Q < 1$ , early generations over-invest in grey research ( $L_R^e$  is too high) but future generations devote a sub-optimal effort in this research; when  $\psi_Q = 1$ , this effort is always over-optimal. The effort in green research ( $L_Q^e$ ) is always too low, as well as the overall research effort ( $L_Q^e + L_R^e$ ). Finally, the direction of technical change ( $g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e$ ) is non optimal as it is too ‘grey oriented’.*
- (iv) *In the long-run, the gap between equilibrium variables and their socially optimal levels tend to zero.*

All equilibrium levels and growth rates are given in Appendix 2.

*Proof* See Appendix 2. □

Observe that the growth rate of the environmental tax has an impact on the equilibrium variables, whereas a change in the tax level only results in rent transfers (see also for instance Sinclair (1992), Nordhaus and Boyer (2000) and Grimaud and Rouge (2005)).<sup>6</sup> Moreover, if  $g_\tau$  is independent of time, and in particular if  $g_\tau = 0$ , there are no transitional dynamics in the decentralized equilibrium; nevertheless, note that  $E^e$  progressively decreases over time.

Let us now give some comments about result (i) in Proposition 2. Assume that research is optimally funded ( $\psi_Q = \psi_R = 1$ ) and that the optimal environmental policy is implemented, i.e.  $g_\tau = g_\tau^o$  (the value of  $g_\tau^o$  is given in Proposition 4 below). Then, the equilibrium paths are similar to the optimal ones: all the variables of the model are identical at each date  $t$  in the social planner regime and the decentralized economy (these variables are given in Appendix 1 and 2 respectively), under the initial conditions  $E(0) = E_0$ ,  $S(0) = S_0$  and  $S_0 = \int_0^{+\infty} (1 + \mu_t) R_t^e dt$ . Observe that this holds despite the assumption of Cournot competition in differentiated goods’ markets. Indeed, the mark-up in these markets entails a real wage lower than the walrasian one, but it does not prevent the optimum being reached. In this model there is only one representative household, who perceives two kinds of income: wages and profits. Since her labour supply is exogenous by assumption, when the real wage diminishes, total production is unchanged. Thus the household’s total income is unchanged

---

<sup>6</sup> Remark that no equilibrium variable depends on  $\psi_R$ . This can be explained as follows. Recall that  $\psi_R$  only appears in the second term of the total willingness to pay for one unit of grey knowledge: see paragraph 3 in Sect. 3.2. Basically, the equilibrium only determines the product  $\psi_R \tau p_R$ . Thus a change in  $\psi_R$  has an effect which is similar to a change in the level of the environmental tax  $\tau$ , that is, only a rent transfer from the owner of the resource towards the government.

as the increase in her profits cancels the wage cut. So, her behavior in terms of consumption and savings is not modified and the general equilibrium of the economy is not affected. Barro and Sala-i-Martin (1995, Chap. 6, p. 234) obtain a similar result in the context of a monopoly pricing of consumer goods: in their context also, as labour supply is exogenous, the equilibrium is Pareto-optimal.

This underlines the fact that there are only three distortions preventing the economy achieving the social optimum: the possible inability of firms to extract the whole willingness to pay for knowledge in the two R&D sectors, and the environmental problem.

Let us now turn to results (ii) and (iii) in Proposition 2. In Fig. 2, equilibrium paths are represented by dashed lines, and these are shown with the optimal paths studied above (in Sect. 2.2). Note that we assume  $g_\tau = 0$  and  $\hat{\mu} = 0$  (i.e., no environmental policy and constant extraction cost) in this figure. When  $\psi_Q = 1$ , that is, when green research is fully funded, the only remaining distortion is the environmental one. Figure 2 shows that, in the long-run, the decentralized equilibrium tends to be socially optimal. Indeed, the environmental problem vanishes in the long-run since pollution flows tend to zero as the stock of resource is progressively exhausted.

Studying the depicted equilibrium paths shows the following, which complements the comments made in Sect. 2.2. The equilibrium growth rate of resource extraction ( $g_R^e = -\rho$ ) is too low with respect to the optimal rate: extraction (and thus pollution) has to be delayed, especially in early stages, when the gap is maximal. Labour devoted to green research ( $L_Q^e$ ) is too low (especially for the first generations here also); the lower  $\psi_Q$  (increase in the R&D distortion), the bigger the gap is. Simultaneously, when  $\psi_Q = 1$ , the effort invested in grey research ( $L_R^e$ ) is initially too high, and this over-investment in grey research tends to zero when  $t$  tends to infinity. If  $\psi_Q < 1$ , early generations over-invest in grey research

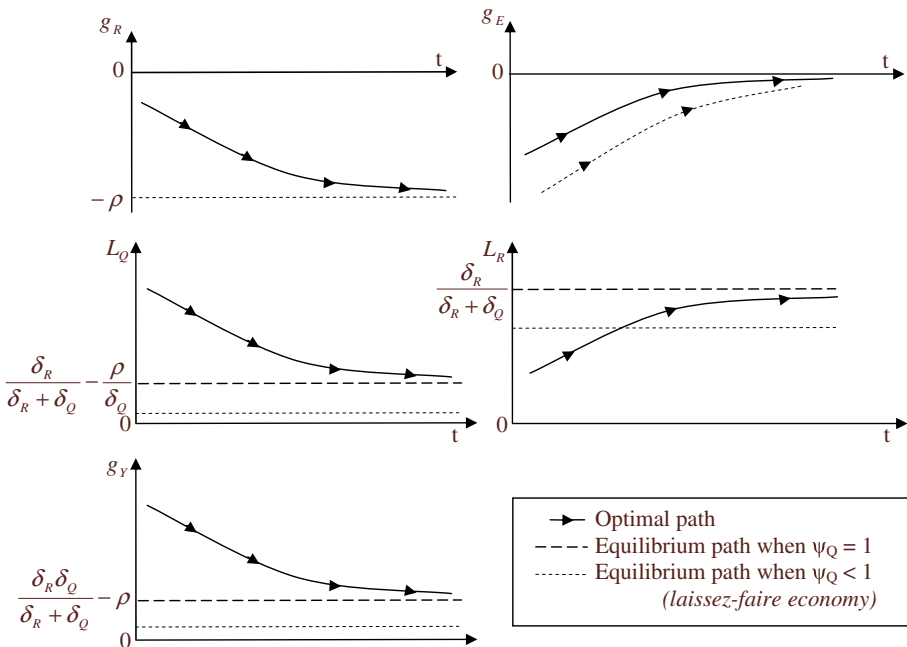


Fig. 2 Dynamics

(as previously), but future generations devote a sub-optimal effort to this research. Finally, output growth needs to be fostered (especially when there is a distortion in R&D sectors). Comments about the effects of economic policies given in Sect. 4 provide further insight into these results.

*Remark* Extraction costs ( $\hat{\mu}$ ) have the same effect on equilibrium values as a change in  $g_\tau$ . In particular, if  $\hat{\mu}$  is negative (technical progress), then equilibrium extraction is postponed. Indeed, because resource price increasing slows (see Eq. 14), firms delay their use of this resource. We exhaustively describe the effects of a change in  $g_\tau$  (and thus of  $\hat{\mu}$ ) in the next section.

## 4 Economic Policies

### 4.1 Impact of Economic Policy and Direction of Technical Change

Here we want to study the impact of an economic policy consisting of a subsidy to green research (an increase in  $\psi_Q$ ) as well as an environmental policy (a change in  $g_\tau$ ).

**Proposition 3** *The effects of the economic policy are depicted in Table 1.*

*Proof* The results given in the first seven columns directly follow from formulas in proposition 2. The results in the last two columns are easily derived from (18) and (19), since one gets  $g_{V_Q}^e = -g_{A_Q}^e$  and  $g_{V_R}^e = -g_{A_R}^e$ . □

Let us now give some comments about results presented in proposition 3.

#### 4.1.1 Effects of R&D Policy

An increase in  $\psi_Q$ , that is, an increase in the subsidy to green research leads to intuitive results. This reallocates labour among production ( $l^e$  decreases) and research ( $L_Q^e$  and  $L_R^e$  increase). Thus economic growth is fostered (since  $g_Y^e = g_{A_Q}^e = \delta_Q L_Q^e$ ).

This policy has no effect on the extraction rate ( $g_R^e$  remains unchanged). Since  $g_P^e = g_R^e$ , from (6), it has no effect on the rate of pollution emission either. As the pollution path is not modified, the environment is not affected ( $E_t$  remains unchanged for all  $t$ ).

Recall that  $g_Y^e = g_{A_Q}^e + g_Q^e = g_{A_R}^e + g_R^e$  (see (45) in Appendix 2). Since  $g_Q^e = 0$ , we have  $g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e = g_R^e$ . So, this economic policy fosters both research sectors, but it does not modify the direction of technical progress (i.e.,  $g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e$ ).

#### 4.1.2 Effects of Environmental Policy

As we show in the next section, the optimal growth rate of the environmental tax is generally negative. For this reason, let us study the impact of a decrease in  $g_\tau$ , which we interpret as

**Table 1** Effects of economic policy

	$L_Q^e$	$L_R^e$	$l^e$	$g_R^e$	$g_Y^e = g_{A_Q}^e$	$g_{A_R}^e$	$g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e$	$g_{V_Q}^e$	$g_{V_R}^e$
$\frac{\partial \cdot}{\partial \psi_Q}$	>0	>0	<0	=0	>0	>0	=0	<0	<0
$\frac{\partial \cdot}{\partial g_\tau}$	<0	>0	=0	<0	<0	>0	<0	>0	<0

a more stringent environmental policy. We already know that a decreasing unit tax delays resource extraction (and thus polluting emissions) (see for instance Sinclair (1992)). We show in what follows that we obtain a similar result. Moreover, we prove that such a policy has environment friendly effects on the direction of technical change, namely, a rise in the growth rate of green knowledge, and a decrease in the growth rate of grey knowledge.

*Impact on the paths of resource extraction and pollution emission* Table 1 shows that a decrease in  $g_\tau$  entails an increase in  $g_R^e = g_P^e$ . The mechanism can be described as follows.

Since  $r = \rho$  (see Appendix 2), observe that  $g_{\tau P_R} = g_\tau + r + \hat{\mu}$  decreases, that is, current values of  $\tau P_R$  (the price paid by the consumption goods firms) increase relative to its future values. In other words, the non-renewable resource gets more expensive today and cheaper tomorrow. For this reason, the resource is extracted less rapidly (less today and more tomorrow):  $g_R^e$  (and thus  $g_P^e$ ) increases. Hence, resource extraction (and thus pollution emission) is delayed, as is the case in Sinclair (1992), Grimaud and Rouge (2005) and Groth and Schou (2007), for instance. Note that this first impact has a positive effect on output growth.

*Impact on the direction and bias of technical change* Table 1 shows that a decrease in  $g_\tau$  entails an increase in  $g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e$ . This results can be linked to Andre an Smulders (2004) (in a model without pollution). What follows gives intuitions about this result.

We have already shown that if  $g_\tau$  decreases, then  $g_R^e$  increases, that is, the extraction flow decreases in the short-run, and increases in the long-run. The initial decrease in  $R^e$  entails a decrease in the marginal productivity of specific knowledge  $A_R^e$ . Indeed,  $A_R^e$  and  $R^e$  are complementary in the final sector (see comments below Eq. 1); this implies that the rate of return in grey research  $((1 - \beta)\psi_R \delta_R l / \beta)(A_R^e R^e / A_Q^e Q^e)^\alpha$ : see proof of the Lemma in Appendix 2) decreases since it is an increasing function of  $R^e$ . Thus, investing in the grey R&D sector becomes less profitable, which yields a reallocation of labour among sectors. Less effort is devoted to the grey sector, and more to the green one:  $L_R^e$  decreases and  $L_Q^e$  increases (recall that  $l$  is constant). Therefore,  $g_{A_R}^e$  decreases and  $g_{A_Q}^e$  increases. Finally,  $g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e$  increases, that is, technical progress is directed towards green knowledge.

Note that all these effects are reversed in the long run, as values of  $R^e$  get higher in a distant future. However, the short-term effect outweighs this long-term one because of intertemporal discounting.

In Table 1, a decrease in  $g_\tau$  yields a decrease in  $g_{V_Q}^e$  and an increase in  $g_{V_R}^e$ . We can give the following intuition about these equilibrium results. Since a more stringent environmental policy leads to an increase in  $g_{A_Q}^e$ , the unit cost of green innovations (i.e.,  $\partial L_Q / \partial \dot{A}_Q = 1 / \delta_Q A_Q$ ) decreases faster. Profits being nil in research activities, the price of green innovations decreases faster also. The same argument applies to grey knowledge: a more stringent environmental policy entails a slower decrease in the unit cost of grey innovations, and thus in their prices also. Formally, from (18) and (19), one has  $g_{V_Q}^e = -g_{A_Q}^e \leq 0$  and  $g_{V_R}^e = -g_{A_R}^e \leq 0$ .

Finally, let us study the impact on the ratio of marginal productivities, noted  $F_Q / F_R$ , that we call the bias of technical change (in reference to Acemoglu (2002)). First, from (1), we have  $F_Q / F_R = (\beta / (1 - \beta))(A_Q^e / A_R^e)^\alpha (R^e / Q^e)^{1-\alpha}$

$$\begin{aligned}
 &= (\beta / (1 - \beta))(A_{Q0}^e / A_{R0}^e)^\alpha (1 / Q^e)^{1-\alpha} (R_0^e)^{1-\alpha} \exp \left[ \alpha (g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e) + (1 - \alpha) g_R^e \right] t \\
 &= (\beta / (1 - \beta))(A_{Q0}^e / A_{R0}^e)^\alpha (1 / Q^e)^{1-\alpha} (R_0^e)^{1-\alpha} \exp g_R^e t, \text{ since } g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e = g_R^e.
 \end{aligned}$$

A more stringent climate policy (a decrease in  $g_\tau$ ) has different effects in the short and in the long-term. Indeed, it results in a decrease in  $R_0^e$  and an increase in  $\exp g_R^e t$  for  $t > 0$  (see above). When  $t = 0$ , the only remaining effect is the former one. Thus, climate policy entails lower values of  $F_Q/F_R$ : environmental policy is grey-biased in the short-term (this result holds in a neighborhood of  $t = 0$ ). If  $t$  is large, the latter effect dominates the former:  $F_Q/F_R$  increases. Hence, environmental policy is green-biased in the long-run.

To sum up, we can classify the effects of the environmental policy into two types: growth and green effects.

*Growth Effects* A decrease in  $g_\tau$  fosters the economy’s growth: indeed positive impacts on  $g_R^e$  and  $g_{A_Q}^e$  in the same way yield an increase in  $g_Y^e$ . Note that, as we show in the following subsection, this means lower output levels for current generations and higher levels in the future.

*Green Effects* We distinguish two different green effects. First,  $g_R^e$  increases: resource extraction, and thus pollution, is delayed. The second effect concerns the allocation of labour among the different R&D sectors of the economy. As we have seen, labour is transferred from the polluting resource R&D sector to the green one. This modifies the direction of technological change: it becomes more green-oriented.

### 4.1.3 Utility Levels

The intertemporal utility of an economy shifting from a *laissez-faire* equilibrium to the social planner regime unambiguously increases. Nevertheless, the impact is not the same on all generations. Recall that the instantaneous utility function,  $\ln(\int_0^1 c_{j_t}^e dj)^{1/\epsilon} + \omega \ln E_t$  (see Eq. 9), is an increasing function of the flow of consumption and the stock of environment; moreover consumption, i.e. production, is an increasing function of two inputs:  $A_Q Q$  and  $A_R R$  (see Eq. 1).

Let us consider a *laissez-faire* equilibrium. Let us suppose that the economic policies presented above, namely an increase in  $\psi_Q$  and a negative  $g_\tau$ , are implemented at date 0. As  $\psi_Q$  increases, the effort put into the production of the green resource,  $l_0^e$ , decreases (see Table 1). As a result,  $Q_0^e = \theta l_0^e$  also decreases. Simultaneously, Table 1 shows that a decrease in  $g_\tau$  yields an increase in  $g_{R_t}^e$  for all  $t$ . This results in a decrease in  $R_0^e$ . The stocks  $E_0$ ,  $A_{Q0}$  and  $A_{R0}$  being unchanged, such economic policy unambiguously yields a decrease in  $Y_0^e$ . Henceforth, the instantaneous utility of the present generation diminishes. We can infer that the more the adjustment of the three stocks is progressive—which depends on the exogenous parameters of the model—the more generations whose instantaneous utility decline following the first one will be numerous.

This means that the economic policy scheme presented here results in a loss of welfare for the first generations.

## 4.2 Basic Environmental Externality and Optimal Policy

Comparing values in propositions 1 and 2, we obtain the following result which gives the design of optimal policy instruments.

**Proposition 4** *If  $\psi_Q = \psi_R = 1$  (optimal financing of research) and  $g_\tau = -\hat{\mu}B + \frac{\omega(\delta_Q + \delta_R)}{\delta_Q} g_E^o \equiv g_\tau^o$ , where  $B = [\gamma(\delta_Q + \delta_R)R \int_t^{+\infty} (\omega/E)e^{-\rho(s-t)} ds]/\delta_Q$ , then the decentralized equilibrium path is socially optimal.*

A detailed interpretation of  $g_t^o$  is given in Appendix 3. In what follows, we present the main intuitions.

The optimal rate of growth of the pollution tax, given in proposition 4, is the social value of delaying an extracted quantity corresponding to one unit of consumption good (i.e.  $\Delta R_t = -1/(\partial Y_t/\partial R_t)$ ), and thus delaying pollution, from  $t$  to  $t + \Delta t$  (that is,  $\Delta R_{t+\Delta t} = -\Delta R_t$ ). This social value is expressed in terms of good  $Y$ , and in absolute value.

If  $\hat{\mu} = 0$  (constant unit cost of extraction),  $g_t^o = [\omega(\delta_Q + \delta_R)/\delta_Q] g_E^o$ , which is negative since  $g_E^o$  is negative (see Proposition 1 and Fig. 2): the optimal policy delays extraction (as in Sinclair (1992)). The basic mechanism is the following. Let us assume that extraction is reduced at time  $t$ , and that it is increased at  $t + \Delta t$ . Environment (and thus welfare) is not modified on the two intervals  $]-\infty; t[$  and  $]t; +\infty[$ . On the reverse, it is improved on segment  $]t; t + \Delta t[$ . That is the basic environmental externality of the model. Note that if we assumed environmental regeneration, or considered carbon sequestration, this would possibly change this result.

Note that Proposition 1 presents the first best. One could think of cases in which only a second best is achievable. For instance,  $\psi_Q = \psi_R = 1$  may be impossible, because of government resource constraints or observability issues, as in Gerlagh et al. (2007). In this case, the optimal rate of growth of the environmental tax would differ from  $g_t^o$  given in Proposition 4, and would explicitly depend on the research policy.<sup>7</sup> In Gerlagh, Kverndokk and Rosendahl, for instance, the optimal level of the environmental tax is higher than the Pigouvian level.

*Remark* Let us consider the case where  $\hat{\mu} \neq 0$ . The term  $\hat{\mu}B$  in  $g_t^o$  is the change in utility for generations between  $t$  and  $+\infty$  if one delays extraction from  $t$  to  $t + \Delta t$ . If  $\hat{\mu} < 0$ , this utility decreases. Indeed, in this case, technical progress on extraction costs fosters extraction and thus pollution for future generations. This result has two contrary effects on the welfare of future generations: on the one hand, more extracted resource means more production. On the other hand, it also means more pollution. Here, technical progress is harmful in terms of environment for future generations. In the limit case  $\hat{\mu} < [\omega(\delta_Q + \delta_R)/\delta_Q B] g_E^o$ , which corresponds to a high level of technical progress in extraction, one gets  $g_t^o > 0$ . Contrary to the standard view which recommends that resource extraction be postponed, we are here in the case in which extraction has to be accelerated.

## 5 Conclusion

We have presented an endogenous growth model in which consumption goods are produced by means of two inputs: a polluting non-renewable resource and a non-polluting labour resource. A specific research sector and a corresponding stock of knowledge are associated with each resource. The use of the non-renewable resource yields polluting emissions which damage the stock of environment, and this is harmful to household's utility. We have determined the social planner's optimal regime, which consists of a transition towards a stable unique optimal steady-state. We have also studied the properties of the economy's decentralized equilibrium, and have compared them to the optimal properties.

We have shown that the non-renewable resource is used too fast in the "laissez-faire" regime, and thus too much pollution is emitted in the early stages of the process. The overall research effort is lower than its optimal level; in fact, the effort put into green research is always too low, whilst that into grey research is too high in the early stages. Moreover, the

<sup>7</sup> We thank Reyer Gerlagh for this remark.

direction of technical change is too ‘grey-oriented’ and the economy’s growth is sub-optimal, which means that early generations consume too much.

We have studied the impact of three economic policy tools: two subsidies to research (green and grey) and an environmental tax on the non-renewable resource. Both types of research effort (green and grey) are fostered by the R&D policy which, however, has no impact on the direction of technical change, on the flows of extraction (and thus of pollution), or the dynamics of the environment. The optimal environmental policy, which consists of a decreasing tax on fossil fuels, will hold back the pace of extraction, and thus slow down polluting emissions. This results from the fact that the price of the resource (including the tax) becomes relatively higher today. Furthermore, this policy fosters output growth, which entails a loss of welfare for early generations. Moreover, the environmental policy has no effect on the quantity of research but it modifies the quality of research: the effort put into ‘grey’ research decreases, thus benefiting ‘green’ research. We also showed that the environmental policy is grey-biased in the short-term, and green-biased in the long-term. Finally, we determined the optimal values of the economic policy instruments employed.

Future lines of research could consider some cases in which the grey resource is not fully exhausted. One could also introduce regeneration into the law of motion of the environment. This, however, would modify the optimal trajectories and make interpretation and determination of the optimal tax more complex. Finally, considering carbon sequestration would allow us to dissociate resource extraction and polluting emissions.

**Acknowledgements** The authors are grateful to two anonymous referees who have helped to improve the paper considerably. We also would like to thank Mauricio Bermudez, John King, Sjak Smulders and participants at the SURED conference, Monte Verita, 2006, for their comments and suggestions.

## Appendix

### Appendix 1: Welfare

Let us consider the symmetric case in which  $N_j = N$ ,  $Y_{n_j} = Y/N$ ,  $Q_{n_j} = Q/N$ ,  $R_{n_j} = R/N$ ,  $L_{Qn_j} = L_Q/N$ , and  $L_{Rn_j} = L_R/N$ . Then technologies (1), (2) and (3) become  $Y = [\beta(A_Q Q)^\alpha + (1 - \beta)(A_R R)^\alpha]^{1/\alpha}$ ,  $\dot{A}_Q = \delta_Q L_Q A_Q$ , and  $\dot{A}_R = \delta_R L_R A_R$ . Utility is now  $U = \int_0^{+\infty} (\ln c_t + \omega \ln E_t) e^{-\rho t} dt$ . The social planner maximizes  $U$  subject to the modified versions of (1), (2) and (3), and (4), (5), (6), (7) and (8). The Hamiltonian of the program is

$$H = \left\{ \frac{1}{\alpha} \ln[\beta(A_Q \theta l)^\alpha + (1 - \beta)(A_R R)^\alpha] + \omega \ln E \right\} e^{-\rho t} + \varphi_Q \delta_Q (1 - l - L_R) A_Q + \varphi_R \delta_R L_R A_R - \varphi_S (1 + \mu) R - \varphi_E \gamma R.$$

The first order conditions  $\partial H / \partial l = 0$ ,  $\partial H / \partial L_R = 0$  and  $\partial H / \partial R = 0$  yield

$$Y^{-\alpha} \beta \theta^\alpha A_Q^\alpha l^{\alpha-1} e^{-\rho t} - \varphi_Q \delta_Q A_Q = 0 \tag{25}$$

$$- \varphi_Q \delta_Q A_Q + \varphi_R \delta_R A_R = 0 \tag{26}$$

$$Y^{-\alpha} (1 - \beta) A_R^\alpha R^{\alpha-1} e^{-\rho t} - \varphi_S (1 + \mu) - \varphi_E \gamma = 0. \tag{27}$$



Moreover,  $\partial H/\partial A_Q = -\dot{\varphi}_Q$ ,  $\partial H/\partial A_R = -\dot{\varphi}_R$ ,  $\partial H/\partial S = -\dot{\varphi}_S$ , and  $\partial H/\partial E = -\dot{\varphi}_E$  yield

$$\frac{\dot{\varphi}_Q}{\varphi_Q} = \frac{-Y^{-\alpha} \beta (\theta l)^\alpha A_Q^{\alpha-1} e^{-\rho t}}{\varphi_Q} - \delta_Q (1 - l - L_R), \tag{28}$$

$$\frac{\dot{\varphi}_R}{\varphi_R} = \frac{-Y^{-\alpha} (1 - \beta) R^\alpha A_R^{\alpha-1} e^{-\rho t}}{\varphi_R} - \delta_R L_R, \tag{29}$$

$$-\dot{\varphi}_S = 0, \tag{30}$$

$$\text{and } \frac{\dot{\omega}}{E} e^{-\rho t} = -\dot{\varphi}_E. \tag{31}$$

i) Efficiency and Ramsey-Keynes conditions:

Replacing  $\varphi_Q$  and  $\varphi_R$  in (28) and (29) by their expressions in (25) and (26) gives

$$g_{\varphi_Q} = -\delta_Q (l + L_Q). \tag{32}$$

and

$$g_{\varphi_R} = \frac{-(1 - \beta) \delta_R A_R^\alpha R^\alpha}{\beta \theta^\alpha A_Q^{1-\alpha}} - \delta_R L_R. \tag{33}$$

Log-differentiating (25) with respect to time yields  $-\alpha g_Y + \alpha g_{A_Q} + (\alpha - 1) g_l - \rho = g_{\varphi_Q} + g_{A_Q}$ , which, together with (32) yields Ramsey-Keynes condition

$$\rho = -\alpha g_Y + \alpha g_{A_Q} + (\alpha - 1) g_l + \delta_Q l. \tag{34}$$

Log-differentiating (26) with respect to time yields  $g_{\varphi_Q} + g_{A_Q} = g_{\varphi_R} + g_{A_R}$ , which, together with (32), (33) and (4) yields

$$\frac{A_Q Q}{A_R R} = \left[ \frac{(1 - \beta) \delta_R}{\beta \delta_Q} \right]^{1/\alpha}, \tag{35}$$

which is an efficiency condition saying that marginal productivity of labour in both research sectors is the same. For a similar condition, see condition (20) in Acemoglu (2002).

ii) Hotelling condition:

Log-differentiating (27) with respect to time, we get  $-\alpha g_Y + \alpha g_{A_R} + (\alpha - 1) g_R - \rho = \frac{(\varphi_S(1+\mu)) + \dot{\varphi}_{EY}}{(1-\beta)Y^{-\alpha}A_R^\alpha R^{\alpha-1}e^{-\rho t}}$ . Observe that  $(\varphi_S(1+\mu)) = \varphi_S \dot{\mu}$  since  $\dot{\varphi}_S = 0$ , from (30). Replacing  $\varphi_S$  and  $\dot{\varphi}_E$  by their expressions in (27) and (31), we get

$$-\alpha g_Y + \alpha g_{A_R} + (\alpha - 1) g_R - \rho = \hat{\mu} \left[ 1 - \frac{\varphi_{EY}}{(1 - \beta)(A_R R/Y)^\alpha R^{-1} e^{-\rho t}} \right] - \frac{\gamma \omega}{(1 - \beta)(A_R R/Y)^\alpha R^{-1} E}. \tag{36}$$

First, since  $Y = A_R R [\beta (A_Q Q/A_R R)^\alpha + (1 - \beta)]^{1/\alpha}$  (which is (1) in the symmetric case), and  $A_Q Q/A_R R = [(1 - \beta) \delta_R / \beta \delta_Q]^{1/\alpha}$  (see (35)), we have  $(1 - \beta)(A_R R/Y)^\alpha = \delta_Q / (\delta_Q + \delta_R)$ . Moreover, we have  $g_Y = g_{A_R} + g_R$ . This allows us to write  $-\alpha g_Y + \alpha g_{A_R} + (\alpha - 1) g_R - \rho = -g_R - \rho$ .

Second, integrating (31) gives  $\varphi_E = \varphi_{E0} - \int_0^t \frac{\omega}{E} e^{-\rho s} ds$ . Transversality condition  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_E E = 0$  becomes  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \left( \varphi_{E0} - \int_0^t \frac{\omega}{E} e^{-\rho s} ds \right) \left( E_0 - \int_0^t \gamma R_s ds \right) = 0$ . The second term between brackets tends to a finite limit (which we can assume different from zero) since the integral is finite (the stock of resource being finite). Thus  $\varphi_{E0} = \int_0^{+\infty} \frac{\omega}{E} e^{-\rho s} ds$ , which gives  $\varphi_E = \int_t^{+\infty} \frac{\omega}{E} e^{-\rho s} ds$ .

Third, from  $\dot{E} = -\gamma R$  we have  $g_E = -\gamma R/E$ .

Finally, plugging these results into (36) yields the following Hotelling rule

$$g_R = -\rho - \hat{\mu} \left( 1 - \frac{\gamma(\delta_Q + \delta_R)R}{\delta_Q} \int_t^{+\infty} (\omega/E) e^{-\rho(s-t)} ds \right) - \frac{\omega(\delta_Q + \delta_R)}{\delta_Q} g_E. \tag{37}$$

(iii) Computation of the optimal solutions:

*Computation of  $l^o$ .* Since  $A_Q Q/A_R R$  is constant (from (35)), we have  $\delta_Q L_Q + g_Q = \delta_R L_R + g_R$ . However, we have already proved that  $g_Y = \delta_R L_R + g_R$  (see ii) above). Thus,  $g_Y = \delta_Q L_Q + g_Q$ . Plugging this into (34) and using  $g_Q = g_I$ , we obtain the following Riccati differential equation:  $\dot{l} = \delta_Q l^2 - \rho l$ . In order to transform this equation into a linear first-order differential equation, we consider the new variable  $z = 1/l$ , which implies  $\dot{z} = -\dot{l}/l^2$ . The Riccati equation becomes  $\dot{z} = -\delta_Q + \rho z$ , whose solution leads to  $l = \frac{1}{e^{\rho t} (1/l_0 - \delta_Q/\rho) + \delta_Q/\rho}$ . Using transversality condition  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_Q A_Q = 0$ , we show that  $l$  immediately jumps to its steady-state level:

$$l^o = \rho/\delta_Q. \tag{38}$$

Indeed, with formula (25), we get  $\varphi_Q A_Q = \frac{\beta}{\delta_Q} \left( \frac{A_Q Q}{Y} \right)^\alpha e^{-\rho t} \left[ e^{\rho t} \left( \frac{1}{l_0} - \frac{\delta_Q}{\rho} \right) + \frac{\delta_Q}{\rho} \right]$ , where  $A_Q Q/Y$  is constant. It turns out that transversality condition  $\lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi_Q A_Q = 0$  is only satisfied when  $l_0 = \rho/\delta_Q$ .

*Computation of  $L_Q^o, L_R^o$  and  $g_Y^o$ .* From (8), we know that  $L_R^o = 1 - l^o - L_Q^o$ . Moreover, we have already seen that  $\delta_Q L_Q + g_Q = \delta_R L_R + g_R$ . Taking into account the fact that  $l^o$  is a constant, we can easily express  $L_Q^o$  in terms of  $g_R^o$ . We obtain formula (40). Then we can compute  $L_R^o$  in terms of  $g_R^o$  (see (41)). Since  $g_Y = \delta_Q L_Q + g_Q$ , the expression of  $g_Y^o$  follows (see (43)).

In summary, at the social optimum, quantities and rates of growth take the following values:

$$l^o = \frac{\rho}{\delta_Q}, \quad Q^o = \theta l^o, \tag{39}$$

$$L_Q^o = \frac{\delta_R(\delta_Q - \rho)}{\delta_Q(\delta_Q + \delta_R)} + \frac{g_R^o}{\delta_Q + \delta_R}, \tag{40}$$

$$L_R^o = \frac{\delta_Q - \rho}{\delta_Q + \delta_R} - \frac{g_R^o}{\delta_Q + \delta_R}, \tag{41}$$

$$g_R^o = -\rho - \hat{\mu} \left( 1 - \frac{\gamma(\delta_Q + \delta_R)R}{\delta_Q} \int_t^{+\infty} (\omega/E) e^{-\rho(s-t)} ds \right) - \frac{\omega(\delta_Q + \delta_R)}{\delta_Q} g_E^o, \tag{42}$$

$$g_Y^o = \delta_Q L_Q^o. \tag{43}$$

$$g_{A_Q}^o = \delta_Q L_Q^o, \quad g_{A_R}^o = \delta_R L_R^o, \quad \text{and} \quad g_{A_Q}^o - g_{A_R}^o = g_R^o. \tag{44}$$

We only present the growth rates of  $R, E, Y, A_Q$  and  $A_R$ . If we look for analytical solutions, the only way to compute the optimal levels of these variables, that is, the functions of time  $R(t), E(t), Y(t)$  among others, would be to use the initial conditions  $E(0) = E_0$  and  $S(0) = S_0$  (where  $E_0$  and  $S_0$  are given positive constants) and the condition  $S_0 = \int_0^{+\infty} (1 + \mu_t) R_t^o dt$ . It is very difficult (maybe impossible) to compute such solutions, in particular because of the complexity of the differential equation giving the optimal growth rate of resource extraction. However, we think that the phase diagram (Fig. 1) together with the trajectories presented in Fig. 2 give several indications on these optimal variables. One possible way to go further in the analysis would be to perform a numerical analysis.

### Appendix 2: Equilibrium

- Household’s behaviour.

The current value Hamiltonian of the household’s programme is  $H = (1/\varepsilon) \ln \int_0^1 c_j^\varepsilon dj + \omega \ln E + \mu(rb + w + \pi - \int_0^1 p_j c_j dj + T)$ , where  $\mu$  is the co-state variable associated with  $b$ . The two conditions  $\partial H/\partial c_j = 0$  and  $\partial H/\partial b = \rho\mu - \dot{\mu}$  lead to  $\mu = c_j^{\varepsilon-1}/\Gamma p_j$ , where  $\Gamma = \int_0^1 c_j^\varepsilon dj$ , and  $\dot{\mu}/\mu = \rho - r$ .

From the first condition, one gets  $c_j^{\varepsilon-1}/c_k^{\varepsilon-1} = p_j/p_k$ , for all  $j, k$ . Multiplying both sides by  $p_k^{1-\varepsilon}$  and rearranging, we obtain  $p_k^{-\varepsilon/(1-\varepsilon)} p_j^{1/(1-\varepsilon)} c_j = p_k c_k$ . Summing on  $k$  finally gives  $c_j = \left[ p_j^{1/(\varepsilon-1)} \int_0^1 p_k c_k dk \right] / \int_0^1 p_k^{\varepsilon/(\varepsilon-1)} dk$ .

Differentiating the first condition with respect to time gives  $g_\mu = (\varepsilon - 1)g_{c_j} - g_\Gamma - g_{p_j}$ . Together with the second condition, this gives the following Ramsey-Keynes condition:  $r = \rho + (1 - \varepsilon)g_{c_j} + g_\Gamma + g_{p_j}$ .

- Proof of the lemma.

From (18) we have  $g_{V_Q} = -g_{A_Q} = -\delta_Q L_Q$ . Then, using (22), where  $\bar{v}_Q = V_Q \delta_Q L_Q + \psi_Q l/A_Q$ , one gets  $r = \psi_Q \delta_Q l$  (which is the rate of return in green research).

Similarly, from (19) we obtain  $g_{V_R} = -g_{A_R} = -\delta_R L_R$ . Formula (22), with  $\bar{v}_R = V_R \delta_R L_R + \psi_R \tau p_R R/A_R$ , yields  $r = \psi_R \tau p_R \delta_R R$ . Using the expression of  $\tau p_R$  given by (23),  $p_Q = 1/\theta$  (see (13)), and  $Q = \theta l$  (see (4)), we obtain  $\tau p_R = ((1 - \beta)l/\beta R)(A_R R/A_Q Q)^\alpha$ . Plugging this formula in the expression of  $r$ , we get  $r = ((1 - \beta)\psi_R \delta_R l/\beta)(A_R R/A_Q Q)^\alpha$ . This is the rate of return in grey research.

Thus, we have two expressions of  $r$ , which allow us to get condition (24).

- Two preliminary results.

Technology  $Y = [\beta(A_Q Q)^\alpha + (1 - \beta)(A_R R)^\alpha]^{1/\alpha}$  (which is (1) in the symmetric case) can be written  $Y = A_Q Q [\beta + (1 - \beta)(A_Q Q/A_R R)^{-\alpha}]^{1/\alpha} = A_R R [\beta z^\alpha + (1 - \beta)]^{1/\alpha}$ . Since  $A_Q Q/A_R R$  is constant from lemma 1, log-differentiation with respect to time gives

$$g_Y = g_{A_Q} + g_Q = g_{A_R} + g_R. \tag{45}$$

Second, from (23), we have (observe that, from (13),  $g_{p_Q} = 0$ )

$$g_p = (\alpha - 1)g_Y - \alpha g_{A_Q} + (1 - \alpha)g_Q = g_\tau + g_{p_R} + (\alpha - 1)g_Y - \alpha g_{A_R} + (1 - \alpha)g_R. \tag{46}$$

- Determination of  $l$ .

In the symmetric case, we have  $\Gamma = \varepsilon g_c$ . Thus, Ramsey-Keynes condition (12) becomes  $r = \rho + g_c + g_p$ . Let us replace  $g_p$  by  $(\alpha - 1)g_Y - \alpha g_{A_Q} + (1 - \alpha)g_Q$  (see Eq. 46) and recall that  $g_Y = g_c$ ,  $g_Y - g_{A_Q} = g_Q = g_l$  (see (45) and (4)) and  $r = \psi_Q \delta_Q l$

(see proof of lemma 1). We obtain  $\rho + g_l = \psi_Q \delta_Q l$ , that is,  $\dot{l} = \psi_Q \delta_Q l^2 - \rho l$ , which is a Ricatti differential equation. In order to transform this equation into a linear first-order differential equation, we consider the new variable  $z = 1/l$ , which implies  $\dot{z} = -\dot{l}/l^2$ . The Ricatti equation becomes  $\dot{z} = -\psi_Q \delta_Q + \rho z$ , whose solution leads to  $l = \frac{1}{\frac{\rho e^{\rho t}}{(1/l_0 - \psi_Q \delta_Q / \rho) + \psi_Q \delta_Q / \rho}}$ . Using the transversality condition of the household's program, we can show, as we did in Appendix 1, that  $l$  immediately jumps to its steady-state level. Thus, one gets  $l = \rho / \psi_Q \delta_Q$ .

Note that we also obtain  $r = \rho$ : this result come from the fact that we normalized wage to one (see Sect. 3.1). If we had normalized the price of consumption goods to one in symmetric decentralized equilibrium, the interest rate would have been equal to  $\rho + g_Y$  (which is a more conventional finding).

- Determination of  $g_R$ .

Log-differentiating (23) with respect to time, and using (14) gives  $g_p = g_\tau + \hat{\mu} + r + (\alpha - 1)g_Y - \alpha g_{A_R} + (1 - \alpha)g_R$ . Plugging this expression in (12), and since  $g_Y - g_{A_R} = g_R$ , one gets  $g_R = -\rho - \hat{\mu} - g_\tau$ .

- Labour in  $R\&D$ .

From (45), and  $g_Q = g_l = 0$ , we have  $\delta_Q L_Q = \delta_R L_R + g_R$ . Since  $L_R = 1 - L_Q - \rho / \psi_Q \delta_Q$ , one gets  $L_Q = \frac{\delta_R - \rho}{\delta_Q + \delta_R} - \frac{\rho \delta_R}{\psi_Q \delta_Q (\delta_Q + \delta_R)} - \frac{\hat{\mu} + g_\tau}{\delta_Q + \delta_R}$ . Then we obtain  $L_R^e = \frac{\delta_Q + \rho}{\delta_Q + \delta_R} - \frac{\rho}{\psi_Q (\delta_Q + \delta_R)} + \frac{\hat{\mu} + g_\tau}{\delta_Q + \delta_R}$ .

- Growth of output.

From (45), we have  $g_Y = g_{A_Q} = \delta_Q L_Q$ .

- Stock of environment.

From  $E_t = E_0 - \int_0^t \gamma R_s ds$ , and  $g_R = -\rho - \hat{\mu} - g_\tau$ , one gets  $E_t = E_0 - \int_0^t \gamma R_0 e^{-(\rho + \hat{\mu} + g_\tau)s} ds = E_0 + \frac{\gamma R_0}{\rho + \hat{\mu} + g_\tau} [e^{-(\rho + \hat{\mu} + g_\tau)t} - 1]$ . After differentiation, we obtain the rate of growth of this

$$\text{stock : } g_E = \frac{1}{e^{(\rho + \hat{\mu} + g_\tau)t} [1/g_{E0} + 1/(\rho + \hat{\mu} + g_\tau)] - 1/(\rho + \hat{\mu} + g_\tau)}$$

In summary, at the decentralized equilibrium, quantities and rates of growth take the following values:

$$l^e = \frac{\rho}{\psi_Q \delta_Q}, \quad Q^e = \theta l^e,$$

$$L_Q^e = \frac{\delta_R - \rho}{\delta_Q + \delta_R} - \frac{\rho \delta_R}{\psi_Q \delta_Q (\delta_Q + \delta_R)} - \frac{\hat{\mu} + g_\tau}{\delta_Q + \delta_R},$$

$$L_R^e = \frac{\delta_Q + \rho}{\delta_Q + \delta_R} - \frac{\rho}{\psi_Q (\delta_Q + \delta_R)} + \frac{\hat{\mu} + g_\tau}{\delta_Q + \delta_R},$$

$$E^e = E_0 + \frac{\gamma R_0^e}{\rho + \hat{\mu} + g_\tau} [e^{-(\rho + \hat{\mu} + g_\tau)t} - 1].$$

$$g_R^e = -\rho - \hat{\mu} - g_\tau,$$

$$g_Y^e = \delta_Q L_Q^e,$$

$$g_{A_Q}^e = \delta_Q L_Q^e, \quad g_{A_R}^e = \delta_R L_R^e, \quad \text{and } g_{A_Q}^e - g_{A_R}^e = g_R^e.$$

As for the optimum, we have  $E(0) = E_0$ ,  $S(0) = S_0$  and  $S_0 = \int_0^{+\infty} (1 + \mu_t) R_t^e dt$ .

## Appendix 3: Optimal Environmental Policy

- Preliminary result: marginal productivity of the non-renewable resource.

From (1) and (24), we have  $Y_t = A_{R_t} R_t [\beta(A_{Q_t} Q_t / A_{R_t} R_t)^\alpha + (1 - \beta)^\alpha]^{1/\alpha} = A_{R_t} R_t [(1 - \beta)\delta_R / \delta_Q + 1 - \beta]^{1/\alpha}$

Marginal productivity of the resource is  $\partial Y_t / \partial R_t = (1 - \beta) Y_t^{1-\alpha} A_{R_t}^\alpha R_t^{\alpha-1} = (1 - \beta)(A_{R_t} R_t / Y_t)^\alpha (Y_t / R_t)$ . Using the previous result, one gets  $\partial Y_t / \partial R_t = [\delta_Q / (\delta_Q + \delta_R)] (Y_t / R_t)$ .

- Assume  $\Delta C_t = -1$ , which corresponds to a decrease in extraction  $\Delta R_t = -1 / (\partial Y_t / \partial R_t) = [-(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_t / Y_t)$ . Suppose that this extraction is delayed until  $t + \Delta t$ , we have  $\Delta R_{t+\Delta t} = -\Delta R_t = [(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_t / Y_t)$ .
- Impact on the environment.  
First, remember that  $E_t = E_0 - \int_0^t P_s ds$ . Between  $t$  and  $t + \Delta t$ , environmental quality is improved:  $dE_{t,t+\Delta t} = [\gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_t / Y_t)$ . For any  $s \in [t + \Delta t, +\infty[$ , environmental quality is modified according to  $dE_s = -\hat{\mu} [\gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_s / Y_s)$ . If  $\hat{\mu} > 0$ , this is harmful for environment, and if  $\hat{\mu} < 0$ , this improves environmental quality.
- Social value of delaying extraction.

A change  $dE_t$  corresponds to the following change in consumption (i.e., the marginal rate of substitution):  $dC_t = [-(\partial U / \partial E) / (\partial U / \partial C)] dE_t = [-(\omega / E_t) / (1 / C_t)] dE_t = (-\omega C_t / E_t) dE_t$ .

On the interval  $[t, t + \Delta t]$ , we get  $dC_{t,t+\Delta t} = (-\omega C_t / E_t) dE_{t,t+\Delta t} = (-\omega C_t / E_t) [\gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_t / Y_t) = [-\omega \gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_t / E_t)$ . From (7), we have  $\gamma R_t / E_t = -g_E$ . Finally, we obtain  $dC_{t,t+\Delta t} = [\omega(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] g_E$ .

On the interval  $[t + \Delta t, +\infty[$ , the total variation of utility is given by  $-\hat{\mu} [\gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] (R_t / Y_t) \int_{t+\Delta t}^{+\infty} (\omega / E_s) e^{-\rho(s-t)} ds$ . Since  $\partial U / \partial C_t = 1 / C_t = 1 / Y_t$ , the corresponding change in consumption is  $dC_{t+\Delta t, +\infty} = -\hat{\mu} [\gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] R_t \int_{t+\Delta t}^{+\infty} (\omega / E_s) e^{-\rho(s-t)} ds$ .

Observe that  $dC_{t,t+\Delta t} + dC_{t+\Delta t, +\infty} = [\omega(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] g_E - \hat{\mu} [\gamma(\delta_Q + \delta_R) / \delta_Q] R_t \int_{t+\Delta t}^{+\infty} (\omega / E_s) e^{-\rho(s-t)} ds$ , that is (assuming that  $\Delta t \rightarrow 0$ ), the optimal growth rate of the environmental tax given in proposition 4.

## References

- Acemoglu D (2002) Directed technical change. *Rev Econ Stud* 69:781–809
- André FJ, Smulders S (2004) Energy use, endogenous technical change and economic growth. Mimeo
- Barro RJ, Sala-i-Martin X (1995) *Economic growth*. McGraw-Hill, Inc
- Chakravorty U, Roumasset J, Tse K (1997) Endogenous substitution of energy resources and global warming. *J Polit Econ* 105(6):1201–1234
- Dasgupta PS, Heal GM (1974) The optimal depletion of exhaustible resources. *Rev Econ Stud Symp* 41:3–28
- Dasgupta PS, Heal GM (1979) *Economic theory and exhaustible resources*. Cambridge Economic Handbooks
- Edenhofer O, Bauer N, Kriegler E (2005) The impact of technological change on climate protection and welfare: insights from the model MIND. *Ecol Econ* 54(2–3):277–292
- Gerlagh R, Zwaan Bvan der (2003) Gross world product and consumption in a global warming model with endogenous technological change. *Resour Energy Econ* 25:35–57
- Gerlagh R, Keyzer MA (2004) Path-dependence in a Ramsey model with resource amenities and limited regeneration. *J Econ Dyn Control* 28:1159–1184
- Gerlagh R, Lise W (2005) Carbon taxes: a drop in the ocean, or a drop that erodes the stone? The effect of carbon taxes on technological change. *Ecol Econ* 54(2–3):241–260

- Gerlagh R, Kverndokk S, Rosendahl KE (2007) Optimal timing of environmental policy (Interaction between environmental taxes and innovation externalities). Statistics Norway, Research Department. Discussion Papers 493
- Grimaud A, Rouge L (2004) Polluting non-renewable resources, tradeable permits and endogenous growth. *Int J Global Environ Issues* 4:38–57
- Grimaud A, Rouge L (2005) Polluting non-renewable resources, innovation and growth: welfare and environmental policy. *Resour Energy Econ* 27(2):109–129
- Groth C, Schou P (2007) Growth and non-renewable resources: the different roles of capital and resource taxes. *J Environ Econ Manage* 53:80–98
- Hart R (2004) Growth, environment and innovation: a model with production vintages and environmentally oriented research. *J Environ Econ Manage* 48:1078–1098
- Hoel M, Kverndokk S (1996) Depletion of fossil fuels and the impacts of global warming. *Resour Energy Econ* 18:115–136
- Jones CI, Williams JC (1998) Measuring the social returns to R&D. *Q J Econ* 113:1119–1135
- Liski M, Tahvonen O (2004) Can carbon tax eat OPEC's rents. *J Environ Econ Manage* 47:1–12
- Nordhaus WD, Boyer J (2000) *Warming the world: economic models of global warming*. MIT Press
- Popp D (2004) ENTICE: endogenous technological change in the DICE model of global warming. *J Environ Econ Manage* 48:742–768
- Popp D (2006) ENTICE-BR: the effects of backstop technology R&D on climate policy models. *Energy Econ* 28(2):188–222
- Schou P (2000) Polluting non-renewable resources and growth. *Environ Resour Econ* 16:211–227
- Schou P (2002) When environmental policy is superfluous: growth and polluting resources. *Scand J Econ* 104:605–620
- Sinclair P (1992) High does nothing and rising is worse: carbon taxes should keep declining to cut harmful emissions. *Manch Sch* 60(1):41–52
- Smulders S, de Nooij M (2003) The impact of energy conservation on technology and economic growth. *Resour Energy Econ* 25:59–79
- Tahvonen O (1997) Fossil fuels, stock externalities, and backstop technology. *Can J Econ* XXX 4a:855–874
- Tahvonen O, Salo S (2001) Economic growth and transition between renewable and nonrenewable energy resources. *Eur Econ Rev* 45:1379–1398
- Tinbergen T (1960) *On the theory of economic policy*. Elsevier, Amsterdam
- Ulph A, Ulph D (1994) The optimal time path of a carbon tax. *Oxford Econ Pap* 46:857–868
- Withagen C (1994) Pollution and exhaustibility of fossil fuels. *Resour Energy Econ* 16:235–242

# Séquestration du carbone et politique climatique optimale

André Grimaud<sup>(\*)</sup>

Luc Rouge<sup>(\*\*)</sup>

*La séquestration du carbone émis lors de la combustion de ressources fossiles est une option qui suscite aujourd'hui beaucoup d'intérêt ; elle peut en effet contribuer à la décarbonisation progressive de l'économie dans le cadre de la lutte contre le changement climatique. Ce procédé, dont la viabilité est à présent établie (IPCC, 2005), contient deux phases : la captation du carbone, qui sépare le CO<sub>2</sub> des autres émissions, puis le stockage dans des réservoirs (que ce soient des gisements d'hydrocarbures épuisés ou des aquifères marins profonds, par exemple).*

*S'il existe aujourd'hui une importante littérature sur la question de l'utilisation à long terme de ressources non-renouvelables polluantes, force est de constater qu'elle néglige généralement l'existence d'une telle technologie. L'objectif de cet article est d'étudier en quoi sa prise en compte modifie et complète les principaux résultats de cette littérature. Nous présentons pour cela un modèle de croissance endogène dans lequel l'utilisation d'une ressource naturelle non-renouvelable et polluante génère des émissions de CO<sub>2</sub>, dont le stock accumulé affecte négativement à la fois l'utilité des ménages et la productivité des entreprises. Nous montrons que, si la séquestration accélère le rythme optimal d'extraction, elle peut aussi générer de plus fortes émissions de CO<sub>2</sub> pour les premières générations. De plus, elle est défavorable à la croissance de l'output.*

*Notons ici que l'existence d'une telle technologie rompt le lien systématique, généralement fait dans la littérature, entre utilisation de la ressource et émissions polluantes. En effet, puisque la technologie de séquestration permet de réduire la pollution effective pour chaque unité de ressource utilisée, l'extraction et la pollution sont partiellement déconnectées. Dès lors, la politique climatique que nous mettons en œuvre consiste en une taxe sur les émissions de carbone, et non sur la ressource. Contrairement à de précédents résultats de la littérature, le niveau de cette taxe compte ici, puisqu'il donne les bonnes incitations à l'effort de séquestration. Par ailleurs, le taux de croissance optimal de cette taxe carbone est positif ; nous montrons néanmoins que cet instrument de politique climatique peut être interprété ex post comme une taxe ad-valorem décroissante sur la ressource, ce qui fait le lien avec la littérature existante.*

(\*) Toulouse School of Economics (IDEI et Lerna), Manufacture des tabacs, France, and Toulouse Business School.  
E-mail: grimaud@cict.fr

(\*\*) Université de Toulouse, Toulouse Business School.  
E-mail: l.rouge@esc-toulouse.fr

Les auteurs tiennent à remercier Bertrand Magné ainsi qu'un rapporteur anonyme pour leurs commentaires et leurs suggestions.

Accepté le 28 mai 2009





La possibilité de capter et de séquestrer une partie du dioxyde de carbone émis lors de la combustion des énergies fossiles a récemment suscité beaucoup d'intérêt, d'autant que la viabilité d'une telle technique est maintenant établie (pour un survol de cette question, voir le rapport spécial de l'Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), 2005). Hoffert *et alii* (2002), notamment, soulignent que la séquestration du carbone, c'est-à-dire la réduction de la quantité de carbone émise par unité de ressource fossile utilisée, est un élément-clef dans le processus global de décarbonisation.

Cette séquestration s'opère tout d'abord à travers la captation du carbone, activité à laquelle on fait parfois référence sous l'appellation *contrôle des émissions* (voir Kolstad et Toman, 2001) : ce processus consiste à séparer le dioxyde de carbone des autres émissions de gaz lors de la production d'énergie. Il est particulièrement adapté aux centrales électriques de grande taille mais peut aussi être utilisé dans le cadre de l'énergie non électrique<sup>(1)</sup>. Une fois capturés, les gaz sont alors stockés dans différents réservoirs. Ces réservoirs potentiels comprennent notamment des gisements d'hydrocarbures (gaz ou pétrole) épuisés, des veines de charbon non exploitables, ou encore des aquifères salins profonds. Ces différents lieux de stockage se distinguent à la fois par leurs capacités, leurs coûts d'accès, et leur aptitude à conserver durablement le carbone.

Malgré les multiples incertitudes pesant sur la possibilité d'un déploiement significatif des activités de séquestration, notamment en ce qui concerne l'impact environnemental d'injections massives de carbone, cette technologie apparaît aujourd'hui comme une option prometteuse pour les industries d'extraction de ressources fossiles. Le coût estimé de la captation du carbone va de 40 à 90 dollars par tonne de CO<sub>2</sub> captée et stockée (AIE, 2006). Selon les technologies utilisées, ceci impliquerait un accroissement de 25 à 45% du coût de l'électricité. Les prévisions de l'AIE indiquent que l'utilisation de technologies de séquestration du carbone représentera 20 à 28% de la réduction des émissions de CO<sub>2</sub> en 2050 : 6500 à 7500 millions de tonnes de CO<sub>2</sub> émises pourraient ainsi être évitées, dont 60% dans le seul secteur électrique. Simultanément, l'utilisation du charbon augmenterait alors de 13% à 32% par rapport à son niveau actuel.

Si la question de l'utilisation à long-terme de ressources non-renouvelables polluantes comme les ressources fossiles a donné lieu à de nombreuses études, celles-ci ont jusqu'ici généralement négligé la possibilité de séquestrer le carbone. Au vu de l'importance d'une telle option, il serait pourtant intéressant de la prendre en compte et d'analyser en quoi les principaux résultats de ces travaux sont

modifiés lorsque la séquestration du carbone est un choix techniquement viable. Rappelons ici brièvement les principaux résultats de la littérature standard (c'est-à-dire sans séquestration). Les deux questions principales sont : l'optimum social, d'une part, et sa mise en oeuvre dans une économie décentralisée ainsi que l'impact des politiques environnementales d'autre part. Que ces questions soient étudiées dans un cadre d'équilibre partiel (par exemple, Sinclair, 1992, 1994 ; Withagen, 1994, Ulph et Ulph, 1994 ; ou Tahvonen, 1997) ou dans des modèles de croissance en équilibre général (Stollery 1998, Schou, 2000, 2002, Grimaud et Rouge, 2005, 2008, ou Groth et Schou, 2007), les auteurs montrent généralement qu'à l'optimum l'extraction de la ressource, et donc les émissions polluantes, doivent être retardées. Les recommandations de ces modèles en termes de politique environnementale sont, elles, moins unanimes. Par exemple, Sinclair (1994), plaide pour une taxe *ad valorem* décroissante sur l'utilisation de la ressource, tandis que Ulph et Ulph, 1994, parmi d'autres, montrent qu'une telle taxe ne sera pas toujours optimale et particulièrement quand le stock de pollution se dégrade partiellement (ou, de façon équivalente, quand l'environnement s'auto-régénère partiellement). Si l'on considère uniquement les modèles de croissance endogène avec des ressources non-renouvelables polluantes, à l'exception de Schou (2000, 2002), pour qui une politique environnementale est inutile, les résultats montrent généralement que la taxe *ad valorem* optimale sur la ressource est décroissante (voir Grimaud et Rouge, 2005, 2008 ou Groth et Schou, 2007). De plus, comme dans Sinclair (1994), une modification du niveau de la taxe a uniquement des effets redistributifs : elle n'a pas d'impact sur la dynamique du modèle, en particulier sur les sentiers d'extraction de la ressource et d'émissions polluantes. Il est important de souligner ici que toutes ces études font un lien systématique, sous la forme d'une relation fonctionnelle simple, généralement linéaire, entre l'extraction de la ressource et les émissions de gaz à effet de serre. Il est donc équivalent de taxer les émissions polluantes ou la ressource elle-même. Dès lors que la possibilité de séquestrer une partie du carbone émis lors de la combustion des ressources fossiles est prise en compte, ce lien est partiellement rompu. En effet, la possibilité de séquestrer une partie des émissions de CO<sub>2</sub> causées par la combustion de ressources fossiles déconnecte l'utilisation de la ressource de la pollution effective. Nous souhaitons ici étudier l'existence d'une telle technologie dans le cadre d'un modèle de croissance endogène avec ressources non-renouvelables polluantes, et analyser en quoi les principaux résultats de la littérature mentionnés plus haut, notamment ceux concernant la politique climatique optimale sont modifiés dans un tel contexte<sup>(2)</sup>.

Nous présentons un modèle de croissance endogène dans lequel la production d'un bien de consommation requiert l'utilisation d'une ressource naturelle extraite d'un stock fini. De plus, ceci génère des émissions polluantes, que l'on peut interpréter comme des émissions de gaz à effet de serre (et plus particulièrement de carbone), dont le flux vient grossir le stock déjà présent dans l'atmosphère. Ce stock de carbone connaît par ailleurs une dégénérescence naturelle partielle. Enfin, il est à la fois un argument de la fonction d'utilité des ménages (comme dans Schou, 2002 ; ou Grimaud et Rouge, 2008 ; par exemple) et de la fonction de production du bien de consommation (comme par exemple dans Popp, 2004, ou Schou, 2000). Mais la principale nouveauté dans ce modèle réside dans la prise en compte de l'existence d'une technologie qui, à partir d'un effort donné, permet de séquestrer une partie du carbone émis. Dès lors, nous distinguons bien le CO<sub>2</sub> total potentiellement émis lors de la combustion d'une unité de ressource (que nous appellerons dorénavant le carbone potentiel total par unité de ressource) de l'émission réelle, c'est-à-dire, la pollution restante après séquestration. L'implication en termes de politique climatique est alors immédiate : l'optimum de premier rang ne peut être restauré qu'en taxant la pollution, et non la ressource elle-même<sup>(3)</sup>. Notons enfin que, dans un premier temps, nous présentons le modèle dans une version non spécifiée, ce qui nous permet d'obtenir des résultats généraux, notamment en ce qui concerne la formulation de la politique climatique optimale. Dans un second temps, nous proposons une version spécifiée, qui permet d'étudier plus précisément la dynamique de l'économie.

Par ailleurs, puisque nous concentrons notre étude sur l'impact de la séquestration du carbone sur les trajectoires de l'économie décentralisée et sur les trajectoires optimales, ainsi que sur la définition d'une politique climatique optimale, nous ferons les hypothèses suivantes. Tout d'abord, sans perte de généralité, nous ne distinguerons pas la phase de captation du CO<sub>2</sub> de celle de l'injection. Nous ferons également l'hypothèse que les puits de carbone (aquifères marins profonds, océans...) ont une contenance suffisamment élevée pour accueillir toute quantité de carbone séquestré et donc que le développement de la technologie n'est pas contraint par la capacité de stockage. Enfin, pour la simplicité de l'exposé, nous supposerons que la séquestration du carbone s'applique à l'utilisation de toute ressource fossile, quel que soit son usage, du moment qu'il est destiné à la production d'énergie.

Les principaux résultats de cette étude peuvent être résumés comme suit. L'existence d'une technologie de séquestration du carbone accélère le rythme optimal d'extraction de la ressource, tout en relâchant la contrainte environnementale pour les ménages. De plus, elle modifie le sentier d'émissions de CO<sub>2</sub> de la façon suivante. À long-terme, le niveau de la pollution décroît sans ambiguïté. Cependant, si les préférences environnementales ne sont pas suffisamment fortes, le niveau de pollution peut être accru à court-terme. Dans ce cas, nous avons le résultat contre-intuitif suivant : l'existence d'une technologie de séquestration du carbone conduit à une augmentation des émissions de CO<sub>2</sub> pour les premières générations. Enfin, une telle technologie s'avère négative pour la croissance de l'output. Ceci est dû pour une part au ralentissement de l'extraction de la ressource ; d'autre part, ce cadre de croissance endogène fait apparaître un deuxième effet négatif sur l'effort de R&D, qui vient renforcer le premier.

Dans ce cadre d'analyse, comme nous l'avons déjà mentionné, une taxe sur la pollution n'est plus équivalente à une taxe sur la ressource ; ce sont bien les émissions qui doivent être taxées si l'on souhaite des résultats de premier rang. Par ailleurs, contrairement aux résultats obtenus dans des contextes sans séquestration, comme dans Sinclair, (1994) ou Grimaud et Rouge, (2005, 2008), par exemple, ici, le niveau de la taxe importe, en particulier parce qu'il conduit à mettre en oeuvre l'effort de séquestration optimal. Nous montrons également qu'un accroissement de la taxe conduit l'économie à retarder l'extraction (ce qui, ici, nous ramène à la littérature standard présentée plus haut) et modifie également la quantité de pollution émise par unité de ressource utilisée.

Enfin, nous calculons la trajectoire optimale de la taxe, dont le taux de croissance est positif (ceci provient de la décroissance de l'utilité marginale de la consommation). Nous montrons également que cette taxe peut être exprimée ex-post comme une taxe *ad valorem* décroissante sur la ressource.

La suite de cet article est organisée de la façon suivante. Le modèle, dans sa forme non spécifiée, est présenté dans la première partie. Dans la deuxième partie, nous caractérisons l'équilibre de l'économie décentralisée, puis nous utilisons la version spécifiée du modèle pour analyser l'impact de la politique climatique. La troisième partie est consacrée à l'analyse de bien-être et à l'étude de la politique climatique optimale. Nous faisons quelques remarques conclusives dans la dernière partie.

## Le modèle

Nous présentons tout d'abord une version non spécifiée du modèle, afin d'obtenir des conditions générales d'optimalité et d'équilibre, de les comparer et de définir une formulation générale de la politique climatique optimale (voir également les sections suivantes).

À tout instant  $t$ , les entreprises produisent une quantité  $Y_t$  d'un bien de consommation suivant la technologie :

$$(1) Y_t = F(A_t, L_{Y_t}, R_t, X_t)$$

où  $L_{Y_t}$  est la quantité de travail consacrée à la production,  $A_t$  est un stock de connaissance,  $R_t$  est le flux de ressource non-renouvelable utilisé dans le processus de production et  $X_t$  est le stock de carbone accumulé dans l'atmosphère. Nous noterons  $F_L, F_A, F_R$  et  $F_X (<0)$  les productivités marginales.

Nous considérons que chaque innovation est un bien public, indivisible et à durée de vie infinie, qui est simultanément utilisé par le secteur produisant le bien de consommation et le secteur de la recherche<sup>(4)</sup>. Formellement, il s'agit d'un point sur le segment  $[0, A_t]$ . À toute date  $t$ , la technologie de production de la connaissance est :

$$(2) \dot{A}_t = h(A_t, L_{RDt})$$

où  $L_{RDt}$  est la quantité de travail consacrée à la R&D. Nous noterons  $h_A$  et  $h_L$  les productivités marginales.

La pollution est générée par l'utilisation de la ressource non-renouvelable dans le processus de production. En l'absence d'une activité de séquestration du carbone, le flux de pollution serait une fonction linéaire du flux de ressource utilisée :  $\gamma R_t$ , où  $\gamma > 0$ . Ainsi,  $\gamma R_t$  peut être vu comme le contenu total en carbone de la ressource extraite ou, de façon équivalente, comme le potentiel polluant maximum de l'entreprise produisant le bien de consommation. Néanmoins, l'entreprise peut stocker une partie de ce carbone. Dès lors, le flux de pollution réellement émise est :

$$(3) P_t = \gamma R_t - Q_t$$

où  $Q_t$  est la quantité de carbone séquestrée. Nous supposons qu'elle est produite à partir de deux *inputs* : le contenu en carbone  $\gamma R_t$  via la quantité de ressource extraite  $R_t$  et le flux de travail  $l_t$ . La technologie de séquestration est :

$$(4) Q_t = q(\gamma R_t, l_t)$$

Nous noterons  $q_{\gamma R}$  et  $q_l$  les productivités marginales.

Commentons brièvement la forme de cette fonction de séquestration. Pour toute quantité de carbone potentiellement émis  $\gamma R_t$ , c'est uniquement l'effort en termes de travail qui permet le stockage du carbone. Bien entendu, nous pourrions également prendre en compte le capital physique, par exemple. Néanmoins, en ajoutant une nouvelle variable d'état, cela complexifierait considérablement l'analyse.

Le carbone s'accumule dans l'atmosphère ; le flux de carbone émis ( $P_t$ ) vient donc grossir le stock pré-existant  $X_t$ . On suppose que  $X_t = X_0 + \int_0^t P_s e^{\theta(s-t)} ds$ ,

ce qui donne la loi d'évolution suivante :

$$(5) \dot{X}_t = \theta(X_0 - X_t) + P_t$$

où  $\theta$  est le taux positif (supposé constant) de dégénérescence de ce stock, ou encore de régénération de l'atmosphère.

La ressource non-renouvelable est extraite à coût nul d'un stock initial  $S_0$  fini. Nous avons la loi de mouvement standard du stock de ressource :

$$(6) \dot{S}_t = -R_t$$

La production du bien de consommation est entièrement consommée par le ménage représentatif :

$$(7) Y_t = C_t$$

Nous supposons que la population est constante, normalisée à 1, et que chaque individu est doté d'une unité de travail. Nous avons donc :

$$(8) 1 = L_{Y_t} + L_{RDt} + l_t$$

L'utilité instantanée du ménage représentatif dépend de la consommation  $C_t$  mais également du stock de carbone présent dans l'atmosphère,  $X_t$ . Nous écrivons la fonction d'utilité intertemporelle ainsi :

$$(9) U = \int_0^{+\infty} U(C_t, X_t) e^{-\rho t} dt, \quad \rho > 0$$

où les dérivées partielles de la fonction d'utilité par rapport à la consommation et à la pollution sont notées  $U_C (>0)$  et  $U_X (<0)$ , et sont respectivement positive et négative. Notons que, dans ce modèle, le stock de carbone accumulé affecte à la fois les ménages (équation 9) et la production (équation 1).

## Équilibre de l'économie décentralisée et impact de la politique climatique

Nous commençons ici par l'étude de la version non spécifiée du modèle présentée dans la section précédente. Le prix du bien  $Y$  est normalisé à 1, et  $w_t$ ,  $p_{R_t}$  et  $r_t$  sont, respectivement, le salaire, le prix de la ressource, et le taux d'intérêt sur un marché financier parfait. Afin d'éliminer les défaillances de marché provenant du fait que les entreprises ne prennent pas en compte l'externalité négative consécutive à l'utilisation de la ressource non-renouvelable lors de la production du bien de consommation, c'est-à-dire les émissions de  $\text{CO}_2$ , nous mettons en place une politique économique, que nous appellerons la politique climatique. Il s'agit d'une taxe sur ces émissions. Notons que la politique climatique consiste bien en une taxe sur la pollution, et non sur la ressource polluante, comme dans Grimaud et Rouge (2005, 2008), ou Groth et Schou (2007). En effet, ce sont les émissions de carbone qui constituent l'externalité fondamentale. Puisqu'une technologie de séquestration du carbone est disponible, une taxe sur ces émissions et une taxe sur la ressource polluante ne sont plus équivalentes.

Nous allons voir ci-dessous que la taxe sur les émissions de carbone a deux effets principaux : d'une part, elle conduit à retarder l'extraction de la ressource (comme dans les modèles sans séquestration) ; d'autre part, elle crée des incitations à produire des efforts dans la séquestration.

### Comportements des agents

Notre objectif ici n'étant pas d'analyser l'impact d'autres distorsions que les émissions de  $\text{CO}_2$ , nous supposons que la recherche est financée de façon optimale (au moyen d'une éventuelle intervention publique, comme nous le précisons plus bas). Il reste donc une seule distorsion, la pollution, et un seul outil de politique économique, la taxe carbone.

#### Secteur du bien de consommation :

À toute date  $t$ , le profit de l'entreprise est

$$(10) \pi_t^Y = F(L_{Yt}, A_t, R_t, X_t) - w_t(L_{Yt} + l_t) - p_{R_t} R_t - \tau_t[\gamma R_t - q(\gamma R_t, l_t)]$$

où  $\tau_t$  est la taxe unitaire sur les émissions de carbone. On obtient les trois conditions de premier ordre suivantes :

$$(11) F_L = w_t$$

$$(12) F_R = p_{R_t} + \tau_t \gamma (1 - q_{\gamma R_t})$$

$$(13) \tau_t q_l = w_t$$

#### Secteur de la R&D :

Afin de formaliser le marché de la connaissance, nous procédons de la façon suivante. Nous calculons la valeur sociale de chaque innovation, qui est la somme des dispositions à payer de tous les utilisateurs (c'est-à-dire la somme des prix de Lindahl). Puis, nous supposons que l'entreprise innovante reçoit cette valeur sociale.

L'absence de biens intermédiaires est ici une pure convention qui permet d'alléger les calculs. Nous savons que dans le modèle de différenciation horizontale de Romer, la recherche est sous-financée. Par contre, dans le modèle de différenciation verticale d'Aghion et Howitt, elle peut être sous ou sur-financée. Par ailleurs, Benassy (1998), a montré qu'une modification minime du modèle de Romer conduit au même résultat qu'Aghion et Howitt (1998). Enfin, plusieurs études empiriques (Jones et Williams, 1998, par exemple) montrent que la recherche est généralement sous-financée : la valeur privée des innovations (c'est-à-dire celle qui est payée à l'innovateur) représente environ un quart à un tiers de leur valeur sociale (définie ci-dessus). Notre modélisation peut être interprétée comme la forme réduite d'un modèle plus standard de croissance endogène avec biens intermédiaires dans lequel les autorités subventionnent la recherche de façon optimale, afin que l'innovateur reçoive la totalité de la valeur sociale de son innovation (voir sur ce point Barro et Sala-i-Martin, 2005).

À toute date  $t$ , la valeur d'une innovation est :

$$(14) V_t = \int_t^{+\infty} v_s e^{-\int_t^s r_u du} ds$$

où  $v_s$  est la somme des dispositions à payer du secteur du bien de consommation ( $v_s^Y$ ) et du secteur de la R&D ( $v_s^{RD}$ ) :  $v_s = v_s^Y + v_s^{RD}$ .

Le profit sur les innovations produites à la date  $t$  est :

$$(15) \pi_t^{RD} = h(A_t, L_{RDt}) V_t - w_t L_{RDt}$$

La maximisation de ce profit par rapport à  $L_{RDt}$  conduit à la condition de premier ordre suivante :

$$(16) h_L V_t = w_t$$

Des formules (10) et (15), nous avons :

$$v_t^Y = \frac{\partial \pi_t^Y}{\partial A_t} = F_A$$

et

$$v_t^{RD} = \frac{\partial \pi_t^{RD}}{\partial A_t} = h_A V_t$$

ce qui donne la valeur sociale d'une innovation :

$$(17) v_t = F_A + h_A V_t$$

*Ménage représentatif :*

À toute date  $t$ , le ménage représentatif maximise la fonction d'utilité

$$\int_0^{+\infty} U(C_t, X_t) e^{-\rho t} dt$$

sous la contrainte

$$\dot{B}_t = w_t + r_t B_t + p_{Rt} R_t - T_t - C_t,$$

où  $B_t$  est le stock de titres en  $t$ , et  $T_t$  est une taxe (subvention) forfaitaire du gouvernement. En d'autres termes, outre cette taxe (subvention), les recettes du ménage comprennent les revenus salariaux, les revenus financiers, et les recettes versées par le secteur d'extraction de la ressource non-renouvelable (nous faisons implicitement l'hypothèse que le ménage représentatif est propriétaire de ce secteur). Cette maximisation conduit à la condition habituelle suivante :

$$(18) \rho - \frac{\dot{U}_C}{U_C} = r_t$$

*Secteur de la ressource :*

Sur le marché de la ressource, supposé concurrentiel, la maximisation de la fonction de profit

$$\int_t^{+\infty} p_{Rs} R_s e^{-\int_t^s r_u du} ds,$$

sous la contrainte

$$\dot{S}_s = -R_s, S_s \geq 0, R_s \geq 0, s \geq t,$$

conduit à la règle d'Hotelling d'équilibre standard :

$$(19) \frac{\dot{p}_{Rt}}{p_{Rt}} = r_t, \text{ pour tout } t.$$

## Équilibre

Notre objectif est maintenant de présenter les trois conditions caractéristiques de l'équilibre (vérifiées à chaque date  $t$ ). Ces conditions pourront être rapprochées des conditions caractéristiques de l'optimum social, présentées dans la section suivante.

**Proposition 1.** *Les conditions caractéristiques de l'économie à l'équilibre décentralisé sont (nous omettons les indices temporels par commodité de notation) :*

$$(20) \rho - \frac{\dot{U}_C}{U_C} = \frac{F_A h_L}{F_L} + h_A + \frac{\dot{F}_L}{F_L} - \frac{\dot{h}_L}{h_L}$$

$$(21) \frac{F_L}{q_t} = \tau$$

et

$$(22) F_R = p_R + \tau\gamma(1 - q_{\gamma R})$$

**Preuve.** En différenciant (14) et (16) par rapport au temps, on obtient :

$$\frac{\dot{w}_t}{w_t} = r_t - \frac{v_t}{V_t} + \frac{\dot{h}_L}{h_L}$$

En utilisant (11), (16) et (17), on obtient :

$$r_t = \frac{\dot{F}_L}{F_L} - \frac{\dot{h}_L}{h_L} + \frac{F_A h_L}{F_L} + h_A$$

En combinant ce résultat avec (18), on obtient (20).

En combinant les équations (11) et (13), on obtient (21).

Enfin, (12) donne directement (22).

L'équation (20) est une version modifiée de la condition habituelle de Keynes-Ramsey. En effet, contrairement au modèle de croissance standard, il n'y a pas ici de stock de capital physique mais un stock  $A_t$  de connaissance : ceci explique que la productivité marginale du capital est remplacée par le membre de droite dans (20). La complexité relative de cette expression vient du fait qu'une variation de  $C_t$  est compensée par un transfert de travail entre les secteurs du bien de consommation ( $L_Y$ ) et de la recherche ( $L_{RD}$ ), ce qui modifie toute la trajectoire de la variable  $A_t$ .

L'équation (21) montre l'impact de la taxe carbone sur le choix de séquestration des entreprises : la taxe est égale au coût, exprimé en termes de bien, d'une unité de carbone séquestrée.

Enfin, l'équation (22) est une version modifiée de la condition habituelle d'Hotelling, dans laquelle le membre de droite représente le coût généralisé (taxe carbone comprise) d'une unité de ressource.

## Spécification

Afin d'aller plus loin dans cette analyse, nous retenons à présent les formes fonctionnelles suivantes :

$$(23) Y_t = A_t^\nu L_{Y_t}^\alpha R_t^{1-\alpha} e^{-\beta X_t}, \beta > 0$$

$$(24) \dot{A}_t = \delta A_t L_{RDt}, \delta > 0$$

$$(25) Q_t = (\gamma R_t)^\eta l_t^{1-\eta}, 0 < \eta < 1; \text{ si } l_t < \gamma R_t$$

et

$$Q_t = \gamma R_t \text{ si } l_t > \gamma R_t$$

Le flux de pollution est entièrement séquestré dès lors que  $l_t \geq \gamma R_t$ . Pour tout  $\gamma R_t$ , le coût en termes de travail,  $l_t = Q_t^{1/(1-\eta)} (\gamma R_t)^{-\eta/(1-\eta)}$ , est une fonction croissante et convexe de  $Q_t$ . Le coût moyen et le coût marginal, respectivement :

$$l_t / Q_t = Q_t^{\eta/(1-\eta)} (\gamma R_t)^{-\eta/(1-\eta)}$$

$$\text{et } \partial l_t / \partial Q_t = [1/(1-\eta)] Q_t^{\eta/(1-\eta)} (\gamma R_t)^{-\eta/(1-\eta)}$$

sont également des fonctions croissantes de  $Q_t$ . Nous choisissons une forme Cobb-Douglas pour cette technologie de séquestration car elle permet des développements analytiques simples. Notre étude se situant à un niveau global, nous faisons abstraction de toute contrainte de capacité de stockage. À un niveau local, ces contraintes peuvent avoir une importance, notamment dans le cas où les coûts de transport (qu'ils soient techniques ou encore géopolitiques) ne peuvent pas être négligés. De telles contraintes sont prises en compte dans un cadre d'équilibre partiel par Lafforgue *et alii* (2008), par exemple.

Enfin, l'utilité instantanée prend la forme :

$$(26) U(C_t, X_t) = \ln C_t - \omega X_t, \omega > 0$$

L'hypothèse de séparabilité de la fonction d'utilité retenue ici permet de simplifier les calculs. Elle nous permet également d'éviter une hypothèse tranchée sur le sens de la variation de l'utilité marginale de la consommation consécutive à une variation du stock de carbone. Par ailleurs, l'hypothèse de linéarité par rapport au stock de carbone permet aussi d'éviter de choisir entre concavité et convexité de la fonction de dommage ; Goulder et Mathai (2000), par exemple, indiquent que les deux hypothèses peuvent être envisagées. Dans ce modèle, l'utilité marginale instantanée du stock de carbone,  $-\omega$  est donc constante (contrairement à l'hypothèse faite par Aghion et Howitt (1998), par exemple). Dans le cas de dommages environnementaux sévères, il serait peut-être plus réaliste de considérer que la désutilité marginale est croissante (comme, par exemple, dans

le cas de catastrophes naturelles). Néanmoins, cette hypothèse permet là encore des calculs simplifiés lorsqu'on analyse la dynamique de transition dans le cadre d'un modèle d'équilibre général.

Il n'est pas possible, pour des raisons évidentes, d'étudier l'impact sur l'équilibre de tous les profils possibles de taxes carbone. Nous allons restreindre notre analyse à certains profils particuliers. Nous montrons plus bas que la taxe optimale (exprimée en termes de bien  $Y_t$ ) a pour expression :

$$-(1/U_C) \int_t^\infty (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho+\theta)(s-t)} ds$$

Puisque  $U_C = 1/C_t$ , la taxe optimale dépend donc linéairement de  $C_t = Y_t$ . Dès lors, nous allons, dans la section présente, étudier l'impact d'une politique environnementale consistant en une taxe croissant au même rythme que l'output :  $\tau_t = a Y_t$  (où  $a$  est une constante)<sup>(5)</sup>.

Nous noterons  $g_{z_t}$  le taux de croissance de toute variable  $Z_t$  à la date  $t$ . Par ailleurs, l'indice supérieur  $e$  caractérise une variable à l'équilibre décentralisé.

**Proposition 2.** *À l'équilibre de l'économie décentralisée, en présence d'une taxe carbone strictement positive (c'est-à-dire  $\tau > 0$ ) croissant au même rythme que l'output, à toute date  $t$  :*

- (i) *L'économie est toujours en transition.*
- (ii) *Les flux d'extraction de ressource ( $R_t^e$ ), de séquestration ( $Q_t^e$ ) et de pollution ( $P_t^e$ ) décroissent avec le temps.*
- (iii) *Le travail dans la production de bien de consommation ( $L_Y^e$ ) est constant dans le temps. Le travail dans la séquestration ( $l_t^e$ ) est proportionnel au flux de ressource extraite ( $R_t^e$ ), et suit donc la même dynamique :  $g_{l_t^e} = g_{R_t^e} < 0$ . Dès lors, le travail dans la recherche ( $L_{RDt}^e$ ) croît au cours du temps et converge à l'infini vers le niveau constant  $1 - L_Y^e$ .*

Les niveaux et les taux de croissance des différentes variables sont donnés dans l'annexe 1.

**Preuve.** Voir annexe 1.

Supposons qu'aucune politique climatique ne soit mise en place (soit  $\tau = 0$  à tout instant). Ici, l'économie saute directement à son état-stationnaire, dans lequel la quantité de travail consacrée à la séquestration est nulle :  $l^e = 0$ , ce qui signifie qu'il n'y a aucun stockage de carbone ( $Q^e = 0$ ). Ceci implique également que le CO<sub>2</sub> potentiel est intégralement émis dans l'atmosphère, c'est-à-dire  $P^e = \gamma R^e$ . Par ailleurs, le travail utilisé dans la production du bien de consommation,  $L_Y^e$ , est constant. Comme nous le verrons aussi à l'optimum social, ceci provient d'une condition d'arbitrage dans l'allocation du travail entre les activités de

recherche et de production. Le travail consacré à la recherche,  $L_{RD}^e = 1 - L_Y^e$  est donc également constant. Le flux d'extraction à la date  $t$  est  $R_t^e = \rho S_0 e^{-\rho t}$ . Ceci implique  $g_R^e = -\rho$  pour tout  $t$ . Ce dernier cas correspond à l'optimum sans pollution (et donc sans séquestration), comme nous le montrons plus bas. Nous revenons également plus bas sur les résultats présentés dans cette proposition.

### Impact de la politique climatique

Nous étudions à présent les effets de la politique climatique sur la trajectoire de l'économie à l'équilibre décentralisé.

**Proposition 3.** *Un accroissement du ratio  $a = \tau_t / Y_t$ , a les effets suivants :*

(i) *L'extraction de la ressource et les émissions de carbone décroissent à un rythme plus lent, de même que l'effort dans la séquestration et la séquestration elle-même (c'est-à-dire :  $g_{R_t}^e, g_{P_t}^e, g_{l_t}^e$  et  $g_{Q_t}^e$ , augmentent).*

(ii) *L'intensité de l'effort de séquestration ( $l_t^e / Q_t^e$ ), l'effort par unité de contenu en carbone ( $l_t^e / \gamma R_t^e$ ), ainsi que le taux instantané de séquestration ( $Q_t^e / \gamma R_t^e$ ) augmentent.*

(iii) *La pollution effective par unité de contenu en carbone ( $P_t^e / \gamma R_t^e$ ) diminue.*

(iv) *L'effort dans la production de bien de consommation ( $L_Y^e$ ) est inchangé.*

Supposons  $0 \leq a \leq v\delta / (1 - \eta)\rho$ . Cette hypothèse permet d'éliminer la solution de coin dans laquelle  $l^e = \gamma R^e$  (voir l'expression de  $l^e$  (30) dans l'annexe 1). Un accroissement du ratio  $a = \tau_t / Y_t$  a deux effets principaux. Tout d'abord, la pollution devient plus coûteuse, ce qui conduit l'économie à retarder l'extraction ( $g_{R_t}^e$  augmente). Par ailleurs, la séquestration du carbone devient plus profitable ; aussi la quantité de travail par unité de contenu en carbone ( $l_t^e / \gamma R_t^e$ ) augmente-t-elle. Dès lors,  $Q_t^e / \gamma R_t^e$ , c'est-à-dire, le taux instantané de séquestration du carbone, augmente également. Simultanément, la pollution réellement émise par unité de contenu en carbone ( $P_t^e / \gamma R_t^e$ ) diminue. Comme la séquestration devient plus profitable, l'intensité du travail dans cette activité ( $l_t^e / Q_t^e$ ) augmente.

Donnons à présent quelques éléments sur les effets de court terme d'une telle politique climatique sur le niveau et le taux de croissance de l'output. Tout d'abord, puisque  $g_{R_t}^e$  augmente, les premières générations extraient moins de ressource. Étant donné que le travail consacré à la production n'est pas modifié, le niveau de l'output diminue pour ces générations. Deuxièmement, puisque  $g_{l_t}^e$  augmente,  $l_t^e$ , l'effort de séquestration, décroît à court-terme. Dès lors,  $L_Y^e$  étant inchangé,  $L_{RD}^e$  et donc

$g_{A_t}^e$  augmentent. Enfin, la croissance de l'output ( $g_{Y_t}^e = v g_{A_t}^e + (1 - \alpha) g_{R_t}^e - \beta \dot{X}_t$ ) est accélérée pour les premières générations (nous négligeons ici l'éventuel impact sur  $\dot{X}_t$ ). Ce résultat théorique, s'il est en contradiction avec une partie de la littérature (qui considère la pollution comme un produit-joint de la production ou du capital physique : pour une revue de cette littérature, voir par exemple Ricci, 2007), est confirmé par l'étude empirique menée par Bretschger (2007).

## Analyse de bien-être et politique climatique optimale

### Conditions générales d'optimalité

Considérons maintenant le programme du planificateur social. Ce dernier maximise (9) sous les contraintes (1)-(8). Les conditions caractéristiques de l'optimum social sont présentées dans la proposition suivante.

**Proposition 4.** *Les conditions caractéristiques de l'optimum social sont (nous omettons les indices temporels par commodité de notation) :*

$$(27) \quad \rho - \frac{\dot{U}_C}{U_C} = \frac{F_A}{F_L} h_L + h_A + \frac{\dot{F}_L}{F_L} - \frac{\dot{h}_L}{h_L}$$

$$(28) \quad \frac{F_L}{q_t} = -\frac{1}{U_C} \left[ \int_t^{+\infty} (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho + \theta)(s-t)} ds \right]$$

et

$$(29) \quad U_C F_R e^{-\rho t} = v - \gamma(1 - q_{\gamma R}) e^{-\rho t}$$

$$\int_t^{+\infty} (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho + \theta)(s-t)} ds$$

où  $v$  est une constante.

**Preuve.** Voir annexe 2.

Dans un premier temps, notons que les conditions (27) et (20) sont identiques. En d'autres termes, la condition de Keynes-Ramsey nécessaire à l'optimum social est vérifiée à l'équilibre décentralisé.

Nous avons vu, lorsque nous avons commenté la Proposition 1, que le membre gauche de la condition (28) est le coût en termes de bien d'une unité de carbone séquestrée. Le membre droit de cette équation n'est rien d'autre que le coût social, en termes de bien là aussi, d'une unité de carbone émise dans l'atmosphère. En effet, le terme  $(U_C F_X + U_X) e^{-(\rho + \theta)(s-t)}$  est le coût social, en

termes d'utilité, d'une unité de carbone émise en  $t$  pour une génération à la date  $s$  (d'où le terme  $e^{-\rho(s-t)}$ ), tenant compte de la dégénérescence du stock de carbone (d'où le terme  $e^{-\theta(s-t)}$ ). En intégrant sur l'ensemble des générations, et en divisant par l'utilité marginale de la consommation, on obtient bien le coût social en termes de bien d'une unité de carbone émise dans l'atmosphère.

La condition (29) est la règle d'Hotelling à l'optimum. En l'absence de pollution ( $\gamma=0$ ), ou/et dans le cas où les ménages et les entreprises sont indifférents au stock de carbone accumulé ( $U_X = F_X = 0$ ), elle s'écrit  $U_C F_R e^{-\rho t} = v$ , ce qui implique  $\rho - \dot{U}_C / U_C = \dot{F}_R / F_R$ , équation qui est naturellement vérifiée à l'équilibre. Dans le cas présent, le deuxième terme du membre droit de l'équation (29) est relatif à l'externalité environnementale : c'est pour cela que, à l'équilibre décentralisé, cette condition n'est pas vérifiée en l'absence de politique climatique. Ceci vient du fait que le coût social des émissions de carbone n'est pas intégré dans le prix de la ressource. Nous revenons sur ce point dans la dernière section, où nous montrons que l'optimum peut être mis en œuvre à l'aide d'une taxe carbone unitaire.

### Spécification et caractérisation des sentiers optimaux

Nous reprenons ici les spécifications présentées plus haut. Nous détaillons les résultats dans l'annexe 3, où nous donnons une caractérisation complète de la transition de l'économie. Les principaux résultats sont résumés dans la proposition 5 ci-dessous<sup>(6)</sup>. L'indice supérieur  $^o$  caractérise une variable optimale.

**Proposition 5.** (i) *Dans le cas où les entreprises et les ménages sont sensibles à l'état de l'environnement ( $\beta > 0$  et  $\omega > 0$ ), étant donnée la présence du stock de carbone  $X_t$ , l'économie est toujours en transition. Elle converge asymptotiquement vers l'état-stationnaire qu'elle aurait immédiatement atteint s'il n'y avait pas eu d'émissions polluantes.*

(ii) *Le flux d'extraction optimal,  $R_t^o$ , décroît avec le temps (c'est-à-dire,  $g_{R_t^o} < 0$ ), et ce processus est ralenti si les préférences environnementales sont strictement positives. Puisque les flux optimaux de séquestration ( $Q_t^o$ ) et de pollution ( $P_t^o$ ) sont proportionnels à  $R_t^o$ , ils décroissent également avec le temps.*

(iii) *La quantité optimale de travail dans la production,  $L_t^o$ , est constante dans le temps. Le travail dans la séquestration,  $l_t^o$ , est proportionnel au flux d'extraction,  $R_t^o$ , et suit donc la même dynamique (c'est-à-dire  $g_{l_t^o} = g_{R_t^o}$ ). Ainsi, le travail dans la recherche,  $L_{RD,t}^o$ , croît dans le temps et converge vers  $1 - L_t^o$  à l'infini.*

Les niveaux et taux de croissance optimaux des différentes variables sont donnés dans l'annexe 3.

**Preuve.** Voir annexe 3.

Analysons la trajectoire de l'économie à l'optimum social. Si l'on considère le cas où le stock de carbone n'affecte ni la production des entreprises ni l'utilité des ménages, c'est-à-dire le cas où  $\beta = \omega = 0$ , l'économie saute immédiatement à l'état-stationnaire que nous avons décrit après la Proposition 2 (lorsque  $\tau = 0$  à l'équilibre décentralisé). En résumé,  $l^o = 0$ ,  $Q^o = 0$ , et  $L_{RD}^o$  ainsi que  $L_Y^o$  sont des constantes : aucune activité de séquestration n'est menée, et les efforts de production et de R&D sont constants. Par ailleurs,  $g_R^o = -\rho$  et  $P_t^o = \gamma R_t^o$  : le contenu en carbone de chaque unité de ressource est émis en totalité. Enfin, on obtient à partir de la formule (40) de l'annexe 3, que le taux de croissance de l'*output*,  $g_Y^o$  est égal à  $v\delta - \rho$ , comme dans les modèles de croissance endogène avec ressources non-renouvelables non polluantes (voir par exemple Grimaud et Rouge, 2003)<sup>(7)</sup>.

Considérons maintenant le cas plus général où  $\beta > 0$  et  $\omega > 0$ . Contrairement au cas précédent, l'économie est ici toujours en transition. L'expression de  $R_t^o$  donnée dans l'annexe 3 montre bien que l'extraction de la ressource diminue au fil du temps, mais  $g_{R_t^o}^o$  est maintenant supérieur à  $-\rho$ . En d'autres termes, quand la pollution atmosphérique affecte l'utilité des ménages ainsi que la productivité des entreprises, le planificateur social retarde l'extraction de la ressource (voir Withagen, 1994), pour un résultat similaire dans un contexte d'équilibre partiel). Les trajectoires d'extraction de la ressource à l'optimum social et à l'équilibre décentralisé sont représentées dans la figure 1. Puisque les variables  $l_t^o$ ,  $Q_t^o$  et  $P_t^o$  sont des fonctions linéaires de  $R_t^o$ , elles ont la même dynamique : elles décroissent au fil du temps, de même que leurs taux de croissance. Cela implique évidemment que la part séquestrée des émissions ( $Q_t^o / P_t^o$ ) reste constante dans le temps.

Observons que  $L_Y^o$  est également constant (voir annexe 3a). Ceci provient d'un arbitrage dans l'allocation du travail entre les activités de production et de recherche. L'optimum social est atteint lorsque, à la suite d'une augmentation marginale du travail dans l'une ou l'autre de ces activités, l'augmentation de l'utilité intertemporelle est la même. Dès lors, le flux de travail restant est réparti entre séquestration et recherche. Puisque  $l_t^o$  décroît au fil du temps,  $L_{RD,t}^o$  croît : alors que l'effort de séquestration devient de plus en plus faible, l'investissement dans la R&D augmente.

Lorsque  $t$  tend vers l'infini, les taux  $g_{R_t^o}^o = g_{l_t^o}^o = g_{Q_t^o}^o = g_{P_t^o}^o$  tendent vers  $-\rho$ . Simultanément,  $l_t^o$  diminue progressivement et tend vers 0,  $L_{RD,t}^o$  tend vers  $1 - \alpha\rho / \delta v$  et  $g_Y^o$  tend vers



Figure 1 : extraction de la ressource

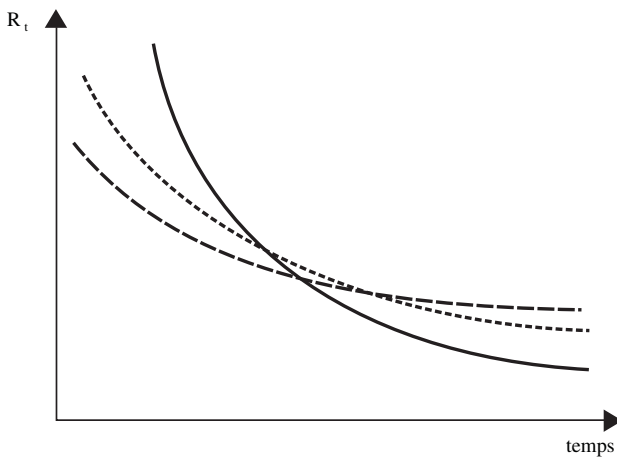


Figure 2 : stock de carbone

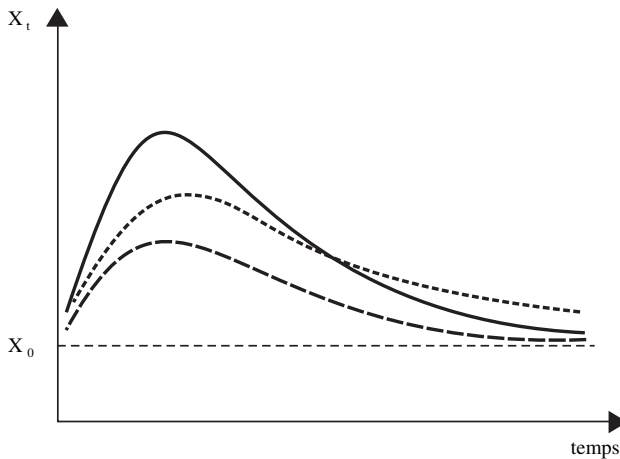
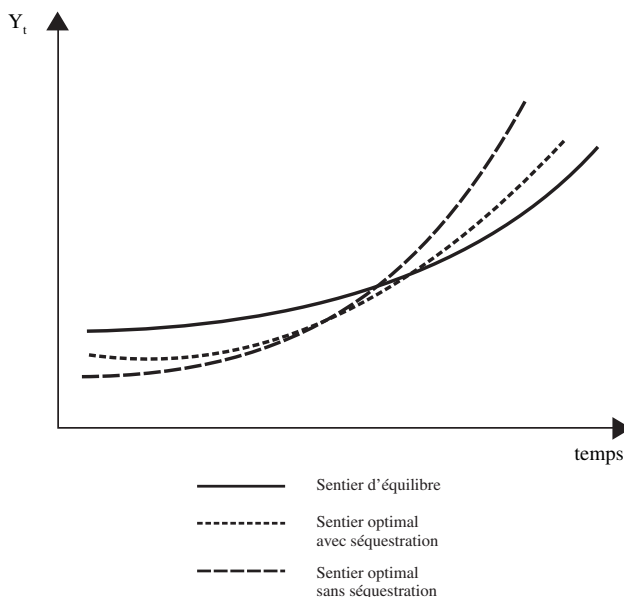


Figure 3 : production



$v\delta - \rho - \beta$ . La ressource est asymptotiquement épuisée, et les émissions de carbone deviennent nulles à l'infini. C'est la raison pour laquelle, la trajectoire socialement optimale de l'économie converge asymptotiquement vers l'état-stationnaire qu'elle aurait immédiatement atteint s'il n'y avait jamais eu d'émissions polluantes (pour une illustration des résultats concernant les trajectoires

de l'extraction de la ressource, du stock de carbone, et de l'*output*, voir les figures 1, 2 et 3).

### Impact de la séquestration sur les sentiers optimaux

Appelons  $Z_t^{o\emptyset}$  le niveau optimal de toute variable  $Z_t$  dans le cas où une technologie de séquestration n'est pas disponible. Nous donnons les niveaux et les taux de croissance optimaux des différentes variables dans les annexes 3 et 4.

Comparer l'optimum social dans le cas présent avec l'optimum social présenté plus haut (avec séquestration), conduit à la proposition suivante.

**Proposition 6.** *Introduire une technologie de séquestration du carbone modifie les sentiers optimaux de la façon suivante :*

(i) *L'extraction de la ressource est plus rapide (c'est-à-dire,  $g_{R_t}^o < g_{R_t}^{o\emptyset}$ ) : on extrait plus de ressource lors des phases initiales, et moins dans le futur.*

(ii) *Les effets de court terme sur la pollution peuvent être différents de ceux de long terme. À court terme, l'augmentation de l'extraction de la ressource (voir (i) plus haut) stimule les émissions de CO<sub>2</sub> tandis que la séquestration a l'effet inverse : l'effet total est ambigu. À long terme, puisque le flux d'extraction diminue (voir (i) plus haut) et qu'une part du carbone est séquestrée, les émissions de carbone diminuent sans ambiguïté.*

(iii) *La croissance de l'output est plus faible (c'est-à-dire,  $g_{Y_t}^o < g_{Y_t}^{o\emptyset}$ ).*

**Preuve.** Pour la caractérisation de l'optimum social en l'absence d'une technologie de séquestration, voir l'annexe 4.

Comparons le taux de croissance de l'extraction de la ressource à l'équilibre décentralisé ( $g_R^e$ ) en l'absence de politique climatique à son niveau optimal. En combinant les résultats obtenus dans les propositions 2 et 6, nous obtenons les inégalités suivantes :

$$g_R^e = -\rho < g_{R_t}^o < g_{R_t}^{o\emptyset}$$

qui sont illustrées dans la figure 1. Tout d'abord,  $g_R^e < g_{R_t}^{o\emptyset}$  signifie que, dans une économie dans laquelle il n'y a pas de possibilité de séquestrer le carbone, l'extraction de la ressource dans un régime de laissez-faire est trop rapide par rapport au rythme optimal. On peut trouver un résultat similaire dans un contexte d'équilibre partiel dans Withagen (1994). La prise en compte dans l'analyse de la possibilité de séquestrer une partie des émissions de carbone permet d'obtenir deux résultats complémentaires. L'inégalité  $g_R^e = -\rho < g_{R_t}^o$  est une extension du résultat précédent : même s'il est possible de stocker du carbone, il est optimal de retarder l'extraction, par

rapport à ce qui a lieu dans le laissez-faire. Cependant, l'inégalité  $g_{Rt}^e < g_{Rt}^{o\emptyset}$  établit que, en présence d'une technologie de séquestration, le sentier optimal d'extraction est moins contraignant qu'en l'absence de cette technologie. En d'autres termes, si, dans les modèles standards avec ressources non-renouvelables, l'extraction optimale est moins rapide quand la pollution est prise en compte, ici, la séquestration du carbone permet de relâcher partiellement la contrainte environnementale. Comme nous le mentionnons plus haut, le sacrifice des premières générations est réduit.

Comme nous le précisons dans la proposition ci-dessus, l'impact de la séquestration du carbone sur le sentier de pollution optimal est moins clair. Considérons tout d'abord les premières générations. Deux effets de sens contraires influent sur le sentier de pollution : un effet-extraction et un effet-séquestration. Puisque l'extraction de la ressource augmente, les émissions de carbone ont également tendance à augmenter ; néanmoins, dans le même temps, l'activité de séquestration réduit la pollution. La question est donc : quel est l'effet dominant ? Ceci dépend des paramètres du modèle qui apparaissent dans le terme entre parenthèses dans l'expression de  $P^o$  (voir annexe 3). En particulier, on peut vérifier que, pour des valeurs élevées de  $\beta + \omega$  l'effet-séquestration tend à l'emporter. Ceci signifie que, lorsque les entreprises et les ménages sont très sensibles à la qualité de l'environnement, la séquestration est intensive et donc la pollution diminue, malgré l'augmentation du flux d'extraction. Dans ce cas, la séquestration réduit le niveau de pollution optimal pour les premières générations. En revanche, si  $\beta + \omega$  est faible, c'est-à-dire, si les entreprises et les ménages sont peu sensibles au stock de carbone accumulé dans l'atmosphère, l'effet-extraction domine l'effet-séquestration : la pollution augmente car l'activité de séquestration est faible. Nous nous trouvons donc dans le cas contre-intuitif où la possibilité de séquestrer le carbone conduit à une augmentation simultanée de l'extraction de la ressource et des émissions de carbone pour les premières générations.

À long-terme, la séquestration du carbone conduit sans ambiguïté à des émissions plus faibles pour les générations futures. En effet, nous avons montré que le flux d'extraction diminue ; dès lors, indépendamment de la sensibilité des agents au stock de carbone et indépendamment des quantités séquestrées, les émissions diminuent.

Étudions maintenant l'effet de la séquestration sur la croissance optimale. Tout d'abord,  $l^{o\emptyset}$  et  $Q^{o\emptyset}$  sont évidemment nuls. Ceci implique  $L_{RDt}^o < L_{RDt}^{o\emptyset}$  : la quantité de travail allouée à la est plus importante dans le cas sans séquestration, puisqu'il n'y a pas de travail dans la séquestration. Il y a donc un premier

effet-recherche, qui est défavorable à la croissance. En outre, l'effet-extraction analysé ci-dessus a également un effet négatif sur la croissance. En d'autres termes, les deux inégalités  $L_{RDt}^o < L_{RDt}^{o\emptyset}$  (et donc  $g_{At}^o < g_{At}^{o\emptyset}$ ) et  $g_{Rt}^o < g_{Rt}^{o\emptyset}$  mènent immédiatement à la suivante :

$$g_{Yt}^o = \nu \delta L_{RDt}^o + (1 - \alpha) g_{Rt}^o - \beta \dot{X}_t^o < g_{Yt}^{o\emptyset} = \nu \delta L_{RDt}^{o\emptyset} + (1 - \alpha) g_{Rt}^{o\emptyset} - \beta \dot{X}_t^{o\emptyset}$$

La séquestration du carbone a donc un effet négatif sur la croissance économique (ici aussi, nous négligeons l'impact éventuel sur  $\dot{X}_t$ ).

En résumé, la technologie de séquestration du carbone permet d'alléger la contrainte environnementale : en présence d'une technologie de séquestration du carbone, les premières générations extraient davantage de ressource et consomment plus à l'optimum. En d'autres termes, leur *sacrifice* est réduit (voir les figures 1 et 3).

### Politique climatique optimale

En comparant les conditions présentées dans les propositions 1 et 4, nous obtenons l'expression générale de la taxe carbone optimale. En utilisant ensuite les spécifications (23)-(26), nous en donnons une expression simple.

**Proposition 7.** *La taxe carbone optimale est :*

$$\tau_t^o = -\frac{1}{U_C} \left[ \int_t^{+\infty} (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho + \theta)(s-t)} ds \right]$$

pour tout  $t$ .

Dans le cas spécifié, elle prend la forme suivante :

$$\tau_t^o = \frac{\beta + \omega}{\rho + \theta} Y_t \text{ pour tout } t.$$

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le niveau de la taxe importe ici, contrairement aux résultats standards de la littérature (voir Sinclair, 1994 ; Grimaud et Rouge, 2005, 2008 ; Groth et Schou, 2007, par exemple). Faisons quelques commentaires sur l'expression générale de cette taxe optimale. Tout d'abord, le terme  $U_C F_X + U_X$  indique bien que les ménages sont affectés par l'émission d'une unité de carbone de deux façons : directement par la baisse de leur utilité (d'où le terme  $U_X$ ), et indirectement par la baisse de la production (d'où le terme  $U_C F_X$ ). D'autre part, comme nous l'avons montré dans les commentaires de la proposition 4, la taxe optimale est le coût social en termes de bien d'une unité de carbone émise dans l'atmosphère.

Dans sa forme spécifiée, la taxe optimale exprimée en termes d'utilité,  $((\beta + \omega)/(\rho + \theta))$ , est constante. En revanche, c'est une fonction croissante du temps quand elle est exprimée en termes de bien. En effet, la croissance économique étant positive, l'utilité marginale de la consommation décroît dans le temps :  $U_c$  diminue et donc  $1/U_c$  augmente. Par ailleurs, notons que cette taxe carbone est une fonction croissante des paramètres  $\beta$  et  $\omega$  qui représentent l'impact négatif de la pollution sur la productivité des entreprises et l'utilité des ménages. Elle est également une fonction décroissante du taux de préférence pour le présent,  $\rho$  : plus on donne de poids aux générations présentes, plus le niveau de la taxe est faible. De même, elle décroît avec le taux de dépréciation du stock de carbone,  $\theta$ .

Lorsque la technologie de séquestration du carbone est disponible, le planificateur social doit donner aux entreprises le bon signal en termes de coût social de la pollution, afin de les inciter à un effort de séquestration optimal. Dans le cas non spécifié, on a  $\tau_i^o = F_L / q_l$  : la taxe carbone optimale est égale à la quantité de bien à laquelle renoncent les entreprises pour séquestrer une unité de carbone supplémentaire. Formellement, dans ce modèle, ceci se fait à travers un transfert de travail entre les secteurs du bien de consommation et de la séquestration.

Nous avons expliqué précédemment pourquoi il est nécessaire de taxer directement le carbone (et non la ressource) pour atteindre l'optimum. Nous pouvons néanmoins relier nos résultats à la littérature standard, c'est-à-dire sans séquestration. Nous montrons ci-dessous que la taxe carbone optimale présentée dans la proposition 7 peut être réinterprétée *ex post* comme une taxe *ad-valorem* décroissante sur la ressource naturelle.

Le prix *total* payé par l'entreprise pour la ressource est :

$$p_R R + \tau^o [\gamma R - (\gamma R)^\eta l^{1-\eta}]$$

En utilisant l'expression de  $l^e$  donnée dans (30) et  $\tau^o = (\beta + \omega) Y / (\rho + \theta)$  (voir proposition 7), ce prix est donné par :

$$p_R R \left[ 1 + \frac{\gamma(\beta + \omega)Y}{(\rho + \theta) p_R} \left( 1 - \left( \frac{(\beta + \omega)\rho(1 - \eta)}{v\delta(\rho + \theta)} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right) \right]$$

Puisque  $g_Y = r - \rho$ , et  $g_{p_R} = r$ , le rapport  $Y / p_R$  décroît au cours du temps. Donc, la formule précédente peut s'écrire  $p_R R(1 + \sigma)$ , où  $\sigma$  peut être interprété comme une taxe *ad valorem* décroissante sur la ressource.

## Conclusion

Nous avons présenté un modèle de croissance endogène (à la Romer) dans lequel un bien de consommation est produit à partir d'un stock de connaissance, de travail et d'une ressource fossile (non-renouvelable et polluante). L'utilisation de cette ressource génère des émissions de CO<sub>2</sub> dont le stock accumulé dans l'atmosphère affecte négativement à la fois l'utilité des ménages et la productivité des entreprises. Le principal objectif de cet article était d'étudier en quoi les résultats précédents de la littérature sont modifiés et étendus lorsque la possibilité de séquestrer une partie du carbone émis lors de la combustion de la ressource est prise en compte dans l'analyse. Ceci implique que, contrairement à ce qui est implicitement admis dans la littérature standard, la pollution est partiellement dissociée de l'extraction de la ressource.

Nous avons caractérisé les trajectoires de l'équilibre dans l'économie décentralisée. Ces trajectoires dépendent notamment de la politique climatique que nous mettons en place. Celle-ci consiste ici en une taxe unitaire sur les émissions de carbone. En effet, dans notre contexte, il n'est pas équivalent de taxer les émissions de carbone et la ressource. Nous avons alors étudié l'impact de cette taxe sur les trajectoires des variables de l'économie.

Nous avons également caractérisé les trajectoires optimales. Nous montrons que la technologie de séquestration du carbone accélère l'utilisation optimale de la ressource et permet donc de relâcher partiellement la contrainte environnementale, ce qui réduit le sacrifice des premières générations. De plus, elle modifie le sentier d'émissions de CO<sub>2</sub> : si celles-ci diminuent sans ambiguïté à long terme, il se peut qu'elles augmentent pour les premières générations, si la sensibilité des ménages et des entreprises au stock de carbone est faible. Enfin, nous montrons que l'utilisation de cette technologie a un impact négatif sur la croissance économique.

Nous avons enfin déterminé la politique climatique optimale. Tout d'abord, nous montrons que le niveau de la taxe importe ici : il correspond en fait au coût social en termes de bien d'une unité de carbone émise dans l'atmosphère. Dès lors, c'est bien lui qui génère les incitations à un effort optimal de séquestration, puisqu'il est aussi égal à la quantité de bien à laquelle renoncent les entreprises pour séquestrer une unité de carbone supplémentaire. Par ailleurs, la taxe carbone optimale croît dans le temps et conduit à retarder l'extraction de la ressource. Enfin, on peut l'interpréter, *ex post*, comme une taxe *ad valorem* décroissante sur la ressource : cette politique climatique diminue le taux de croissance du prix "total" de la ressource (c'est-à-dire le prix de la ressource, taxe-carbone comprise).

On peut envisager plusieurs extensions possibles à ce modèle. En premier lieu, nous pourrions prendre en compte l'effet du progrès technique dans l'activité de séquestration. Par ailleurs, il serait utile de considérer l'existence d'une source d'énergie renouvelable et non polluante (voir sur ce thème, dans un modèle sans séquestration, Grimaud et Rouge, 2008, par exemple). Cela permettrait notamment d'étudier l'impact de la séquestration du carbone sur le rythme auquel les énergies propres se substituent aux ressources fossiles. Nous pouvons penser que la possibilité de séquestrer le carbone va ralentir le recours aux énergies propres. En ce qui concerne la production d'électricité, elle pourrait même relancer l'utilisation de centrales à charbon, au détriment du gaz naturel, donnant ainsi lieu à une renaissance du charbon (Newell *et alii*, 2006) sur les prochaines décennies.

---

## Notes

---

(1) L'hydrogène produit lors de ce processus pourrait ensuite alimenter les besoins énergétiques du secteur des transports à l'aide de piles à combustible.

(2) De nombreux travaux ont étudié les effets d'une réduction de la pollution (*pollution abatement*) dans des modèles avec préférences environnementales et croissance (par exemple, Smulders et Gradus, 1996). En relation avec cette littérature, on peut considérer la technologie de séquestration comme une possibilité importante de réduction de la pollution. Cette question a été abordée dans plusieurs études empiriques sur le changement climatique (par exemple, Gerlagh et van der Zwaan, 2006) mais, à notre connaissance, elle n'a jamais été étudiée dans le cadre de modèles théoriques de croissance endogène.

(3) Ici nous supposons que le régulateur est capable de mesurer les émissions de carbone. Ce n'est pas forcément toujours le cas : bien que les données sur les émissions soient assez fiables dans les pays industrialisés, la collecte de données précises sur les activités industrielles et la déduction des émissions qui en résultent peut s'avérer difficile dans des régions en développement.

(4) Par exemple, nous pouvons penser à un rapport scientifique présentant une théorie nouvelle qui pourra être utilisée à la fois dans la production et dans l'activité de recherche.

(5) De façon équivalente, nous pourrions caractériser la classe des taxes que nous étudions de la façon suivante :

$$\tau_t = \tau_o e^{\int_0^t g_{Y_u} du} \text{ (avec } g_{Y_u} = \dot{Y}_u / Y_u), \text{ où } \tau_o = aY_o.$$

(6) Une condition nécessaire aux résultats présentés dans la proposition 5, est  $l^o < \gamma R^o$ . Dans l'annexe 3, nous faisons une hypothèse sur les paramètres du modèle qui élimine la solution de coin dans laquelle les émissions de carbone sont totalement séquestrées, c'est-à-dire  $l^o = \gamma R^o$ .

(7) Cet état-stationnaire est évidemment identique à celui qu'atteindrait immédiatement une économie dans laquelle les ménages et les entreprises peuvent être sensibles à l'état de l'environnement, mais dans laquelle il n'y a pas d'émissions polluantes.

---

## Bibliographie

---

- Aghion P. et Howitt P. (1998).** *Endogenous Growth Theory*, The MIT Press.
- Barro R. et Sala-i-Martin X. (2003).** *Economic Growth*, The MIT Press.
- Bénassy J.P. (1998).** “Is there Always Too Little Research in Endogenous Growth with Expanding Product Variety?”, *European Economic Review*, vol. 42, pp. 61-69.
- Bretschger L. (2007).** “Energy Prices, Growth, and the Channels in Between: Theory and Evidence”, *Economic Working Paper Series ETH Zurich*, 06/47.
- Gerlagh R. (2006).** “ITC in a Global Growth-Climate Model with CCS: The Value of Induced Technical Change for Climate Stabilization”, *The Energy Journal*, Special Issue on Endogenous Technological Change and the Economics of Atmospheric Stabilization, pp. 223-240.
- Gerlagh R. et van der Zwaan B.C.C. (2006).** “Options and Instruments for a Deep Cut in CO<sub>2</sub> Emissions: Carbon Capture Or Renewables, Taxes or Subsidies?”, *The Energy Journal*, vol. 27, pp. 25-48.
- Grimaud A. et Rouge L. (2003).** “Non-Renewable Resources and Growth with Vertical Innovations: Optimum, Equilibrium and Economic Policies”, *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 45, pp. 433-453.
- Grimaud A. et Rouge L. (2005).** “Polluting Non-Renewable Resources, Innovation and Growth: Welfare and Environmental Policy”, *Resource and Energy Economics*, vol. 27(2), pp. 109-129.
- Grimaud A. et Rouge L. (2008).** “Environment, Directed Technical Change and Economic Policy”, *Environmental and Resource Economics*, vol. 41, pp. 439-463.
- Groth C. et Schou P. (2007).** “Growth and Non-Renewable Resources: the Different Roles of Capital and Resource Taxes”, *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 53(1), pp. 80-98.
- Hart R. (2004).** “Growth, Environment and Innovation - A Model with Production Vintages and Environmentally Oriented Research”, *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 48, pp. 1078-1098.
- Hoffert M. et alii (2002).** “Advanced Technology Paths to Global Climate Stability: Energy for a Greenhouse Planet”, *Science*, vol. 298, pp. 981-87.
- International Energy Agency (IEA) (2006).** *Energy Technology Perspectives*, IEA Publications, Paris.
- Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) (2005).** *Special Report on Carbon dioxide Capture and Storage, Contribution of Working Group III, Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Jones C.I. et Williams J.C. (1998).** “Measuring the Social Returns to R&D”, *Quarterly Journal of Economics*, vol. 113, pp. 1119-1135.
- Kolstad C.D. et Toman M. (2001).** “The Economics of Climate Policy, Resources For the Future”, *Discussion Paper*, #00-40REV.
- Lafforgue G., Magné B. et Moreaux M. (2008).** “Energy Substitutions, Climate Change and Carbon Sinks”, *Ecological Economics*, vol. 67, pp. 589-597.
- Newell R.G., Jaffe A.B. et Stavins R.N. (2006).** “The Effects of Economic and Policy Incentives on Carbon Mitigation Technologies”, *Energy Economics*, vol. 28(5-6), pp. 563-578.
- Popp D. (2004).** “ENTICE: Endogenous Technological Change in the DICE Model of Global Warming”, *Journal of Environmental Economics and Management*, vol. 48, pp. 742-768.
- Ricci F. (2007).** “Channels of Transmission of Environmental Policy to Economic Growth: A Survey of the Theory”, *Ecological Economics*, vol. 60, pp. 688-699.
- Schou P. (2000).** “Polluting Non-Renewable Resources and Growth”, *Environmental and Resource Economics*, vol. 16, pp. 211-227.
- Schou P. (2002).** “When Environmental Policy is Superfluous: Growth and Polluting Resources”, *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 104, pp. 605-620.
- Sinclair P. (1992).** “High Does Nothing and Rising is Worse: Carbon Taxes Should Keep Declining to Cut Harmful Emissions”, *The Manchester School*, vol. 60(1), pp. 41-52.
- Sinclair P. (1994).** “On the Optimum Trend Of Fossil Fuel Taxation”, *Oxford Economic Papers*, vol. 46, pp. 869-877.
- Smulders S. et Gradus R. (1996).** “Pollution Abatement and Long-Term Growth”, *European Journal of Political Economy*, vol. 12(3), pp. 505-32.
- Tahvonen O. (1997).** “Fossil Fuels, Stock Externalities, and Backstop Technology”, *Canadian Journal of Economics*, vol. XXX 4a, pp. 855-874.
- Ulph A. et Ulph D. (1994).** “The Optimal Time Path of a Carbon Tax”, *Oxford Economic Papers*, vol. 46, pp. 857-868.
- Withagen C. (1994).** “Pollution and Exhaustibility of Fossil Fuels”, *Resource and Energy Economics*, vol. 16, pp. 235-242.

**Annexe 1 : caractérisation de l'équilibre décentralisé dans le cas spécifié**

Appliquons les spécifications (23)-(26) présentées dans la troisième partie aux trois conditions caractéristiques de l'équilibre décentralisé (20), (21) et (22) de la proposition 1.

a) Condition (20) :

Puisque  $U_c = 1/C$ , on a  $\dot{U}_c / U_c = -g_c = -g_Y$ . D'autre part,  $F_A h_L / F_L = v\delta L_Y / \alpha$ . On a aussi  $h_A = \delta L_{RD} = g_A$ . Enfin, puisque  $F_L = \alpha Y / L_Y$ , on a  $\dot{F}_L / F_L = g_Y - g_{L_Y}$ , et, puisque  $h_L = \delta A$ , on obtient  $\dot{h}_L / h_L = g_A$ .

En substituant ces résultats dans l'équation de Keynes-Ramsey (20), on obtient l'équation différentielle de Bernoulli  $\dot{L}_Y = -\rho L_Y + (v\delta / \alpha) L_Y^2$ , dont la solution est

$$e^{\rho t} \left[ \frac{1}{L_Y} - \frac{v\delta}{\alpha\rho} \right] + \frac{v\delta}{\alpha\rho}$$

En utilisant la condition de transversalité du calcul du consommateur, on peut montrer que la variable  $L_Y$  saute immédiatement sur sa valeur d'état stationnaire :

$$L_Y^e = \frac{\alpha\rho}{v\delta}$$

b) Condition (21) :

On a  $F_L = \alpha Y / L_Y = v\delta Y / \rho$ , en utilisant le résultat précédent. D'autre part,  $q_l = (1-\eta)Q / l = (1-\eta)(\gamma R / l)^\eta$ . En substituant ces résultats dans l'équation (21), on obtient

$$l = \left[ \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right]^{\eta/\eta} \gamma R, Q = \left[ \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right]^{(1-\eta)/\eta} \gamma R$$

et

$$P = \left[ 1 - \left( \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right] \gamma R.$$

c) Condition (22) :

Nous avons  $F_R = (1-\alpha)Y / R$ , et  $q_{\gamma R} = \eta Q / \gamma R$ . La condition (22) devient

$$(1-\alpha)Y / R - p_R = \tau\gamma \left[ 1 - \eta \left( \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right]$$

Puisque  $\dot{p}_R / p_R = r$ , on a  $p_R = p_{R_0} e^{\int_0^t r_u du}$ . D'autre part, la condition  $\rho - \dot{U}_c / U_c = r$  devient  $\dot{C} / C = r - \rho$ , ce qui donne  $C = C_0 e^{\int_0^t (r_u - \rho) du}$ . En utilisant ces résultats, la condition (22) s'écrit :

$$R = \frac{1-\alpha}{p_{R_0} e^{\rho t} / C_0 + \frac{\tau\gamma}{Y} \left[ 1 - \eta \left( \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right]}$$

où la constante  $p_{R_0} / C_0$  est solution de  $\int_0^\infty R_t dt = S_0$ .

Résumé des résultats :

$$(30) L_Y^e = \frac{\alpha\rho}{v\delta} \quad l_t^e = \left[ \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right]^{\eta/\eta} \gamma R_t^e, \quad L_{RDt}^e = 1 - L_{Yt}^e - l_t^e$$

$$(31) R_t^e = \frac{1-\alpha}{(p_{R_0} / C_0) e^{\rho t} + \frac{\tau\gamma}{Y} \left[ 1 - \eta \left( \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right]}$$

avec  $\int_0^\infty R_t dt = S_0$

$$(32) Q_t^e = \left[ \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right]^{(1-\eta)/\eta} \gamma R_t^e,$$

$$P_t^e = \left[ 1 - \left( \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right] \gamma R_t^e$$

$$(33) g_{A_t}^e = \delta L_{RDt}^e, \quad g_{R_t}^e = g_{l_t}^e = g_{Q_t}^e = g_{P_t}^e = \frac{-\rho}{1 + \frac{\tau\gamma C_0}{p_{R_0} Y} \left[ 1 - \eta \left( \frac{(1-\eta)\rho\tau}{v\delta Y} \right)^{(1-\eta)/\eta} \right]} e^{-\rho t}$$

$$g_{Y_t}^e = v g_{A_t}^e + (1-\alpha) g_{R_t}^e - \beta.$$

**Annexe 2 : analyse de bien-être dans le cas non spécifié**

Le Hamiltonien du programme du planificateur social est :

$$H = U [F(A, 1 - L_{RD} - l, R, X), X] e^{-\rho t} + \mu h(A, L_{RD}) - vR + \zeta [\theta (X_0 - X) + (\gamma R - q(\gamma R, l))]$$

où  $\mu, v$  et  $\zeta$  sont les variables adjointes associées aux trois contraintes. Les conditions du premier ordre  $\partial H / \partial L_{RD} = 0$ ,  $\partial H / \partial l = 0$  et  $\partial H / \partial R = 0$  s'écrivent respectivement :

$$(34) -U_c F_L e^{-\rho t} + \mu h_L = 0$$

$$(35) -U_c F_L e^{-\rho t} - \zeta q_l = 0$$

$$(36) U_c F_R e^{-\rho t} - v + \zeta \gamma (1 - q_{\gamma R}) = 0$$

De plus,  $\partial H / \partial A = -\dot{\mu}$ ,  $\partial H / \partial S = -\dot{v}$  et  $\partial H / \partial X = -\dot{\zeta}$

s'écrivent respectivement :

$$(37) U_c F_A e^{-\rho t} + \mu h_A = -\dot{\mu}$$

$$(38) -\dot{v} = 0$$

$$(39) (U_c F_X + U_X) e^{-\rho t} - \zeta \theta = -\dot{\zeta}$$

a) Condition de Keynes-Ramsey.

En log-différenciant l'équation (34), on obtient  $\dot{U}_c / U_c + \dot{F}_L / F_L - \rho = g_\mu + \dot{h}_L / h_L$ . Par ailleurs, de l'équation (37), on tire  $-g_\mu = U_c F_A e^{-\rho t} / \mu + h_A$  où  $\mu$  est obtenu à partir

de (34). En éliminant  $g_\mu$  on obtient la condition de Keynes-Ramsey (27).

b) Détermination de la variable adjointe  $\zeta_t$ .

En intégrant l'équation différentielle (39), on obtient

$$\zeta_t = e^{\theta t} \left[ \zeta_0 - \int_0^t (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho+\theta)s} ds \right]$$

La condition de transversalité  $\lim_{t \rightarrow \infty} \zeta_t X_t = 0$  conduit à

$$\zeta_0 = \int_0^\infty (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho+\theta)s} ds$$

En substituant ce résultat dans l'équation précédente, on obtient

$$\zeta_t = e^{-\rho t} \int_t^\infty (U_C F_X + U_X) e^{-(\rho+\theta)(s-t)} ds.$$

c) Condition de Hotelling.

En remplaçant  $\zeta_t$  dans (36) par son expression obtenue dans b) ci-dessus, on obtient la condition de Hotelling (29).

d) Séquestration optimale.

De la condition (35), on tire  $\zeta_t = -U_C F_L e^{-\rho t} / q_t$ , ce qui conduit immédiatement à la condition (28).

### Annexe 3 : analyse de bien-être dans le cas spécifié

Nous supposons que  $0 \leq \rho(1-\eta)(\beta+\omega) / [v\delta(\rho+\theta)] \leq 1$  (voir l'expression de  $l^o$  ci-dessous) afin d'éviter une solution de coin dans laquelle les émissions de carbone sont totalement séquestrées, c'est-à-dire  $l^o = \gamma R^o$ . Il n'est donc pas nécessaire d'incorporer une condition de Kuhn et Tucker pour  $l^o \leq \gamma R^o$ .

a) Condition de Keynes-Ramsey.

Cette équation est la même à l'équilibre décentralisé et à l'optimum social. Elle conduit donc à la même équation différentielle de Bernoulli (voir annexe 1), dont la solution est  $L_t^o = \alpha \rho / \delta v$ .

b) Travail dans l'activité de séquestration, carbone séquestré et pollution émise.

En utilisant les spécifications (23)-(26), la condition (28) s'écrit :  $[v\delta / \rho(1-\eta)] (l / \gamma R)^{1/\eta} \eta Y = [(\beta+\omega) / (\rho+\theta)] Y$ , ce qui donne

$$l^o = \left[ \frac{\rho(1-\eta)(\beta+\omega)}{v\delta(\rho+\theta)} \right]^{1/\eta} \gamma R^o$$

On en déduit

$$Q^o = (\gamma R^o)^\eta l^{o(1-\eta)} = \left[ \frac{\rho(1-\eta)(\beta+\omega)}{v\delta(\rho+\theta)} \right]^{(1-\eta)/\eta} \gamma R^o$$

et

$$P^o = \gamma R^o - Q^o = \left[ 1 - \left[ \frac{\rho(1-\eta)(\beta+\omega)}{v\delta(\rho+\theta)} \right]^{(1-\eta)/\eta} \right] \gamma R^o$$

c) Flux d'extraction de la ressource.

Avec les spécifications (23)-(26), l'équation (29) s'écrit :

$$(1-\alpha) / R = v e^{\rho t} + \gamma \left[ 1 - \left[ \frac{\rho(1-\eta)(\beta+\omega)}{v\delta(\rho+\theta)} \right]^{(1-\eta)/\eta} \right] \frac{\beta+\omega}{\rho+\theta}$$

On en déduit le flux d'extraction :

$$R^o = \frac{1-\alpha}{v e^{\rho t} + \frac{\gamma(\beta+\omega)}{\rho+\theta} \left[ 1 - \left[ \frac{\rho(1-\eta)(\beta+\omega)}{v\delta(\rho+\theta)} \right]^{(1-\eta)/\eta} \right]}$$

où  $v$  est solution de  $\int_0^\infty R_t^o dt = S_0$ .

Les taux de croissance sont :

$$(40) \quad g_A^o = \delta L_{RD}^o, \quad g_R^o = g_l^o = g_Q^o = g_P^o \\ = \frac{-\rho}{1 + \frac{\gamma(\beta+\omega)}{v(\rho+\theta)} \left[ 1 - \left[ \frac{\rho(1-\eta)(\beta+\omega)}{v\delta(\rho+\theta)} \right]^{(1-\eta)/\eta} \right]} e^{-\rho t} \\ g_Y^o = v g_A^o + (1-\alpha) g_R^o - \beta \dot{X}$$

### Annexe 4 : analyse de bien-être sans séquestration

S'il n'existe pas de technologie de séquestration du carbone, la maximisation du bien-être conduit aux résultats suivants (nous rappelons ici que nous notons  $X_t^{o\varnothing}$  le niveau optimal de toute variable dans ce cas de figure) :

$$L_Y^{o\varnothing} = \alpha \rho / \delta v,$$

$$L_A^{o\varnothing} = 1 - (\alpha \rho / \delta v),$$

$$R_t^{o\varnothing} = \frac{1-\alpha}{\varphi_0^\varnothing e^{\rho t} + B^\varnothing}$$

$$g_R^{o\varnothing} = \frac{-\rho}{1 + B^\varnothing / \varphi_0^\varnothing e^{\rho t}}$$

$$g_A^{o\varnothing} = \delta L_A^{o\varnothing},$$

$$g_Y^{o\varnothing} = v \delta L_A^{o\varnothing} + (1-\alpha) g_R^{o\varnothing} - \beta \dot{X}_t^{o\varnothing},$$

où

$$\varphi_0^\varnothing = \frac{B^\varnothing}{e^{(B^\varnothing \rho S_0 / (1-\alpha))} - 1}$$

et

$$B^\varnothing = \gamma(\beta+\omega) / (\rho+\theta)$$





Cet article est disponible en ligne à l'adresse :

[http://www.cairn.info/article.php?ID\\_REVUE=REDP&ID\\_NUMPUBLIE=REDP\\_186&ID\\_ARTICLE=REDP\\_186\\_0915](http://www.cairn.info/article.php?ID_REVUE=REDP&ID_NUMPUBLIE=REDP_186&ID_ARTICLE=REDP_186_0915)

---

## Climate change mitigation policies : Are R&D subsidies preferable to a carbon tax ?

par André GRIMAUD et Gilles LAFFORGUE

| Dalloz | *Revue d'économie politique*

**2008/6 - Volume 118**

ISSN 0373-2630 | pages 915 à 940

---

Pour citer cet article :

– Grimaud A. et Lafforgue G., Climate change mitigation policies : Are R&D subsidies preferable to a carbon tax ?, *Revue d'économie politique* 2008/6, Volume 118, p. 915-940.

---

Distribution électronique Cairn pour Dalloz.

© Dalloz. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

# Climate change mitigation policies: Are R&D subsidies preferable to a carbon tax?\*

André Grimaud<sup>a</sup>  
Gilles Lafforgue<sup>b†</sup>

We consider a general equilibrium climate change model with two endogenous R&D sectors. First, we characterize the set of decentralized equilibria: to each vector of public tools – a carbon tax and a subsidy to each R&D sector – is associated a particular equilibrium. Second, we compute the optimal tools. Third, we perform various second-best analysis by imposing some constraints on one or several policy. The main results of the paper are the following: i) both a carbon tax and a green research subsidy contribute to the climate change mitigation; ii) R&D subsidies have a large impact on the consumption, and then on the social welfare, as compared with the carbon tax used alone; iii) those subsidies allow to spare the earlier generations who are, on the other hand, penalized by a carbon tax.

*Climate change - second-best policies - energy-directed technical change - carbon tax - research subsidies*

Classification JEL: H23, O32, Q43, Q54, Q55.

## *Les politiques de lutte contre le changement climatique : les subventions à la R&D sont-elles préférables à la taxe carbone ?*

*Nous développons un modèle de croissance endogène en équilibre général présentant deux secteurs de R&D, et dans lequel nous introduisons du changement climatique. En premier lieu, nous caractérisons l'ensemble des équilibres en économie décentralisée : à chaque vecteur d'outils – une taxe carbone et des subventions à la recherche – est associé un équilibre particulier. En second lieu, nous calculons les trajectoires de ces instruments qui permettent d'implémenter l'optimum de 1<sup>er</sup> rang. Enfin, nous menons un certain nombre d'analyses de 2<sup>nd</sup> rang en imposant des contraintes sur un ou plusieurs outils politiques. Les principaux résultats sont les suivants : i) une taxe carbone et une subvention à la R&D « verte » contribuent toutes deux à la lutte contre le réchauffement climatique ; ii) les subventions à la R&D ont, relativement à la taxe*

\* We are very grateful to Bertrand Magné for his collaboration on former related works. We also thank two anonymous referees for their very helpful comments and suggestions. The usual disclaimer applies.

<sup>a</sup> Toulouse School of Economics (IDEI and LERNA) and Toulouse Business School

<sup>b</sup> Toulouse School of Economics (INRA-LERNA)

<sup>†</sup> Corresponding author. LERNA, 21 allée de Brienne, 31000 Toulouse – France. E-mail address: glafforg@toulouse.inra.fr.

*carbone, un large impact sur la consommation et donc sur le bien-être social ; iii) ces mêmes subventions permettent d'épargner les premières générations qui, à l'inverse, sont fortement pénalisées par une politique environnementale.*

**changement climatique - politiques de second rang - énergie - changement technique dirigé - taxe carbone - subventions à la recherche**

## 1. Introduction

The basic approach to examine interactions between energy, climate and economic growth is called the « top-down » approach. The objective is to analyze the impact of several technological options or policies, such as CO<sub>2</sub> taxation or quotas, by providing a theoretically consistent description of the general economic system.<sup>1</sup> A large number of top-down models have been already developed : DICE (Nordhaus [2008]), ENTICE-BR (Popp [2006a, 2006b]), MIND (Edenhofer et al. [2005, 2006]), DEMETER (Gerlagh and van Der Zwaan [2006], WITCH (Bosetti et al., [2006])... Nevertheless, whatever are their degree of sophistication, those models exclusively focus on the first-best optimum by determining the temporal trajectories which maximize the social welfare subject to a set of technological and climatic constraints. Sometimes, additional constraints are added, as in Popp [2006a] where the results of a simulated optimal carbon tax without research subsidy are presented. However, to our knowledge, the basic problem of a policy-maker facing the agent behaviors in a decentralized economy is generally neither formalized nor analyzed.

In the real world, it can be impossible to reach the first-best optimum for many reasons. Some of them are standard in the literature, as the existence of ex-ante distortionary taxes in the system (Sandmo [1975]), or the restriction to linear taxes. For instance, Cremer et al. [2001] study how second-best considerations change the level of the optimal tax on a polluting good, but in a static model. In this paper, we assume that budgetary, socio-economic or political constraints, without no more specification, can obstruct the enforcement of the first-best policies. As an illustration, consider a policy-maker who is restricted on the number and/or the level of policy tools among the vector of all the instruments he can spare. This case occurs if, for instance, the environmental tax and/or some research subsidies are set below their first-best levels. The policy-maker can thus only play with the remaining unconstrained tools in order to maximize the social welfare. The basic point is that the structure of the decentralized economy becomes an additional constraint for him and then, he can only reach a second-best optimum.

---

1. The alternative approach, called « bottom-up », has almost the same objective, but it puts the emphasis on a detailed technologically based treatment of the energy system. For that, reason, bottom-up models capture technology in the engineering sense, as pointed out by Kahouli-Brahmi [2008].

Before conducting a second-best analysis, it is thus necessary to characterize the set of equilibria : to each vector of economic policy tools, one associates a particular equilibrium. Hence, if some of these tools are constrained, the policy-maker determines the other(s) in order to maximize the welfare in the remaining sub-set of equilibria.

The general equilibrium approach makes feasible any second-best analysis, but it also has several other advantages. First, it allows to analyze the dissociated impacts of various policy tools on the time pace of prices and quantities. For instance, one can study the consequences of a change in the carbon tax, the other tools being given. Second, it allows to understand the role of prices as channels by which policy tools act on the economy. Third, it permits to avoid the inaccuracies inherent in any partial equilibrium analysis, as for instance the ones implied by the use of the standard cost-benefit approach when the policy (or project) choices lead to more than marginal perturbations (see Dietz et al. [2008], for the special case of climate change mitigation policies).

The objective of this paper is to propose a methodological framework to perform second-best analysis in an endogenous growth/climate change model. More precisely, we study of the set of equilibria in the decentralized economy. The main difficulty of this approach lies in the way the research activity is modeled, in particular the type of innovation goods which are developed, as well as their pricing. In the standard endogenous growth theory (Aghion and Howitt [1998] ; Romer [1990]...), the production of an innovation is associated with a particular intermediate good. However, embodying knowledge into intermediate goods usually becomes inextricable in more general computable endogenous growth models with pollution and/or natural resources. In addition, those technical difficulties are emphasized when several research sectors are under consideration, *i.e.* when there exists several types of specific knowledge, each of them being dedicated to a particular input (resource, labor, capital, backstop...), as it is proposed in Acemoglu [2002]. To circumvent those obstacles, we assume that the pieces of knowledge are directly priced (see for instance Grimaud and Rouge [2008]). We compute the social and the market values of an innovation and we suppose that the policy-maker can reduce the gap between these two values owing to dedicated R&D subsidies.

We develop a model, based on Popp [2006a], in which energy services are provided by a bundle of two primary energies : a polluting non-renewable resource, e.g. fossil fuels, and a carbon-free substitute called backstop (solar, wind...)<sup>2</sup>. We introduce two R&D sectors. The first one improves the efficiency of energy production, the second one, the efficiency of the backstop. Then, we have to consider two types of market failures : the pollution from the fossil resource use and the research spillovers in each R&D sector. In the decentralized equilibrium, we thus introduce two kinds of economic policy instruments in accordance : an environmental tax on the carbon emissions

2. The use of the term « backstop » in this case is due to Popp [2006a], but it is a slight abuse of language since the two kinds of resource can be used simultaneously. A more standard definition refers to a technological breakthrough that drives the traditional fossil energy obsolete and that replaces this former by a clean renewable source.

and a research subsidy for the energy and backstop sectors. As a result, there exists a continuum of equilibria, each one being associated to a particular vector of instruments. Clearly, when the public instruments are optimally set, the equilibrium of the decentralized economy coincides with the first best optimum.

We obtain numerical results that highlight the role of the research grants, in particular the backstop ones. The model shows that the best way to mitigate climate change is to implement a policy that combine both a carbon tax and a green research subsidy. However, the carbon tax penalizes the consumption and then, the welfare of earlier generations, whereas the research subsidy allows to spare them.

The article is organized as follows. In section 2, we sketch the model and present the decentralized economy. We also solve the equilibrium. In section 3, we characterize the first-best optimal solutions and we compute the optimal policy tools that implement it. In section 4, we analyze a selection of second-best cases and we illustrate numerically our main results. We conclude in section 5.

## 2. The decentralized economy

The model is mainly based on the DICE-07 and the ENTICE-BR models (Nordhaus [2008] and Popp [2006a], respectively). We consider a worldwide decentralized economy containing four production sectors: final output, energy services and two primary energy inputs, namely a fossil fuel and a carbon-free backstop (cf. figure 1). The fossil fuel (e.g. refining industry in the case of oil) is obtained from a non-renewable resource whose combustion yields carbon emissions. Those emissions accumulate into the atmosphere and bring about an increase of the mean atmospheric temperature. Retrospectively, global warming imposes some penalties on society. As in Nordhaus [2007 and 2008], we assume here that these penalties take the form of a damage function affecting the level of final output, instead of the consumer's utility. The production of final energy services and backstop requires specific knowledges provided by two specific R&D sectors. We assume that all sectors, except R&D sectors, are perfectly competitive. Population, *i.e.* labor supply, grows exogenously. Finally, in order to correct the two types of distortions involved by the model (pollution and research spillovers in each R&D sector), we introduce two types of policy tools: an environmental tax on the fossil fuel use and a subsidy for each R&D sector. The model is calibrated to fit the world 2005 data (details of calibration are provided in appendix). A detailed analysis, sector by sector, is developed in the following subsection.

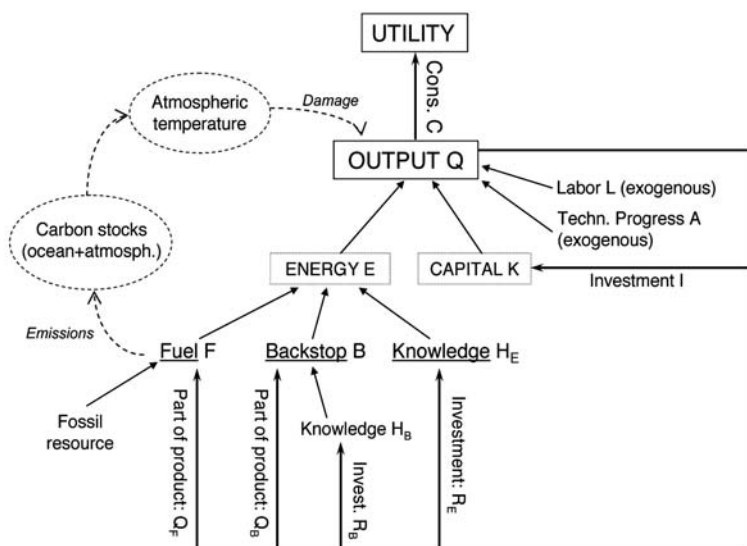


Figure 1. Description of the model

## 2.1. Behavior of agents

### 2.1.1. The final good sector

Production is represented by the same modified production function than in Nordhaus (2008). We assume that global warming affects the economy through the final output such that, when the average temperature increase is  $T_t$ , the instantaneous penalty rate is  $D(T_t) = 1/(1 + \alpha_T T_t^{\eta_T})$ ,  $\alpha_T, \eta_T > 0$ . At each time  $t$ , the production of final output is  $D(T_t)Q_t$ , where  $Q_t$  is given by the following constant-return-to-scale Cobb-Douglas production function :

$$Q_t = Q(K_t, E_t, L_t, A_t) = A_t K_t^\gamma E_t^\beta L_t^{1-\gamma-\beta}, \beta, \gamma \in (0, 1) \quad [1]$$

in which  $K_t$ ,  $E_t$ ,  $L_t$  and  $A_t$  denote the stock of capital, the flow of energy services, the labor force and the total productivity of factors (*i.e.* a Hicks-neutral technological change), respectively. We assume that  $L_t$  and  $A_t$  are

exogenously given :  $L_t \equiv L_0 e^{\int_0^t g_{L,s} ds}$  and  $A_t \equiv A_0 e^{\int_0^t g_{A,s} ds}$ , where the growth rates  $g_{L,t}$  and  $g_{A,t}$  are defined by the following exponential declining form :  $g_{j,t} = g_{j,0} e^{-d_j t}$ ,  $d_j > 0$ ,  $\forall j = \{A, L\}$ .<sup>3</sup>

3. As in Nordhaus [2008], the TFP growth is exogenous in order to circumvent the large source of uncertainty on its projection. It is assumed to slow gradually over the next three

Denoting respectively by  $p_{E,t}$ ,  $w_t$ ,  $r_t$  and  $\delta$  the price of energy services, the real wage, the interest rate and the depreciation rate of capital, and normalizing the output price to one, the instantaneous profit of the final output producer writes<sup>4</sup>:  $\Pi_t^Q = D(T_t)Q_t - p_{E,t}E_t - w_tL_t - (r_t + \delta)K_t$ . At each time  $t$ , the program of the final output producer consists in choosing  $K_t$ ,  $E_t$  and  $L_t$  that maximizes  $\Pi_t^Q$ , subject to (1). The first order conditions are :

$$D(T_t)Q_K - (r_t + \delta) = 0 \tag{2}$$

$$D(T_t)Q_E - p_{E,t} = 0 \tag{3}$$

$$D(T_t)Q_L - w_t = 0 \tag{4}$$

where  $J_x$  stands for the partial derivative of function  $J(.)$  with respect to  $X$ .

### 2.1.2. The final energy sector

We use the energy production function introduced by Popp [2006a and 2006b]. At each time  $t$ , the production of a flow of energy services  $E_t$  depends both on a bundle of imperfect substitute primary energies and on technical change :

$$E_t = E(F_t, B_t, H_{E,t}) = [ (F_t^{\rho_B} + B_t^{\rho_B})^{\frac{\rho_H}{\rho_B}} + \alpha_H H_{E,t}^{\rho_H} ]^{\frac{1}{\rho_H}}, \quad \alpha_H, \rho_H, \rho_B \in (0, 1) \tag{5}$$

where  $F_t$  is the fossil fuel input,  $B_t$  is a carbon-free energy source, namely the « backstop », and  $H_{E,t}$  represents a stock of specific technological knowledge dedicated to energy efficiency. Denoting by  $p_{F,t}$  and  $p_{B,t}$  the prices of fossil fuel and backstop and by  $\tau_t$  the carbon tax, assumed here to be additive, the energy producer must chooses  $F_t$  and  $B_t$  at each time  $t$  that maximizes  $\Pi_t^E = p_{E,t}E_t - (p_{F,t} + \tau_t)F_t - p_{B,t}B_t$ , subject to (5). Note that, because of the carbon tax, the fuel price paid by the firm, *i.e.*  $p_{F,t} + \tau_t$ , is larger than the selling price  $p_{E,t}$ , *i.e.* the price which is received by the resource-holder. The first order conditions write :

$$p_{E,t}E_F - p_{F,t} - \tau_t = 0 \tag{6}$$

$$p_{E,t}E_B - p_{B,t} = 0 \tag{7}$$

### 2.1.3. The fossil fuel sector

The fossil fuel « production/extraction » function is derived from the Popp's extraction cost function (Popp [2006a]). We assume that it depends

---

centuries until eventually stopping. The same trajectory shape also applies for the labor force, *i.e.* the population. Long-term projections of the United Nations predict a declining growth rate so that total population approaches a limit of 8.6 billion.

4. We assume here that the representative household holds the capital and rents it to firms at the rental price  $p_{K,t}$ . Standard arbitrage conditions imply  $p_{K,t} = r_t + \delta$ .

on a stock of carbon-based non-renewable resource and on specific productive investment (Grimaud et al. [2007]) :

$$F_t = F(Q_{F,t}, Z_t) = \frac{Q_{F,t}}{c_F + \alpha_F (Z_t/\bar{Z})^{\eta_F}}, \quad c_F, \alpha_F, \eta_F > 0 \quad [8]$$

where  $Q_{F,t}$  is the amount of final product devoted to the production/ extraction of fossil fuel and  $Z_t, Z_t \equiv \int_0^t F_s ds$ , is the cumulative extraction of the exhaustible resource from the initial date up to  $t$ , with  $\bar{Z} : Z_t \leq \bar{Z}, \forall t \geq 0$ . Then, the fuel supply is constrained by the resource scarcity. The instantaneous profit of the fuel producer is :  $\Pi_t^F = p_{F,t} F_t - Q_{F,t}$  and its program consists in choosing  $\{Q_{F,t}\}_0^\infty$  that maximizes  $\int_0^\infty \Pi_t^F e^{-\int_0^t r_s ds} dt$ , subject to  $Z_t = \int_0^t F_s ds$  and (8). Denoting by  $\eta_t$  the multiplier associated with the state equation, static and dynamic first order conditions are :

$$(p_{F,t} F_{Q_F} - 1) e^{-\int_0^t r_s ds} + \eta_t F_{Q_F} = 0 \quad [9]$$

$$p_{F,t} F_Z e^{-\int_0^t r_s ds} + \eta_t F_Z = -\dot{\eta}_t \quad [10]$$

together with the transversality condition  $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_t Z_t = 0$ . Integrating (10) and using (9), it comes :

$$p_{F,t} = \frac{1}{F_{Q_F}} - \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{Q_F}} e^{-\int_t^s r_x dx} ds \quad [11]$$

which reads as a specific version of the standard Hotelling rule in the case of an extraction technology given by function (8).

### 2.1.4. The backstop sector

Similarly to the fossil fuel technology, the backstop production function is also based on the corresponding cost function used by Popp [2006a]. This technology requires some specific investment and knowledge :

$$B_t = B(Q_{B,t}, H_{B,t}) = \alpha_B Q_{B,t} H_{B,t}^{\eta_B}, \quad \alpha_B, \eta_B > 0 \quad [12]$$

where  $Q_{B,t}$  is the amount of final product that is devoted to the backstop production sector and  $H_{B,t}$  is the stock of knowledge pertaining to the backstop. At each time  $t$ , the backstop producer maximizes its profit



$\Pi_t^B = [p_{B,t} - Q_{B,t}]$ , subject to (12), which implies the following first order condition :

$$p_{B,t} B_{Q_B} - 1 = 0 \tag{13}$$

### 2.1.5. The R&D sectors

There are two stocks of knowledge,  $H_E$  and  $H_B$ , each associated with a specific R&D sector (*i.e.* the energy and the backstop ones). We consider that each innovation is a non-rival, indivisible and infinitely durable piece of knowledge (for instance, a scientific report, a data base, a software algorithm...) which is simultaneously used by the sector which produces the good  $i$  and the R&D sector  $i$ ,  $i = \{B, E\}$ .

Here, an innovation is not directly embodied into tangible intermediate goods and thus, it cannot be financed by the sale of these goods. However, in order to fully describe the equilibrium, we need to find a way to assess the price received by the inventor for each piece of knowledge. We proceed as follows : i) In each research sector, we determine the *social* value of an innovation. Since an innovation is a public good, this social value is the sum of marginal profitabilities of this innovation in all sectors which use it. If the inventor was able to extract the willingness to pay of each user, he would receive this social value and the first best optimum would be implemented. ii) In reality, there are some distortions that constrain the inventor to extract only a part of this social value<sup>5</sup>. This implies that the *market* value (without subsidy) is lower than the social one. iii) The research sectors are eventually subsidized in order to reduce the gap between the social and the market values of innovations.

Let us apply this three-steps procedure to the R&D sector  $i$ ,  $i = \{B, E\}$ . Each innovation produced by this sector is used by the R&D sector  $i$  itself as well as by the production technology of good  $i$ . Thus, at each date  $t$ , the instantaneous social value of this innovation is  $\bar{v}_{H_i,t} = \bar{v}_{H_i,t}^i + \bar{v}_{H_i,t}^{H_i}$  where  $\bar{v}_{H_i,t}^i$  and  $\bar{v}_{H_i,t}^{H_i}$  are the marginal profitabilities of this innovation in the production and R&D sectors  $i$ , respectively. The social value of this innovation at  $t$  is  $\bar{V}_{H_i,t} = \int_t^\infty \bar{v}_{H_i,s} e^{-\int_t^s r_x dx} ds$ . We assume that, without any public intervention, only a share  $\gamma_i$  of the social value is paid to the innovator, with  $0 < \gamma_i < 1$ . However, the government can decide to grant this R&D sector by applying a non-negative subsidy rate  $\sigma_{i,t}$ . Note that if  $\sigma_{i,t} = 1 - \gamma_i$ , the market value matches the social one. The instantaneous market value (including subsidy) is :

5. For instance, Jones and Williams [1998] estimate that actual investment in research are at least four times below what would be socially optimal ; on this point, see also Popp [2006a].

$$v_{H_i,t} = (\gamma_i + \sigma_{i,t}) \bar{v}_{H_i,t} \tag{14}$$

and the market value at date t is :

$$V_{H_i,t} = \int_t^{\infty} v_{H_i,s} e^{-\int_t^s r_x dx} ds \tag{15}$$

Note that differentiating (15) with respect to time leads to the usual arbitrage relation :

$$r_t = \frac{\dot{V}_{H_i,t}}{V_{H_i,t}} + \frac{v_{H_i,t}}{V_{H_i,t}}, \forall i = \{B, E\} \tag{16}$$

which reads as the equality between the rate of return on the financial market and the rate of return on the R&D sector i.

We can now analyze the behaviors of the R&D sectors. The dynamics of the stock of knowledge in sector i is governed by the following innovation function  $H^i(\cdot)$  (cf. Popp [2006a]) :

$$\dot{H}_{i,t} = H^i(R_{i,t}, H_{i,t}) = a_i R_{i,t}^{b_i} H_{i,t}^{\phi_i} \tag{17}$$

where  $a_i > 0$ , and  $b_i, \phi_i \in [0, 1]$ ,  $\forall i = \{B, E\}$ .  $R_{i,t}$  is the R&D investment into sector i, i.e. the amount of final output that is devoted to R&D sector i. At each time t, each sector i,  $i = \{B, E\}$ , supplies the flow of innovations  $\dot{H}_{i,t}$  at price  $V_{H_i,t}$  and demands some specific investment  $R_{i,t}$  at price 1, so that the profit function to be maximized is  $\Pi_t^H = V_{H_i,t} H^i(R_{i,t}, H_{i,t}) - R_{i,t}$ . The first order condition implies :

$$\frac{\partial \Pi_t^H}{\partial R_{i,t}} = 0 \Rightarrow V_{H_i,t} = \frac{1}{H_{R_i}^i} \tag{18}$$

The marginal profitability for specific knowledge of R&D sector i is :

$$\bar{v}_{H_i,t}^H = \frac{\partial \Pi_t^H}{\partial H_{i,t}} = V_{H_i,t} H_{H_i}^i = \frac{H_{H_i}^i}{H_{R_i}^i} \tag{19}$$

Finally, in order to determine the social and the market values of an innovation in all research sectors, we need to know the marginal profitabilities of innovations in the backstop and the energy production sectors. From the expressions of  $\Pi_t^B$  and  $\Pi_t^E$ , those values are given respectively by  $\bar{v}_{H_B,t}^B = \partial \Pi_t^B / \partial H_{B,t} = B_{H_B} / B_{Q_B}$  and  $\bar{v}_{H_E,t}^E = \partial \Pi_t^E / \partial H_{E,t} = E_{H_E} / E_B B_{Q_B}$ . Therefore, the instantaneous market values (including subsidies) of innovations are :

$$v_{H_B,t} = (\gamma_B + \sigma_{B,t}) \left( \frac{B_{H_B}}{B_{Q_B}} + \frac{H_{H_B}^B}{H_{R_B}^B} \right) \quad [20]$$

$$v_{H_E,t} = (\gamma_E + \sigma_{E,t}) \left( \frac{E_{H_E}}{E_B B_{Q_B}} + \frac{H_{H_E}^E}{H_{R_E}^E} \right) \quad [21]$$

### 2.1.6. The household and the government

We use the same CES utility function  $U(\cdot)$  than Nordhaus [2008]. The social welfare function is thus defined as :

$$W = \int_0^\infty U(C_t) e^{-\rho t} dt = \int_0^\infty L_t \frac{(C_t/L_t)^{1-\epsilon}}{(1-\epsilon)} e^{-\rho t} dt \quad [22]$$

where  $C_t$  is the aggregate consumption,  $\rho, \rho > 0$ , is the (constant) social rate of time preferences and  $\epsilon, \epsilon > 0$ , is the elasticity of marginal utility. The households maximize  $W$  subject to the following budget constraint :

$$I_t + C_t + T_t^a = (r_t + \delta)K_t + w_t L_t + \Pi_t \quad [23]$$

where  $I_t$  is the instantaneous investment in capital defined by  $I_t = \dot{K}_t + \delta K_t$ ,  $\Pi_t$  is the total profits gained in the economy and  $T_t^a$  is a lump-sum tax (subsidy-free) that allows to balance the budget constraint of the government. This maximization leads to the following condition :

$$\rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} = r_t \Rightarrow U'(C_t) = U'(C_0) e^{\rho t} - \int_0^t r_s ds \quad [24]$$

Assuming that the government's budget constraint holds at each time  $t$  (*i.e.* sum of the various taxes equal R&D subsidies), then it writes :

$$T_t^a + \tau_t F_t = \sum_i \frac{\sigma_i}{(\gamma_i + \sigma_i)} v_{H_i,t} \dot{H}_{i,t}, \quad i = \{B, E\} \quad [25]$$

Finally, remark that expanding  $\Pi_t = \Pi_t^Q + \Pi_t^E + \Pi_t^B + \Pi_t^F + \Pi_t^{H_B} + \Pi_t^{H_E}$  into (23) and replacing  $T_t^a$  by its value coming from (25), we obtain :

$$D(T_t)Q_t = C_t + Q_{F,t} + Q_{B,t} + I_t + R_{E,t} + R_{B,t} \quad [26]$$

thus verifying that the final output is devoted to the aggregated consumption, the fossil fuel production, the backstop production, the investment in capital, and in the two R&D sectors.

## 2.2. The environment

Pollution is generated by fossil fuel burning. Let  $\xi, \xi > 0$ , be the unitary carbon content of fossil fuel,  $G_0$  the stock of carbon in the atmosphere at the beginning of the planning period,  $G_t$  the stock at time  $t$  and  $\zeta, \zeta > 0$ , the natural rate of decay. As in the DICE-07 model (Nordhaus [2008]), the atmospheric carbon concentration does not directly enter the damage function. In fact, the increase in carbon concentration drives the global mean temperature away from a given state – here the 1900 level – and the difference between this state and the present global mean temperature is taken as an index of climate change. Let  $T_t$  denote this difference. Then, the climatic dynamic system is captured by the following two state equations :

$$\dot{G}_t = \xi F_t - \zeta G_t \tag{27}$$

$$\dot{T}_t = \Phi(G_t) - mT_t = \alpha_G \log G_t - mT_t, \quad \alpha_G, m > 0 \tag{28}$$

Function  $\Phi(\cdot)$ , which links the atmospheric carbon concentration to the dynamics of temperature, is in fact the reduced form of a more complex function that takes into account the inertia of the climate dynamics (*i.e.* the radiative forcing, see Nordhaus [2008])<sup>6</sup>.

## 2.3. Characterization of the decentralized equilibrium

From the previous analysis of individual behaviors, we can now characterize the set of equilibria, which is done by the following proposition :

**Proposition 1** *For a given triplet of policies  $\{\sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}, \tau_t\}_{t=0}^\infty$ , the equilibrium conditions can be summed up as follows :*

$$\left[ D(T_t)Q_E E_F - \tau_t - \frac{1}{F_{Q_F}} \right] U'(C_t)e^{-\rho t} + \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{Q_F}} U'(C_s)e^{-\rho s} ds = 0 \tag{29}$$

$$D(T_t)Q_E E_B B_{Q_B} = 1 \tag{30}$$

$$D(T_t)Q_K - \delta = \rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} \tag{31}$$

6. In the analytical treatment of the model, we assume, for the sake of clarity, that the carbon cycle through atmosphere and oceans as well as the dynamic interactions between atmospheric and oceanic temperatures, are captured by the reduced form (27) and (28). Goulder and Mathai [2000], or Kriegler and Bruckner [2004], have recourse to such simplified dynamics. From the DICE-99 model, the formers estimate parameters  $\xi$  and  $\zeta$  that take into account the inertia of the climatic system. They state that only 64 % of current emissions actually contribute to the augmentation of atmospheric CO<sub>2</sub> and that the portion of current CO<sub>2</sub> concentration in excess is removed naturally at a rate of 0.8 % per year. However, in the numerical simulations, we adopt the full characterization of the climate dynamics from the 2007 version of DICE (Nordhaus [2008]).

$$-\frac{\dot{H}_{R_B}^B}{H_{R_B}^B} + (\gamma_B + \sigma_{B,t}) \left( \frac{B_{H_B} H_{R_B}^B}{B_{Q_B}} + H_{H_B}^B \right) = \rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} \tag{32}$$

$$-\frac{\dot{H}_{R_E}^E}{H_{R_E}^E} + (\gamma_E + \sigma_{E,t}) \left( \frac{E_{H_E} H_{R_E}^E}{E_B B_{Q_B}} + H_{H_E}^E \right) = \rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} \tag{33}$$

**Proof.** See Appendix A1.

A particular equilibrium is associated with a given triplet of policies  $\{\tau_t, \sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}\}_{t=0}^\infty$  and the set of equations given by Proposition 1 allows to compute the quantities for this equilibrium. The corresponding prices  $r_t^*, w_t^*, p_{E,t}^*, p_{F,t}^*, p_{B,t}^*$  and  $V_{H,t}^*$  are given by (2), (4), (3), (11), (13) and (18), respectively. If the triplet of policy tools is optimally chosen, this set of equations characterizes the first-best optimum, together with the system of prices that implement it. Note that we will get the same kind of conditions than the ones of Proposition 1 to characterize the first-best optimum (cf. Proposition 2 below), so that we defer their interpretations to the next section.

### 3. Implementation of the first-best optimum

The social planner problem consists in choosing  $\{C_t, Q_{B,t}, Q_{F,t}, R_{B,t}, R_{E,t}\}_{t=0}^\infty$  that maximizes  $W$ , as defined by (22), subject to the output allocation constraint (26), the technological constraints (1), (5), (8) and (12), the environmental constraints (27) and (28), and, finally, the stock accumulation constraints (17), (23) and  $\dot{Z}_t = F$ . After eliminating the co-state variables, the first order conditions reduce to the five characteristic conditions of Proposition 2 below, which hold at each time  $t$  (we drop time subscripts for notational convenience).

**Proposition 2** *At each time  $t$ , the optimal solution is characterized by the following five conditions :*

$$\begin{aligned} & \left[ D(T_t)Q_E E_F - \frac{1}{F_{Q_F}} \right] U'(C_t) e^{-\rho t} + \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{Q_F}} U'(C_s) e^{-\rho s} ds \\ & + \xi \int_t^\infty \left[ \int_s^\infty D'(T_x)Q_x U'(C_x) e^{-\rho x - m(x-s)} dx \right] \Phi'(G_s) e^{-\zeta(s-t)} ds = 0 \tag{34} \end{aligned}$$

$$D(T_t)Q_E E_B B_{Q_B} = 1 \tag{35}$$

$$D(T_t)Q_K - \delta = \rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} \tag{36}$$

$$H_{H_B}^B + \frac{H_{R_B}^B B_{H_B}}{B_{Q_B}} - \frac{\dot{H}_{R_B}^B}{H_{R_B}^B} = \rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} \tag{37}$$

$$H_{H_E}^E + \frac{H_{R_E}^E E_{H_E}}{E_B B_{Q_B}} - \frac{\dot{H}_{R_E}^E}{H_{R_E}^E} = \rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} \tag{38}$$

**Proof.** See Appendix A2.

Equation (34) reads as a particular version of the Hotelling rule in this model, which takes into account the carbon accumulation in the atmosphere, the dynamics of temperatures and their effects on the output. Equation (35) tells that the marginal productivity of specific input  $Q_{B,t}$  equals its marginal cost. The three last equations are Keynes-Ramsey conditions. Equation (36) characterizes the optimal intertemporal trade-off between capital  $K_t$  and consumption  $C_t$ , as in standard growth models. Equation (37) (resp. (38)) characterizes the same kind of optimal trade-off between specific investment into backstop R&D sector,  $R_{B,t}$  (resp. energy R&D sector,  $R_{E,t}$ ) and consumption.

Recall that for a given set of public policies, a particular equilibrium is characterized by conditions (29)-(33) of Proposition 1. This equilibrium will be said to be optimal if it satisfies the optimum characterizing conditions (34)-(38) of Proposition 2. By analogy between these two sets of conditions, we can show that there exists a single triplet  $\{\sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}, \tau_t\}_{t=0}^\infty$  that implements the optimum.

First, by comparing conditions (29) and (34), the optimal pollution tax can be identified as :

$$\tau_t^o = - \frac{\xi}{U'(C_t)} \int_t^\infty \left[ \int_s^\infty D'(T_x) Q_x U'(C_x) e^{-(\rho+m)(x-s)} dx \right] \Phi'(G_s) e^{-(\rho+\zeta)(s-t)} ds \tag{39}$$

Next, the correspondence between the equilibrium characterizing condition (32) (resp. (33)) and the optimum characterizing condition (37) (resp. (38)) is achieved if and only if  $\sigma_{i,t}$  is equal to  $1 - \gamma_i$ ,  $i = \{B, E\}$ , i.e. if both sectors are fully subsidized. The remaining conditions of the two sets are equivalent. These findings are summarized in Proposition 3 below.

**Proposition 3** *The equilibrium defined in Proposition 1 is optimal if and only if the triplet of policies  $\{\sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}, \tau_t\}_{t=0}^\infty$  is such that  $\sigma_{B,t} = 1 - \gamma_B \equiv \sigma_{B,t}^o$ ,  $\sigma_{E,t} = 1 - \gamma_E \equiv \sigma_{E,t}^o$  and  $\tau_t = \tau_t^o$ , for all  $t \geq 0$ .*

The optimal tax (39) requires some comments. Formally, this expression corresponds to the ratio between the marginal social cost of climate change – the marginal damage in terms of utility coming from the consumption of an additional unit of fossil resource – and the marginal utility of consumption. In other words, it is the environmental cost of one unit of fossil resource in terms of final good : at date  $t$ , the increase by one unit of fossil fuel

consumption, and then of carbon emissions, increases the stock of carbon in the atmosphere  $G_t$  by an equivalent amount and rises the current temperature level by  $\Phi'(G_t)$ . Since the environmental externality is captured here by a stock, and not a flow, this temperature change involves a unitary damage equal to  $\int_t^\infty D'(T_s)Q_s U'(C_s)e^{-(\rho+m)(s-t)} ds$ , *i.e.* to the sum of the flow of marginal damages as measured in terms of utility, discounted at rate  $(\rho+m)$  in order to take into account the climatic inertia. The full marginal damage in terms of utility is obtained by multiplying this unitary damage by the effective change in temperature and by integrating this expression over time, with a discount rate equal to  $(\rho+\zeta)$  to take into account the natural regeneration process of the atmosphere. Finally, in order to get a positive tax expressed in monetary value, we multiply the previous expression by  $-1/U'(C)$ , which yields expression (39).

Lastly, a worthwhile remark concerns the dynamic pace of such an optimal tax. By computing its growth rate, we can show that it is not necessary monotonous :

$$\frac{\dot{\tau}_t^o}{\tau_t^o} = \left( \zeta + \rho - \frac{\dot{U}'}{U'} \right) - \frac{\Phi'(G_s) \int_t^\infty D'(T)QU'(C)e^{-(\rho+m)(s-t)} ds}{\int_t^\infty \left[ \int_t^\infty D'(T)QU'(C)e^{-(\rho+m)(x-s)} dx \right] \Phi'(G)e^{-(\rho+\zeta)(s-t)} ds} \quad [40]$$

The first term into brackets is strictly positive and works as the effective discount rate that takes into account the natural decarbonization rate of the atmosphere (*i.e.* the real interest rate  $r_t = \rho - \dot{U}'/U'$  augmented by  $\zeta$ ). By concavity of the utility function, this term decreases over time as the economy, and thus the consumption, grows. The second term is the share of the instantaneous marginal damage in the cumulated marginal damage, which is positive and smaller than 1. Hence,  $\dot{\tau}_t^o/\tau_t^o$  can be either positive or negative. Moreover, in the case where the second term increases over time as atmospheric carbon emissions accumulate, we can get, as shown in our numerical developments, a trajectory which is first increasing and next, declining.

## 4. Second-best policies

### 4.1. Methodology

The characteristic conditions of Proposition 1 yield the intertemporal equilibrium profiles of quantities  $\{C_t^c, T_t^c, F_t^c, \dots\}_0^\infty$  and prices  $\{p_{F,t}^c, p_{B,t}^c, \dots\}_0^\infty$  asso-

ciated with any profile of policy tools  $\{\tau_t, \sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}\}_0^\infty$  belonging to the definition set  $\Omega$ . For each equilibrium solution, one can compute the associated welfare value as a function of those public tools :  $W(\{\tau_t, \sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}\}_0^\infty)$ . When  $W$  is maximized simultaneously with respect to the three tools, one gets the first-best optimum as described by Proposition 3 :  $\{\tau_t^o, \sigma_B^o, \sigma_E^o\}_0^\infty = \text{argmax } W(\{\tau_t, \sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}\}_0^\infty)$ .

Assume now that the social planner faces some constraints on her choices. For instance, she cannot subsidize research, or she cannot implement the first-best carbon tax. In this case, she only uses the remaining unconstrained tool(s) to maximize the social welfare in the remaining sub-set of equilibria. Formally, if we denote by  $\Theta \subseteq \Omega$  this subset of constraints, then the second-best optimal policies are such that :  $\{\tau_t^{sb}, \sigma_{B,t}^{sb}, \sigma_{E,t}^{sb}\}_0^\infty = \text{argmax } W(\{\tau_t, \sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}\}_0^\infty)$  subject to  $\{\tau_t, \sigma_{B,t}, \sigma_{E,t}\}_0^\infty \in \Theta$ . Among the infinity of possible second-best problems, we focus on the particular cases described in Table 1.

**Table 1. Summary of the various cases**

Case	$\tau_t$	$\sigma_E$	$\sigma_B$	Comment
<i>FB</i>	$\tau_t^o$	$\sigma_E^o$	$\sigma_B^o$	First-best optimum
<i>LF</i>	0	0	0	Laisser-faire
<i>SB1</i>	$\tau_t^{sb1}$	0	0	Second-best, no R&D subs.
<i>SB2</i>	$\tau_t^{sb2}$	$\sigma_E^o$	0	Second-best, no green R&D subs.
<i>SB3</i>	$\tau_t^{sb3}$	0	$\sigma_B^o$	Second-best, no energy R&D subs.
<i>SB4</i>	0	$\sigma_E^{sb}$	$\sigma_B^{sb}$	Second-best, no carbon tax

In table 1, polar cases « FB » and « LF » refer to the first-best and the laissez-faire, respectively. All the other cases are second-best analysis. « SB1 » is the case where neither energy nor backstop R&D can be subsidized and it gives the associated second-best carbon tax  $\tau_t^{sb1}$ . « SB2 » (resp. « SB3 ») is the case where the green (resp. energy) research cannot be granted, the other subsidy been set at its first-best optimal level ; the associated second-best tax is denoted by  $\tau_t^{sb2}$  (resp.  $\tau_t^{sb3}$ ). Finally, « SB4 » is the case where the fossil resource is not taxed at all.

## 4.2. Main results

### 4.2.1. Second-best instruments

The first and second-best carbon taxes are depicted in Figure 2(a). We can observe that when the social planner is not able to grant research at all, she must impose a higher carbon tax than the first-best one :  $\tau_t^o < \tau_t^{sb1}$ . In order to



identify the relevant research sector to explain this result, we must look at « SB2 » and « SB3 ». It appears that only green R&D matters. Then, under a strict welfare-maximization point of view, an insufficient  $\sigma_B$  can be partially balanced by a higher carbon tax, but not an insufficient  $\sigma_E$ . To sum up, one gets :

$$\tau^{lf} = \tau^{sb4} = 0 < \tau_t^o \approx \tau_t^{sb3} < \tau_t^{sb2}, \forall t \geq 0$$

In scenario SB4 (when the carbon tax is nil at each point of time), for computational convenience, we impose the two additional constraints that the subsidy rates are equal and constant over time.<sup>7</sup> Under these assumptions, we find the following associated second-best R&D subsidies :

$$\sigma_i^{sb} = 1.04 \times \sigma_i^o, i = \{B, E\}$$

#### 4.2.2. Policy effects on energy/climate

The ranking of the various taxes given in the previous subsection is transferred to the fossil fuel market prices, *i.e.* the selling prices including tax, as shown in Figure 2(b) :

$$P_{F,t}^{lf} \approx P_{F,t}^{sb4} < P_{F,t}^o \approx P_{F,t}^{sb3} < P_{F,t}^{sb1} \approx P_{F,t}^{sb2}, \forall t \geq 0$$

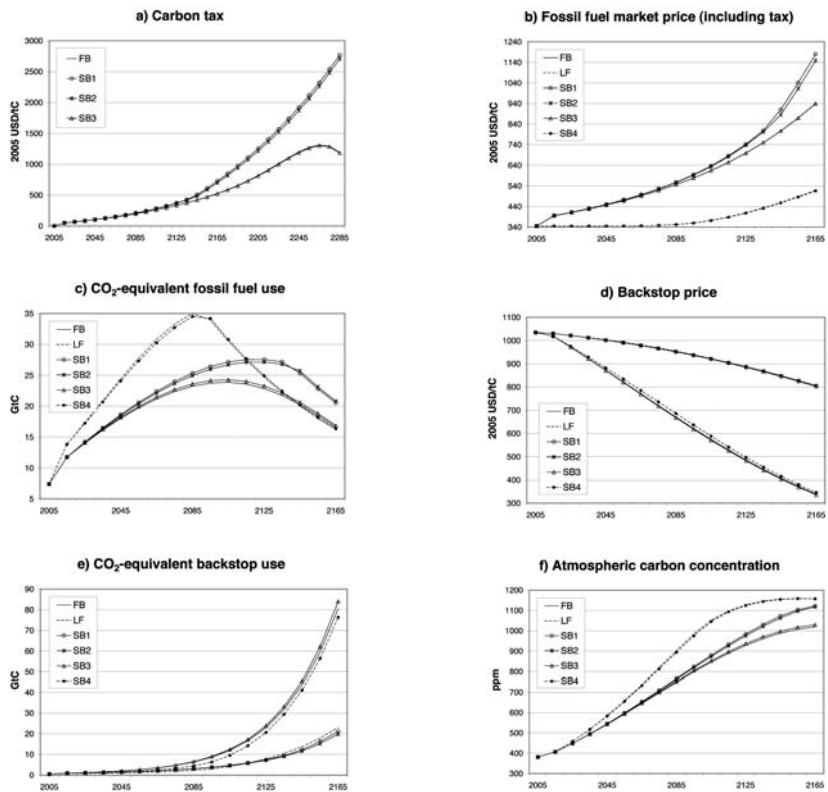
If R&D subsidies would remain unchanged, this ranking of taxes and fossil prices would lead to a corresponding inverted ranking of the extraction trajectories. However, those subsidies are set to different levels in scenarios SB1 to SB4. That explains why, as shown in Figure 2(c), the expected ranking is not observed. Indeed, we have (at least until the end of this century) :

$$F_t^{lf} \approx F_t^{sb4} > F_t^{sb1} \approx F_t^{sb2} > F_t^o \approx F_t^{sb3}, \forall t \geq 0$$

The first inequality is the expected one : an increase in  $\tau$  causes  $F$  to decrease. However, as compared to « FB », the carbon tax increases in « SB1 » and « SB2 », but the fossil fuel extraction flow also increases. This is due to the decrease in  $\sigma_B$  when moving from FB to SB1 or SB2. As a result, the effect of the green research subsidy overrides the carbon tax one in that case. To go more into details, as long as the carbon is not taxed, R&D subsidies do not have any effect on fossil fuel use (LF versus SB4). When the tax becomes positive,  $F$  is reduced only if  $\sigma_B$  is increased (from SB1 and SB3,  $\tau$  decreases,  $\sigma_E$  remains nil,  $\sigma_B$  rises, but  $F$  diminishes). Conversely, an increase in  $\sigma_E$  has not any impact on  $F$  (SB1 versus SB2).

From Figures 2(d) and 2(e), we observe that the carbon tax has a very weak effect on the backstop price and production, and on the green R&D (not shown). The basic relevant policy tool on these markets is the specific subsidy  $\sigma_B$  : an increase in  $\sigma_B$  reduces  $p_B$  and increases  $B$ .

7. For a discussion about dynamic R&D subsidies, see Gerlagh *et al.* [2008].



**Figure 2. Results on resources and pollution**

To sum up, both a carbon tax and a green research subsidy contribute to the climate change mitigation, as illustrated in Figure 2(f).<sup>8</sup> The carbon tax has a direct effect on climate through its impact on the market price of the fossil fuel, but it has not indirect effect on the backstop sector. The green R&D subsidy rate has a direct effect on the backstop sector and thus an indirect effect on the fossil fuel use, because of substitutions between these two primary energy sources.

#### 4.2.3. Effects on the output

Figure 3 focuses on more general macroeconomic effects of the various scenarios. Figure 3(a) depicts the variations of the climatic damage, as measured in percentage of the final output, formally  $100 * (1 - D)/D$ . Unsur-

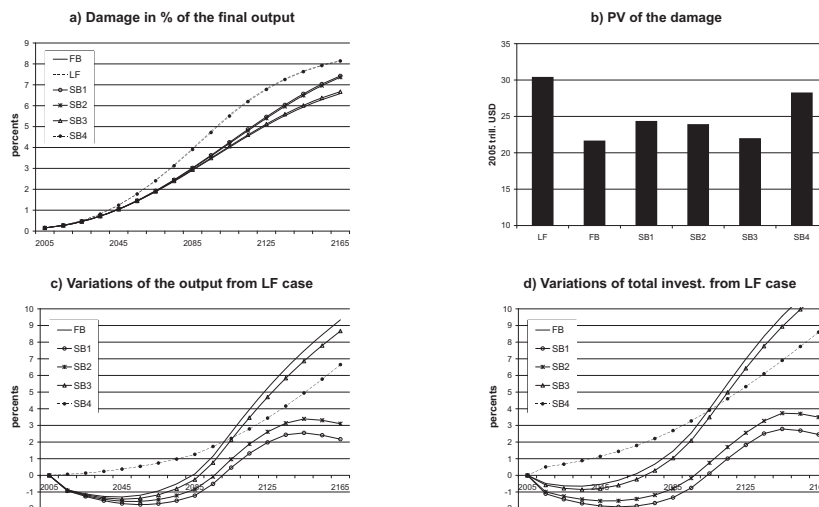
<sup>8</sup> The variations of temperatures follow the same time pace than the atmospheric carbon concentration (not shown here).

prisingly, the results directly follow the variations of carbon accumulation – and thus of temperatures – analyzed above. Figure 3(b) represents the present value of this damage, *i.e.* the discounted sum of the instantaneous climate change costs, as expressed in USD, with a discount rate equal to the interest rate. We obtain the following ranking :

$$PV^{LF} > PV^{SB4} > PV^{SB1} \approx PV^{SB2} > PV^{SB3} \approx PV^{FB}$$

Then, as already mentioned in the previous subsection, both a carbon tax and a green R&D subsidy are required to minimize the cost of global warming in terms of output (we will talk about the question of social costs later).

In Figure 3(c), we analyze the losses and gains in GWP (*i.e.* in final output), implied by the various public interventions, as compared with the *laisser-faire* case. First, whenever a positive carbon tax is levied, we can observe a loss for the earlier generations. Second, the larger the carbon tax is, the stronger this loss. Third, one can attenuate the output losses caused by the carbon tax and reach earlier the date at which gains will occur again, by increasing simultaneously the green research subsidy. Finally, the intergenerational effort can be smoothed if the planner uses less the tax and more the subsidy. However, in this case, the long run GWP gain reveals to be less important than the one implied by the use of the carbon tax alone.



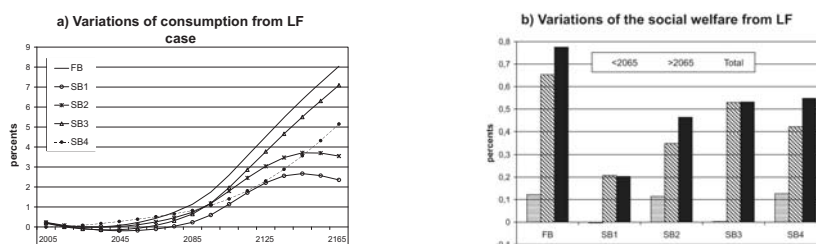
**Figure 3. Impacts on damage and GWP**

#### 4.2.4. Effects on the welfare

We first examine how consumption reacts when the policy tools vary. Figure 4(a) works like figure 3(c) and gives the deviation in percents from the LF trajectory. We can remark some differences between these two graphs,

which are due to the impact of the carbon tax and the research subsidies on the various investments (in capital, in primary energy production and in R&D). As shown in figure 3(d), the general impacts of the environmental and research policies on the total investment (*i.e.*  $I + R_E + R_B + Q_F + Q_B$ ) are symmetric to the ones observed on the final output. Moreover, they exhibit approximatively the same order of magnitude. Without going into detail, an increase in  $\tau$  diminishes the total investment, essentially by increasing  $Q_F$ ; simultaneously, an increase in  $\sigma_B$  stimulates the total investment through its effect on  $R_B$  and  $Q_B$  whereas the effects of  $\sigma_E$  reveal negligible. As a result, the depressive effect on the final output observed (essentially in the short run) in the scenarios within a carbon tax is levied, is partially attenuated on the consumption by a decrease in the total investments.

Last, Figure 4(b) gives some insights on the relative impacts of both the carbon tax and the R&D subsidies on the social welfare (*i.e.* the present value of the flows of instantaneous utility). In order to discuss about inter-generational equity, we distinguish the welfare variation from the LF case for the « present » generations (*i.e.* until 2065) and the future ones (after 2065). The main results are the following : i) an increase in  $\tau$  leads to an increase in the total welfare, with a slight shortening for the earlier generations and a raise for the future ones (cf. « SB1 ») ; ii) without any ambiguity, an increase in  $\sigma_E$  enhances the welfare for all generations (cf. « SB1 » vs « SB2 ») ; iii) an increase in  $\sigma_B$  essentially augments the welfare of future generations (cf. « SB1 » vs « SB3 »). Finally, the gap between « FB » and « SB1 » (resp. « SB4 ») measures the welfare loss caused by an absence of research subsidy in any R&D sector (resp. by a zero carbon tax). In a second-best world, a carbon tax used alone leads to a higher social cost (with respect to the first-best) than a research policy alone. This result is due to the fact that, in the last case (a zero carbon tax), the impact of the research subsidies on the environmental is weak and it is overridden by the direct impact on the output (and its growth). This analyze illustrates that the objective of any policy (output, welfare, consumption, environment, ...) must be carefully defined. In the limit case where the objective turns on the climate, the basic public tool is the carbon tax ; but it could lead to a welfare loss for early generations. On the contrary, by mainly focusing on the social welfare and the intergenerational equity, the question of the climate may be underestimated.



**Figure 4.** Impacts on consumption and welfare

## 5. Conclusion

We have conducted various second-best analysis in a general equilibrium climate change model with endogenous and dedicated R&D. To do that, we have characterized the set of equilibria in the decentralized economy, and we have imposed some institutional constraints on the policy tool(s) : i) the impossibility to implement the first-best carbon tax ; ii) the impossibility to subsidize one or two R&D sectors. In each case, we have computed the second-best level of the remaining unconstrained tool(s). The second-best results have been compared with, on the upper side, the first-best trajectories and, on the lower side, the *laisser-faire* ones. Those comparisons have allowed to appreciate the effects of each policy tool on the trajectories of the main following variables : fossil fuel extraction and price, backstop use and price, atmospheric carbon concentration, instantaneous damage, final output. We have also illustrated the assessment of each tool in terms of social welfare gain with respect to the *laisser-faire* benchmark case.

The main results have highlighted the role of the research grants, in particular the backstop ones. The model shows that the best way to mitigate climate change is to implement a policy that combine both a carbon tax and a green research subsidy. However, the carbon tax penalizes the consumption and then, the welfare of earlier generations, whereas the research subsidy allows to spare them.

## References

- ACEMOGLU D. [2002], Directed technical change. *Review of Economic Studies* 69(4), 781-809.
- AGHION P., HOWITT P. [1998], *Endogenous growth theory*. Cambridge, MA: MIT Press.
- BOSETTI V., CARRARO C., GRALEOTTI M. [2006], The dynamics of carbon and energy intensity in a model of endogenous technical change. *The Energy Journal*, Special issue, 191-206.
- CREMER H., GAHVARI F., LADOUX N. [2001], Second-best pollution taxes and the structure of preferences. *Southern Economic Journal*, 68(2), 258-280.
- DIETZ S., HEPBURN C., HOPE C. [2008], Discounting and climate change: a non-marginal policy choice. Mimeo, London School of Economics.
- EDENHOFER O., BAUER N., KRIEGLER E. [2005], The impact of technological change on climate protection and welfare: Insights from the model MIND. *Ecological Economics* 54, 277-292.
- EDENHOFER O., LESSMAN K., BAUER N. [2006], Mitigation strategies and costs of climate protection: The effects of ETC in the hybrid model MIND. *The Energy Journal*, Special issue, 207-222.

- GERLAGH R., LISE W. [2005], Carbon taxes: A drop in the ocean, or a drop that erodes the stone? The effect of carbon taxes on technological change. *Ecological Economics* 54, 241-260.
- GERLAGH R., VAN DER ZWAAN, B.C.C. [2006], Options and instruments for a deep cut in CO<sub>2</sub> emissions: Carbon capture or renewables, taxes or subsidies? *The Energy Journal* 27, 25-48.
- GERLAGH R., KVERNDOKK S., ROSENDAHL K.E. [2008], Linking environmental and innovation policy. Working paper.
- GOULDER L.H., MATHAI K. [2000], Optimal CO<sub>2</sub> abatement in the presence of induced technological change. *Journal of Environmental Economics and Management* 39, 1-38.
- GRIMAUD A., LAFFORGUE G., MAGNE B. [2007], Decentralized equilibrium analysis in a growth model with directed technical progress and climate change mitigation, mimeo LERNA, Toulouse School of Economics.
- GRIMAUD A., ROUGE L. [2008], Environment, directed technical change and economic policy. *Environmental and Resource Economics* 4(1), 439-463.
- IEA, [2007] Key World Energy Statistics 2007. Available at: <http://www.iea.org/Textbase/stats/index.asp>.
- JONES C.I., WILLIAMS J.C. [1998], Measuring the social return to R&D. *The Quarterly Journal of Economics* 113(4), 119-1135.
- JONES C.I., WILLIAMS J.C. [2000], Too much of a good thing? The economics of investment in R&D. *Journal of Economic Growth* 5(1), 65-85.
- KAHOULI-BRAHMI S. [2008], Technological learning in energy-environment-economy modelling: A survey. *Energy Policy* 36, 138-162.
- KRIEGLER E., BRUCKNER T. [2004], Sensitivity analysis of emissions corridors for the 21<sup>st</sup> century. *Climatic change* 66, 345-387.
- NORDHAUS W.D. [2006], After Kyoto: Alternative mechanisms to control global warming. *American Economic Review* 96(2), 31-4.
- NORDHAUS W.D. [2007], A Review of the Stern Review on the Economics of Global Warming. *Journal of Economic Literature* 45(3), 686-702.
- NORDHAUS W.D. [2008], A question of balance: Weighting the options on global warming policies. Yale University Press.
- POPP D. [2006a], ENTICE-BR: The effects of backstop technology R&D on climate policy models. *Energy Economics* 28, 188-222.
- POPP D. [2006b], Comparison of climate policies in the ENTICE-BR model. *The Energy Journal*, Special issue, 163-174.
- POPP D. [2006c], R&D subsidies and climate policy: Is there a "free lunch"? *Climatic Change* 77, 311-341.
- ROMER P.M. [1990], Endogenous technical change. *Journal of Political Economy* 98(5), 71-102.
- SANDMO A. [1975], Optimal taxation in the presence of externalities. *Swedish journal of Economics*, 77, 86-98.
- STERN N. [2006], The economics of climate change. *The Stern Review*. Cambridge University Press.

## Appendix

### A1. Proof of Proposition 1

The first characterizing condition (29) is obtained by replacing  $\eta$  into (9) by its value  $\eta_0 - \int_0^t \left[ F_Z / F_{Q_F} \exp \left( - \int_0^s r du \right) \right] ds$  and by noting that  $p_F = p_E E_F - \tau$  from (6), where  $p_E = D(T)Q_E$  from (3) and  $\exp \left( - \int_0^t r ds \right) = U'(C) \exp(-\rho t)$  from (24). Combining (3), (7) and (13) leads to condition (30). Next, using (2) and (24), we directly get condition (31). Finally, the differentiation of (18) with respect to time leads to:

$$\frac{\dot{V}_{H_i}}{V_{H_i}} = - \frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i}, \quad i = \{B, E\}$$

Substituting this expression into (16) and using (14), (18) and (19), it comes:

$$r = - \frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i} + (\sigma_i + \gamma_i) H_{R_i}^i \left( \bar{v}_{H_i}^i + \frac{H_{H_i}^i}{H_{R_i}^i} \right), \quad \forall i = \{B, E, S\}$$

We obtain the two last characterizing equilibrium conditions (32) and (33) by replacing into this last equation  $\bar{v}_{H_B}^B$  and  $\bar{v}_{H_E}^E$  by their expressions.

### A2. Proof of Proposition 2

Let  $H$  be the discounted value of the Hamiltonian of the optimal program:

$$\begin{aligned} H = & U(C) e^{-\rho t} + \lambda D(T) Q \{ K, E | F(Q_F, Z), B(Q_B, H_B), H_E \} \\ & - \lambda \left( C + Q_F + Q_B + \delta K + \sum_i R_i \right) + \sum_i v_i H^i(R_i, H_i) \\ & + \mu_G [\xi F(Q_F, Z) - \zeta G] + \mu_T [\Phi(G) - mT] + \eta F(Q_F, Z) \end{aligned}$$

The associated first order conditions are:

$$\frac{\partial H}{\partial C} = U'(C)e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad [41]$$

$$\frac{\partial H}{\partial Q_F} = \lambda [D(T)Q_E E_F F_{Q_F} - 1] + \zeta \mu_G F_{Q_F} + \eta F_{Q_F} = 0 \quad [42]$$

$$\frac{\partial H}{\partial Q_B} = \lambda [D(T)Q_E E_B B_{Q_B} - 1] = 0 \quad [43]$$

$$\frac{\partial H}{\partial R_i} = -\lambda + v_i H_{R_i}^i = 0, \quad i = \{B, E\} \quad [44]$$

$$\frac{\partial H}{\partial K} = \lambda [D(T)Q_K - \delta] = -\dot{\lambda} \quad [45]$$

$$\frac{\partial H}{\partial H_B} = \lambda D(T)Q_E E_B B_{H_B} + v_B H_{H_B}^B = -\dot{v}_B \quad [46]$$

$$\frac{\partial H}{\partial H_E} = \lambda D(T)Q_E E_{H_E} + v_E H_{H_E}^E = -\dot{v}_E \quad [47]$$

$$\frac{\partial H}{\partial G} = -\zeta \mu_G + \mu_T \Phi'(G) = -\dot{\mu}_G \quad [48]$$

$$\frac{\partial H}{\partial T} = \lambda D'(T)Q - m\mu_T = -\dot{\mu}_T \quad [49]$$

$$\frac{\partial H}{\partial Z} = \lambda D(T)Q_E E_F F_Z + \zeta \mu_G F_Z + \eta F_Z = -\dot{\eta} \quad [50]$$

The transversality conditions are:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda K = 0 \quad [51]$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_i H_i = 0, \quad i = \{B, E\} \quad [52]$$



$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_G G = 0 \tag{53}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mu_T T = 0 \tag{54}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \eta Z = 0 \tag{55}$$

First, from (41), (42) and (50), we can write the following differential equation:

$$\dot{\eta} = - \frac{F_Z}{F_{Q_F}} U'(C) e^{-\rho t}$$

Integrating this expression and using transversality condition (55), we obtain:

$$\eta = \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{Q_F}} U'(C) e^{-\rho s} ds \tag{56}$$

From (41) and (49), we have:

$$\dot{\mu}_T = m\mu_T - D'(T)QU'(C)e^{-\rho t}$$

Using (54), the solution of such a differential equation can be computed as:

$$\mu_T = \int_t^\infty D'(T)QU'(C)e^{-[m(s-t) + \rho s]} ds \tag{57}$$

Equations (48) and (53) imply:

$$\mu_G = \int_t^\infty \mu_T \Phi'(G) e^{-\zeta(s-t)} ds \tag{58}$$

Replacing into (42)  $\lambda$ ,  $\eta$ ,  $\mu_T$  and  $\mu_G$  by their expressions coming from (41), (56), (57) and (58), respectively, gives us the equation (34) of Proposition 1.

Second, equation (36) directly comes from condition (43). Next, log-differentiating (41) and (44) with respect to time yields:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\dot{U}(C)}{U(C)} - \rho \tag{59}$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\dot{v}_i}{v_i} + \frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i} \tag{60}$$

Combining (59) and (45) yields condition (36). Condition (37) comes from (44), (46), (59) and (60), and from (43) by using  $D(T)Q_E E_B = 1/B_{Q_B}$ . Similarly, conditions (38) is obtained from the equations (44), (47), (59) and (60).

### A3. Calibration of the model

Here we provide some informations on the basic calibration of key model parameters. The model begins in 2005, and it is solved in 10-years increments for 350 years. As described in Table 2, we use the calibrations of the DICE-07 model for the 2005 structural data, the output production function, the damage function and the utility form. A complete description of the DICE-07 dynamic climatic system of equations and the associated parametrization is provided in Nordhaus (2008), chapters 2 and 3. Calibration of the energy and R&D sectors comes from the ENTICE-BR model and is detailed in Popp [2006a] and 2006b].

According to IEA [2007], world carbon emissions in 2005, the reference year, amounted to 17.136 MtCO<sub>2</sub>. We retain 7.401 GtCeq as the initial fossil fuel consumption, given in gigatons of carbon equivalent. In addition, carbon-free energy produced out of renewable energy represented 6.8% of total primary energy supply. We thus retain another 0.504 GtCeq as the initial amount of backstop energy use. The 2005 market prices of crude oil, coal and natural gas amounted to 55 USD per barrel, 65 USD per ton and 7 USD per MBtu, respectively. Converting these values, first in USD per gigajoules and next in USD per gigatons by applying the appropriated carbon content rate, and weighting them by the relative share of each fossil fuel in the total primary fossil energy consumption (*i.e.* 43.2% of oil, 31.25% of coal and 25.55% of gas according to IEA, 2007), we obtain 345 USD/GtCeq as fossil fuel price index.

Finally, the elasticity of substitution for the backstop in the energy production function is chosen so that it is consistent with the program of the energy sector ( $p_F/p_B = E_F/E_B$ ). Initial values of TFP and productive investments into fossil fuel and backstop are calibrated to fit the 2005 data.

$$\rho_B = \frac{\log c_F + \log \alpha_B}{\log F_0 - \log B_0} + 1$$

$$Q_{B,0} = \frac{B_0}{\alpha_B H_{B,0}^{\rho_B}}$$

$$Q_{F,0} = c_F F_0$$

$$A_0 = D(T_0)Q_0 K_0^{-\gamma} E_0^{-\beta} L_0^{-(1-\gamma-\beta)}$$

**Table 2. Calibration of parameters**

Source	Param.	Value	Description
<b>Nordhaus [2008]:</b>	$Q_0$	61.1	2005 world gross output (trill. USD)
	$L_0$	6514	2005 world population millions
	$K_0$	137	Initial capital stock
	$\gamma$	0.3	Capital elasticity in output production
	$\beta$	0.07029	Energy elasticity in output production
	$\delta$	0.1	Depreciation rate of capital per year
	$\alpha_T$	0.0028388	Scaling param. of the damage function
	$\eta_T$	2	Parameter of the damage function
	$\epsilon$	2	Elasticity of intertemporal substitution
	$\rho$	0.015	Time preference rate
	$\bar{Z}$	5500	Max extractive fossil fuels (GtC)
	$1/\alpha_B$	1035	2005 backstop price (USD/GtC)
	$g_{A,t}$		TFP growth trend
$g_{L,t}$		World population growth trend	
<b>Popp [2006a]:</b>	$\rho_E$	0.38	Elasticity of subs, for energy
	$\alpha_H$	0.336	Scaling param. of $H_E$ on energy
	$\alpha_F$	700	Scaling param. on fossil fuel cost
	$\eta_F$	4	Exponent in fossil fuel production
	$\eta_B$	1	Exponent in backstop production
	$a_B$	0.0122	Scaling param. in backstop innovation
	$a_E$	0.0264	Scaling param. in energy innovation
	$b_B$	0.3	Rate of return of backstop R&D
	$b_E$	0.2	Rate of return of energy R&D
	$\Phi_i$	0.54	Elasticity of knowledge in innovation
	$H_{B,0}$	1	Initial value of backstop TC
	$H_{E,0}$	0.0001	Initial value of energy TC
	$R_{B,0}$	0.001	Initial level of backstop R&D (trill. USD)
	$R_{E,0}$	0.01	Initial level of energy R&D (trill. USD)
<b>Computed from IEA [2007]:</b>	$F_0$	7.401	2005 fossil fuel use in GtC
	$c_F$	345	2005 fossil fuel price in USD/GtC
	$B_0$	0.504	2005 backstop use in GtC
<b>Calibrated:</b>	$\rho_B$		Elasticity of substitution for backstop in energy
	$A_0$		2005 level of TFP
	$Q_{B,0}$		2005 investment in backstop production
	$Q_{F,0}$		2005 investment in fossil fuel production

# Climate change mitigation options and directed technical change: A decentralized equilibrium analysis

André Grimaud<sup>a</sup>, Gilles Lafforgue<sup>b\*</sup> and Bertrand Magné<sup>c</sup>

<sup>a</sup> *Toulouse School of Economics (IDEI and LERNA) and Toulouse Business School, France*

<sup>b</sup> *Toulouse School of Economics (INRA-LERNA), France*

<sup>c</sup> *International Energy Agency, Paris, France*

November 20, 2009

## Abstract

The paper considers a climate change growth model with three R&D sectors dedicated to energy, backstop and CCS (Carbon Capture and Storage) efficiency. First, we characterize the set of decentralized equilibria: A particular equilibrium is associated to each vector of public tools which includes a carbon tax and a subsidy to each R&D sector. Moreover, we show that it is possible to compute any equilibrium as the solution of a maximization program. Second, we solve the first-best optimum problem and we implement it by computing the vector of optimal tools. Finally, we illustrate the theoretical model using some calibrated functional specifications. In particular, we investigate the effects of various combinations of public policies (including the optimal ones) by determining the deviation of each corresponding equilibrium from the "laissez-faire" benchmark.

**JEL classification:** H23, O32, Q43, Q54, Q55.

**Keywords:** Climate change, energy, CCS, directed technical change, carbon tax, R&D subsidies.

---

\*Corresponding author. LERNA, 21 allée de Brienne, 31000 Toulouse, France. E-mail address: glafforg@toulouse.inra.fr. E-mail addresses of other authors: grimaud@cict.fr and bertrand.magne@iea.org. We are grateful to the CESifo for its sponsorship.

# 1 Introduction

There exists a large strand of literature on economic growth, climate change and technological improvements (see for instance Bosetti et al., 2006 and 2009; Edenhofer et al., 2005 and 2006; Gerlagh 2006; Gerlagh and Van Der Zwaan 2006; Nordhaus, 2008; Popp, 2006a and 2006b). In these models, the analysis usually focuses on the optimal trajectories and their comparison with the business-as-usual scenario. For many reasons that will be discussed below, it may be relevant to examine some intermediate cases between these two polar ones. Nevertheless, a decentralized economy framework is required to perform such an analysis. The main objective of this paper is to complete the literature mentioned above by setting up a general equilibrium analysis that allows to compute any equilibrium in the decentralized economy.

A full description of the set of equilibria offers several advantages. Under a positive point of view, it allows to examine how the economy reacts to policy changes. We can thus look at the individual effects of a given policy instrument as well as a given subset of them, the other ones being kept unchanged. This will give some insights on the complementarity/substitutability of public tools. Under a normative point of view, as usual, this approach allows for the computation of the economic instruments that restore the first-best optimum. However, because of budgetary, socioeconomic or political constraints, the enforcement of first-best optimum can be difficult to achieve for the policy-maker that would rather implement second-best solutions. Finally, another advantage is the possibility to compare the outcome of a cost-benefit analysis in a partial equilibrium approach (e.g. Gerlagh et al., 2008) with the one obtained from a general equilibrium framework.

In line with the "top-down" approach and based on the DICE and ENTICE-BR models (Nordhaus, 2008, and Popp, 2006a, respectively), we develop an endogenous growth model in which energy services can be produced from a polluting non-renewable resource as well as a clean backstop. Moreover, we assume that carbon emissions can be partially released thanks to CCS (Carbon Capture and Storage) technology. We introduce three R&D sectors, the first one improving the efficiency of energy production, the second one, the efficiency of the backstop and the last one, the efficiency of the sequestration process. With this respect, we have to consider two types of market failures: the pollution associated with the atmospheric release of carbon and the research spillovers in each R&D sector. For this matter, in the decentralized equilibrium, we introduce two kinds of economic

policy instruments in accordance: an environmental tax on the carbon emissions and a research subsidy for the energy, backstop and CCS R&D sectors. There is an equilibrium associated to each vector of instruments. Clearly, when public instruments are optimally set, the equilibrium of the decentralized economy coincides with the first best optimum. In particular, we provide a full expression of the optimal carbon tax and we analyze its dynamic properties. As in Goulder and Mathai (2000), we show that the tax can evolve non-monotonically over time and we characterize the driving forces that make it either growing or declining.

At this point, three remarks can be formulated. The first one is related to the way we deal with R&D sectors in the decentralized framework. In the standard endogenous growth theory (Aghion and Howitt, 1992; Romer, 1990...), the production of an innovation is associated with a particular intermediate good. Research is funded by the monopoly profits of intermediate producers who benefit from an exclusive right, like a patent, for the production and the sale of these goods. In this paper, to simplify the analysis, we do not explicitly introduce tangible intermediate goods in research sectors, as it is done for instance by Gerlagh and Lise (2005), Edenhofer et al. (2006) and Popp (2006a). Then, we adopt the shortcut proposed by Grimaud and Rougé (2008) in the case of growth models with polluting resources and environmental concerns. This approach is based on the comparison between the socially optimal value of innovations and the private one, which emerges at the decentralized equilibrium. Several empirical studies (Jones and Williams, 1998; Popp, 2006a) find that this last value is lower than the former one. This is justified in the standard literature by the presence of some failures that prevent the decentralized equilibrium to implement the first-best optimum. We use these studies to build the "laissez-faire" equilibrium. Finally, research subsidies can be enforced in order to reduce the gap between these social and private values<sup>1</sup>.

The second remark is a technical one which concerns the computation of the economic variables, quantities and prices, in the decentralized economy. As usual, the first step consists in studying the behavior of agents and, under market clearing conditions, in characterizing the equilibrium trajectory. In a second step, we show that there exists an

---

<sup>1</sup>According to the OECD Science, Technology and R&D Statistics, publicly-funded energy R&D in 2004 among OECD countries amounted to 9.72 billion US\$, which represented 4% of overall public R&D budgets. In the United States, energy investments from the private sector have shrunk during the last decade; governmental funding currently represents 76% of total US energy R&D expenditures (Nemet and Kammen, 2007).

optimization program whose the solution is the same as the equilibrium one. This allows the numerical computation of any equilibrium trajectories in a calibrated model.

The last remark is about the particular decarbonisation technology considered. As recommended by the IPCC, abatement technologies reveal crucial for the implementation of a cost-effective climate change mitigation policy. Such abatement technologies notably include renewable energy but also the possibility to reduce the carbon footprint of fossil fuel burning. According to the IPCC (2005), carbon capture and storage (CCS) offers promising prospects. This process consists in separating the carbon dioxide from other flux gases during the process of energy production. It is particularly adapted to large-scale centralized power stations but may also indirectly apply to non electric energy supply (cf. Hoffert et al., 2002). Once captured, the gases are then being disposed into various reservoirs, such as depleted oil and gas fields, depleted coal mines, deep saline aquifers, or oceans.

Next, we provide some numerical illustrations by calibrating the model to fit the world 2005 data. As suggested by the theory, the optimal carbon tax is generally non-monotonic over time. We find that the implementation of this tax alone leads to the expected effects on the fossil fuel use (and then on carbon emissions), but it does not provide incentive enough to hardly stimulate R&D activities. Similarly, research policies alone have high impacts on R&D activities, but their effect on the atmospheric carbon accumulation is very low. In other words, the crossed effects of each policy instrument are weak. Moreover, the simultaneous use of these two types of public tools reinforces the individual role of each one, thus revealing high complementarity between them. For instance, we observe numerically that the simultaneous implementation of a carbon tax and appropriate R&D subsidies can strengthen the role of the backstop and of the CCS. Finally, the recourse to these two abatement options is reinforced by a more ambitious carbon tax, in order to stabilize the atmospheric carbon concentration for instance.

The article is organized as follows. Section 2 presents the decentralized economy and studies the behavior of agents in each sector. In section 3, i) we characterize the decentralized equilibrium, ii) we identify the maximization program associated with this equilibrium, iii) we characterize the first-best optimum solutions, and iv) we compute the appropriate public tools that implement the optimum. In section 4, we present the calibration of the model and we derive a selection of numerical results. We conclude in section 5.

## 2 The decentralized economy

The model is mainly based on ENTICE-BR (Popp, 2006a) and on the last version of DICE (Nordhaus, 2008). We consider a worldwide economy containing four production sectors: final output, energy services, fossil fuel and carbon-free backstop. The fossil fuel combustion process releases  $\text{CO}_2$  flows which accumulate into the atmosphere, inducing a rise of the average temperatures. Feedbacks on the economy are captured by a damage function measuring the continuous and gradual losses in terms of final output due to global warming (i.e. GWP losses). Moreover, an atmospheric carbon concentration cap can be eventually introduced to take into account the high levels of uncertainty and irreversibility that are generally avoided by the standard damage function. Industrial emissions can be partly sequestered and stored in carbon reservoirs owing to a CCS device. The production of final energy services, backstop and CCS require specific knowledge provided by three directed R&D sectors (in the sense of Acemoglu, 2002). We assume that all sectors, except the R&D's ones, are perfectly competitive. Finally, in order to correct the two types of distortions involved by the model – pollution and research spillovers – we introduce two types of policy tools: an environmental tax on the fossil fuel use and a subsidy for each R&D sector. Note that, because of CCS, the tax applies on the residual carbon emissions after sequestration and it is thus disconnected from the fossil resource use.

The model is sketched in Figure 1. Specific functional forms and calibration details are described in appendix A4. The following subsection derives the individual behaviors.

### 2.1 Behavior of agents

#### 2.1.1 The final good sector

The production of a quantity  $Q_t$  of final good depends on three endogenous elements: capital  $K_t$ , energy services  $E_t$ , and a scaling factor  $\Omega_t$  which accounts from climate-related damages, as discussed below. It also depends on exogenous inputs: the total factor productivity  $A_t$  and the population level  $L_t$ , growing at exogenous rates  $g_{A,t}$  and  $g_{L,t}$  respectively. We write  $Q_t = Q(K_t, E_t, L_t, A_t, \Omega_t)$ , where the production function  $Q(\cdot)$  is assumed to have the standard properties (increasing and concave in each argument).

Normalizing to one the price of the final output and denoting by  $p_{E,t}$ ,  $w_t$ ,  $r_t$  and  $\delta$ , the price of energy services, the real wage, the interest rate<sup>2</sup> and the depreciation

---

<sup>2</sup>We assume here that the representative household holds the capital and rents it to firms at a rental price  $R_t$ . Standard arbitrage conditions imply  $R_t = r_t + \delta$ .



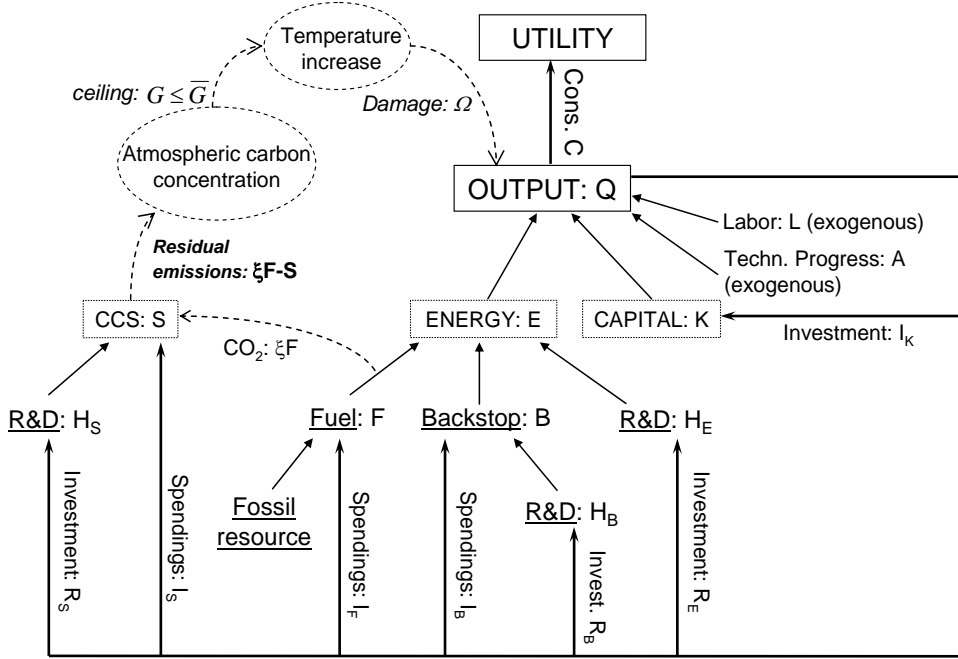


Figure 1: Description of the model

rate of capital, respectively, the instantaneous profit of producers is expressed as  $\Pi_t^Q = Q_t - p_{E,t}E_t - w_tL_t - (r_t + \delta)K_t$ . Maximization of this profit function with respect to  $K_t$ ,  $L_t$  and  $E_t$ , leads to the following first-order conditions:

$$Q_K - (r_t + \delta) = 0 \quad (1)$$

$$Q_L - w_t = 0 \quad (2)$$

$$Q_E - p_{E,t} = 0 \quad (3)$$

where  $J_X$  stands for the partial derivative of function  $J(\cdot)$  with respect to  $X$ .

### 2.1.2 The energy-CCS sector

At each time  $t$ , the amount  $E_t$  of energy services is produced from two primary energies – a fossil fuel  $F_t$  and a backstop energy source  $B_t$  – and from a stock  $H_{E,t}$  of specific knowledge which can improve the energy efficiency. The energy supply is then  $E_t = E(F_t, B_t, H_{E,t})$ , where  $E(\cdot)$  is assumed to be increasing and concave in each argument.

The economic and climatic systems are linked in the model by anthropogenic CO<sub>2</sub> emissions, generated by fossil fuel burning. Without CCS, the carbon flow released into

the atmosphere would be equal to  $\xi F_t$ , where  $\xi$  is the unitary carbon content of fossil fuel. We postulate that, at each date  $t$ , the CCS device allows a reduction of these emissions by an amount  $S_t$ ,  $0 \leq S_t \leq \xi F_t$  and, for the sake of simplicity, that CCS activities are part of the energy sector. To change emissions into stored carbon, the sequestration device needs specific investment spendings,  $I_{S,t}$ , and knowledge,  $H_{S,t}$ . The CCS technology then writes  $S(F_t, I_{S,t}, H_{S,t})$ , with  $S(\cdot)$  increasing and concave in each argument<sup>3</sup>. Note that in our model, we consider neither limited capacity of carbon sinks nor leakage problems. These questions are addressed, for instance, by Lafforgue et al. (2008) and Keller et al. (2007) respectively.

Denoting by  $p_{F,t}$  and  $p_{B,t}$  the fossil fuel and backstop prices, and by  $\tau_t$  the unitary carbon tax on the flow of carbon emissions ( $\xi F_t - S_t$ ), the energy producer chooses  $F_t$ ,  $B_t$  and  $I_{S,t}$  that maximizes its instantaneous profit  $\Pi_t^E = p_{E,t}E_t - p_{F,t}F_t - p_{B,t}B_t - I_{S,t} - \tau_t(\xi F_t - S_t)$ . The first order conditions write:

$$p_{E,t}E_F - p_{F,t} - \tau_t(\xi - S_F) = 0 \quad (4)$$

$$p_{E,t}E_B - p_{B,t} = 0 \quad (5)$$

$$-1 + \tau_t S_{I_S} = 0 \quad (6)$$

Condition (6) equalizes the private cost of one unit of stockpiled carbon,  $1/S_{I_S}$ , with the carbon tax. Moreover, the extended unit cost of fossil fuel use, including the fuel price, the environmental penalty and the sequestration cost, can be defined as:

$$c_{F,t} = p_{F,t} + \frac{\tau_t(\xi F_t - S_t)}{F_t} + \frac{I_{S,t}}{F_t} \quad (7)$$

### 2.1.3 The primary energy sectors

At each time  $t$ , the extraction flow  $F_t$  of fossil resource depends on specific productive investments,  $I_{F,t}$ , and on the cumulated past extraction,  $Z_t$ . As in Popp (2006a) or in Gerlagh and Lise (2005), we do not explicitly model an initial fossil resource stock that is exhausted, but we focus on the increase in the extraction cost as the resource is depleted. We denote by  $Z_t$  the amount of resource extracted from the initial date up to  $t$ :

$$Z_t = \int_0^t F_s ds \Rightarrow \dot{Z}_t = F_t \quad (8)$$

<sup>3</sup>In a Romer model with tangible intermediate goods, the energy and CCS production functions would write  $E_t = E[F_t, B_t, \int_0^{H_{E,t}} f^E(x_{j,t}^E) dj]$  and  $S_t = S[F_t, I_{S,t}, \int_0^{H_{S,t}} f^S(x_{j,t}^S) dj]$  respectively, where  $x_{j,t}^n$  is the  $j^{\text{th}}$  intermediate good and  $f^n(\cdot)$  is an increasing and strictly concave function, for  $n = \{E, S\}$ .

The fossil fuel extraction function is denoted by  $F(I_{F,t}, Z_t)$ , where  $F(\cdot)$  is increasing and concave in  $I_F$ , decreasing and convex in  $Z$ . The fuel producer must choose  $\{I_{F,t}\}_{t=0}^{\infty}$  that maximizes  $\int_0^{\infty} \Pi_t^F e^{-\int_0^t r_s ds} dt$  subject to (8), where its instantaneous profit is  $\Pi_t^F = p_{F,t} F_t - I_{F,t}$ . Denoting by  $\eta_t$  the multiplier associated with (8), the static and dynamic first-order conditions are:

$$(p_{F,t} F_{I_F} - 1) e^{-\int_0^t r_s ds} + \eta_t F_{I_F} = 0 \quad (9)$$

$$p_{F,t} F_Z e^{-\int_0^t r_s ds} + \eta_t F_Z = -\dot{\eta}_t \quad (10)$$

Combining these two equations, and using the transversality condition  $\lim_{t \rightarrow \infty} \eta_t Z_t = 0$ , we get the following fossil fuel price expression:

$$p_{F,t} = \frac{1}{F_{I_F}} - \int_t^{\infty} \frac{F_Z}{F_{I_F}} e^{-\int_t^s r_x dx} ds \quad (11)$$

Differentiating (11) with respect to time, it comes:

$$\dot{p}_{F,t} = r_t \left( p_{F,t} - \frac{1}{F_{I_F}} \right) + \frac{1}{F_{I_F}} \left( F_Z - \frac{\dot{F}_{I_F}}{F_{I_F}} \right) \quad (12)$$

which reads as a generalized version of the Hotelling rule in the case of an extraction technology given by function  $F(\cdot)$ . In particular, if the marginal productivity of investment spendings coincides with the average productivity, i.e. if  $F_{I_F} = F(\cdot)/I_F$ , then it is easy to see that (12) reduces to  $\dot{p}_{F,t} = r_t(p_{F,t} - 1/F_{I_F})$ . In the limit case where the marginal productivity tends to infinity, i.e. the marginal extraction cost tends to zero, one gets the elementary Hotelling rule,  $\dot{p}_{F,t}/p_{F,t} = r_t$ .

The backstop production function  $B(I_{B,t}, H_{B,t})$  is assumed to be increasing and concave in the investment spending  $I_{B,t}$  and in the specific stock of knowledge  $H_{B,t}$ .<sup>4</sup> Maximization of the profit  $\Pi_t^B = p_{B,t} B(I_{B,t}, H_{B,t}) - I_{B,t}$ , yields the following first-order condition:

$$p_{B,t} B_{I_B} - 1 = 0 \quad (13)$$

#### 2.1.4 The R&D sectors

As already mentioned in the introduction, R&D sectors generally face several distortions. Jones and Williams (2000) identify four of them: i) *the duplication effect*: the R&D sector does not account for the redundancy of some research projects; ii) *the intertemporal spillover effect*: inventors do not account for that ideas they produce are used to produce

<sup>4</sup>Again, in a model with tangible intermediate goods, the backstop technology would write  $B_t = B \left[ I_{B,t}, \int_0^{H_{B,t}} g(x_{i,t}^B) di \right]$ .

new ideas; iii) *the appropriability effect*: inventors appropriate only a part of the social value they create; iv) *the creative-destruction effect*. The global effect resulting from these distortions explains why the social value of an innovation is generally different from the private one. On this point, there does not exist a clear theoretical consensus emerging from the standard literature on endogenous growth. For instance, in the Romer's model (1990) with horizontal innovations, the private value is lower than the social one. However, Benassy (1998) showed that a slight modification of the Romer's model can lead to the opposite result. In the Aghion and Howitt model with vertical innovations (1992), the private value can be either larger or smaller than the social one, depending upon the parameters of the model.

However, there is an empirical evidence for a smaller private value. Jones and Williams (1998) estimate that research investments are at least four times below what would be socially optimal (on this point, see also Popp, 2006a, or Hart, 2008). In the following, we base our analysis on this observation.

There are three stocks of knowledge, each associated with a specific R&D sector (i.e. the energy, the backstop and the CCS ones). We consider that each innovation is a non-rival, indivisible and infinitely durable piece of knowledge (for instance, a scientific report, a data base, a software algorithm...) which is simultaneously used by the sector which produces the good  $i$  and by the R&D sector  $i$ ,  $i = \{B, E, S\}$ . Thus, an innovation is not directly embodied into tangible intermediate goods and it cannot be financed by the sale of these goods. To circumvent this obstacle, one solution would consist in assuming that firms simultaneously produce output and undertake research. In that case, under perfect competition and constant returns to rival inputs, once these inputs have been payed, residual profits are nil. An imperfect competition framework would thus be required to generate positive profits allowing the firms to buy innovations, as it is done in Grimaud and Rouge (2008). This type of development would lead to several difficulties which are out of the scope of the present study. Moreover, Grimaud and Rouge (2008) show that Cournot competition does not prevent optimality when the labor supply is exogenous<sup>5</sup>, which is the case in our model.

In order to avoid any problem, we adopt a shortcut aiming at directly valuing innovations. Basically, we proceed in three steps: i) In each research sector, we determine the

---

<sup>5</sup>Under Cournot competition, the real wage is lower than the optimal one, which implies an income transfer from labor to capital activities. However, since we assume a single representative agent with exogenous labor supply, this transfer has no effect on the equilibrium quantities.

social value of an innovation. Since an innovation is a non-rival good, this social value is the sum of the marginal profitabilities of this innovation in each sector using it. ii) Because of the failures mentioned above, the private (or effective) value in the absence research policy is lower than the social one. iii) The research sectors are eventually subsidized in order to reduce the gap between these two values.

Let us apply this three-steps procedure to the backstop R&D sector for instance. Each innovation produced by this sector is used by this R&D sector itself as well as by the backstop production sector. Thus, at each date  $t$ , the instantaneous social value of this innovation is  $\bar{v}_{B,t} = \bar{v}_{B,t}^B + \bar{v}_{B,t}^{H_B}$ , where  $\bar{v}_{B,t}^B$  and  $\bar{v}_{B,t}^{H_B}$  are the marginal profitabilities of this innovation in the backstop production sector and in the backstop R&D sector, respectively. The social value of this innovation at  $t$ , or equivalently the optimal value at  $t$  of an infinitely lived patent, is  $\bar{V}_{B,t} = \int_t^\infty \bar{v}_{B,s} e^{-\int_t^s r_x dx} ds$ . The same procedure applies for any R&D sector  $i$ ,  $i = \{B, E, S\}$ . We denote by  $\gamma_i$ ,  $0 < \gamma_i < 1$ , the rate of appropriability of the innovation value by the market, i.e. the share of the social value which is effectively paid to the innovator, and by  $\sigma_i$  (assumed constant for the sake of simplicity) the subsidy rate that government can eventually apply. Note that if  $\sigma_i = 1 - \gamma_i$ , the effective value matches the social one. The instantaneous effective value (including subsidy) is:

$$v_{i,t} = (\gamma_i + \sigma_i) \bar{v}_{i,t} \quad (14)$$

and the intertemporal effective value at date  $t$  is:

$$V_{i,t} = \int_t^\infty v_{i,s} e^{-\int_t^s r_x dx} ds \quad (15)$$

Differentiating (15) with respect to time leads to the usual arbitrage relation:

$$r_t = \frac{\dot{V}_{i,t}}{V_{i,t}} + \frac{v_{i,t}}{V_{i,t}}, \quad \forall i = \{B, E, S\} \quad (16)$$

which equates the rate of return on the financial market to the rate of return on the R&D sector  $i$ .

We can now analyze the R&D sector behavior. We assume that the dynamics of the knowledge stock  $H_{i,t}$  is governed by the following innovation function  $H^i(\cdot)$ :

$$\dot{H}_{i,t} = H^i(R_{i,t}, H_{i,t}) \quad (17)$$

where  $R_{i,t}$  is the R&D investment into sector  $i$ . Function  $H^i(\cdot)$  is assumed to be increasing and concave in each argument<sup>6</sup>. At each time  $t$ , sector  $i$  supplies the flow of innovations

<sup>6</sup>As previously, in a model with tangible intermediate goods, (17) would be replaced by  $\dot{H}_{i,t} = H^i \left[ R_{i,t}, \int_0^{H_{i,t}} h(x_{i,t}^H) di \right]$ .

$\dot{H}_{i,t}$  at price  $V_{i,t}$ , so that its profit function is  $\Pi_t^{H_i} = V_{i,t}H^i(R_{i,t}, H_{i,t}) - R_{i,t}$ . The first-order condition implies:

$$V_{i,t} = \frac{1}{H_{R_i}^i} \quad (18)$$

Using (18), we compute the marginal profitability of innovations in R&D sector  $i$  as:

$$\bar{v}_{i,t}^{H_i} = \frac{\partial \Pi_t^{H_i}}{\partial H_{i,t}} = V_{i,t}H_{H_i}^i = \frac{H_{H_i}^i}{H_{R_i}^i} \quad (19)$$

Finally, from the expressions of  $\Pi_t^B$  and  $\Pi_t^E$ , the marginal profitabilities of a backstop, energy and CCS innovation in the production sectors using them, are given respectively by  $\bar{v}_{B,t}^B = \partial \Pi_t^B / \partial H_{B,t} = B_{H_B} / B_{I_B}$ ,  $\bar{v}_{E,t}^E = \partial \Pi_t^E / \partial H_{E,t} = E_{H_E} / E_B B_{I_B}$  and  $\bar{v}_{S,t}^E = \partial \Pi_t^E / \partial H_{S,t} = \tau_t S_{H_S}$ . Therefore, the instantaneous effective values (including subsidies) of innovations are:

$$v_{B,t} = (\gamma_B + \sigma_B) \left( \frac{B_{H_B}}{B_{I_B}} + \frac{H_{H_B}^B}{H_{R_B}^B} \right) \quad (20)$$

$$v_{E,t} = (\gamma_E + \sigma_E) \left( \frac{E_{H_E}}{E_B B_{I_B}} + \frac{H_{H_E}^E}{H_{R_E}^E} \right) \quad (21)$$

$$v_{S,t} = (\gamma_S + \sigma_S) \left( \tau_t S_{H_S} + \frac{H_{H_S}^S}{H_{R_S}^S} \right) \quad (22)$$

### 2.1.5 The household and the government

Denoting by  $C_t$  the consumption at time  $t$ , by  $U(\cdot)$  the instantaneous utility function (assumed to have the standard properties) and by  $\rho > 0$  the pure rate of time preferences, households maximize the welfare function  $W = \int_0^\infty U(C_t)e^{-\rho t} dt$  subject to its dynamic budget constraint:

$$\dot{K}_t = r_t K_t + w_t L_t + \Pi_t - C_t - T_t^a \quad (23)$$

where  $\Pi_t$  is the total profits gained in the economy and  $T_t^a$  is a lump-sum tax (subsidy-free) that allows to balance the budget constraint of the government. This maximization leads to the standard Keynes-Ramsey rule:

$$\rho - \frac{\dot{U}'(C_t)}{U'(C_t)} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} = r_t \Rightarrow U'(C_t) = U'(C_0) e^{\rho t - \int_0^t r_s ds} \quad (24)$$

where  $\epsilon_t$  is the inverse of the elasticity of intertemporal substitution of consumption, and  $g_{C,t}$  is the instantaneous growth rate of consumption.

Assuming that the government's budget constraint is balanced at each time  $t$  (i.e. the sum of the various taxes equals R&D subsidies), then we have:

$$T_t^a + \tau_t(\xi F_t - S_t) = \sum_i Sub_{i,t}, \quad i = \{B, E, S\} \quad (25)$$

where  $Sub_{i,t}$  denotes the amount of subsidy distributed to R&D sector  $i$ :

$$Sub_{i,t} = \left[ \int_t^\infty \left( \frac{\sigma_i}{\gamma_i + \sigma_i} \right) v_{i,s} e^{-\int_t^s r_x dx} ds \right] H^i(R_{i,t}, H_{i,t}) \quad (26)$$

Finally, the balance equation of the final output writes:

$$Q_t = C_t + I_{F,t} + I_{B,t} + I_{S,t} + I_{K,t} + R_{E,t} + R_{B,t} + R_{S,t} \quad (27)$$

where  $I_{K,t}$  is the instantaneous investment in capital, given by:

$$I_{K,t} = \dot{K}_t + \delta K_t \quad (28)$$

Hence, in our worldwide economy, the final output is devoted to aggregated consumption, fossil fuel production, backstop production, CCS, capital accumulation and R&D.

## 2.2 The environment and damages

Let  $G_t$  be the atmospheric carbon concentration at time  $t$  and  $\zeta$ ,  $\zeta > 0$ , the natural rate of decay. The increase in  $G_t$  drives the global mean temperature away from a given state, here the 1900 level. The difference between this state and the present global mean temperature, denoted by  $T_t$ , is taken here as the index of anthropogenic climate change. The climate dynamics can thus be captured by the following system:

$$\dot{G}_t = \xi F_t - S_t - \zeta G_t \quad (29)$$

$$\dot{T}_t = \Phi(G_t) - m T_t, \quad m > 0 \quad (30)$$

where  $\Phi(\cdot)$  is a simplified radiative forcing function, assumed to be increasing and concave in  $G$ , and  $m$  is a parameter of climatic inertia<sup>7</sup>.

Global warming generates economic damages that are measured, by convention, in terms of final output losses through the scaling factor  $\Omega(T_t)$ , with  $\Omega'(\cdot) < 0$ . In addition to the damage reflected by  $\Omega_t$ , we will possibly be induced to impose a stabilization cap on the carbon pollution stock that society can not overshoot (see for instance Chakravorty et al., 2006):

$$G_t \leq \bar{G}, \quad \forall t \geq 0 \quad (31)$$

---

<sup>7</sup>In the analytical treatment of the model, we assume, for the sake of clarity, that the carbon cycle through atmosphere and oceans as well as the dynamic interactions between atmospheric and oceanic temperatures, are captured by the reduced form (29) and (30). However, in the numerical simulations, we adopt the full characterization of the climate module coming from the last version of DICE (Nordhaus, 2008).

This additional constraint can be justified by the fact that the social damage function is not able to reflect the entire environmental damages, but only part of it. In reality, uncertainty in the climatic consequences of global warming can imply some discontinuities in the damage, such as natural disasters or other strong irreversibilities, that are not taken into account by the standard functional representation of the damage.

### 3 Decentralized equilibrium and welfare analysis

#### 3.1 Characterization of the decentralized equilibrium

From the previous analysis of individual behaviors, we can now study the set of equilibria. A particular equilibrium is associated with each quadruplet of policies  $\{\sigma_B, \sigma_E, \sigma_S, \tau_t\}_{t=0}^{\infty}$ . It is defined as a vector of quantity trajectories  $\{Q_t, K_t, E_t, \dots\}_{t=0}^{\infty}$  and a vector of price profiles  $\{r_t, p_{E,t}, \dots\}_{t=0}^{\infty}$  such that: i) firms maximize profits, ii) the representative household maximizes utility, iii) markets of private (i.e. rival) goods are perfectly competitive and cleared, iv) in each R&D sectors  $i$ , innovators receive a share  $(\gamma_i + \sigma_i)$  of the social value of innovations. Such an equilibrium is characterized by the set of equations given by Proposition 1 below. Clearly, as analyzed in the following subsection, if the policy tools are set to their optimal levels, these equations also characterize the first-best optimum together with the system of prices that implements it.

**Proposition 1** *At each time  $t$ , for a given quadruplet of policies  $\{\sigma_B, \sigma_E, \sigma_S, \tau_t\}_{t=0}^{\infty}$ , the equilibrium in the decentralized economy is characterized by the following seven-equations system:*

$$Q_E E_F - \tau_t(\xi - S_F) - \frac{1}{F_{I_F}} = \frac{-1}{U'(C_t)} \int_t^{\infty} \frac{F_Z}{F_{I_F}} U'(C_s) e^{-\rho(s-t)} ds \quad (32)$$

$$Q_E E_B = \frac{1}{B_{I_B}} \quad (33)$$

$$\frac{1}{S_{I_S}} = \tau_t \quad (34)$$

$$Q_K - \delta = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (35)$$

$$(\gamma_B + \sigma_B) \left( \frac{B_{H_B} H_{R_B}^B}{B_{I_B}} + H_{H_B}^B \right) - \frac{\dot{H}_{R_B}^B}{H_{R_B}^B} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (36)$$

$$(\gamma_E + \sigma_E) \left( \frac{E_{H_E} H_{R_E}^E}{E_B B_{I_B}} + H_{H_E}^E \right) - \frac{\dot{H}_{R_E}^E}{H_{R_E}^E} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (37)$$

$$(\gamma_S + \sigma_S) (\tau_t S_{H_S} H_{R_S}^S + H_{H_S}^S) - \frac{\dot{H}_{R_S}^S}{H_{R_S}^S} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (38)$$



The associated system of prices  $\left\{r_t^*, w_t^*, p_{E,t}^*, p_{F,t}^*, p_{B,t}^*, V_{i,t}^*\right\}_{t=0}^\infty$  is obtained from the equations (1), (2), (3), (11), (13) and (18), respectively.

**Proof.** See Appendix A1.

Equation (32) is an arbitrage condition that equalizes the marginal net profit from the increase by one unit of fossil fuel extraction (LHS) to the total marginal gain if there is no additional extraction (RHS)<sup>8</sup>. Equation (33) tells that the marginal productivity of the backstop (LHS) equals its marginal cost (RHS). As already mentioned, equation (34) formalizes the incentive effect of the carbon tax on the decision to invest in CCS. Equation (35) characterizes the standard trade-off between capital  $K_t$  and consumption  $C_t$ . Equation (36) (resp. (37) and (38)) characterizes the same kind of trade-off between specific investment into backstop R&D sector,  $R_{B,t}$  (resp. energy R&D sector,  $R_{E,t}$ , and CCS R&D sector,  $R_{S,t}$ ) and consumption. Obviously, the marginal return of each specific stock of knowledge  $H_i$  depends on the associated rate of subsidy  $\sigma_i$ .

### 3.2 The decentralized equilibrium under maximization form

In order to solve numerically the market outcome, we show that it is possible to transform the decentralized problem described above into a single maximization program. Proposition 2 explains how to proceed.

**Proposition 2** *Solving the following program (we drop time subscripts for notational convenience):*

$$\max_{\{C, R_i, I_j, i=\{B, E, S\}, j=\{F, E, S\}\}} \int_0^\infty U(C) e^{-\rho t} dt \quad \text{subject to:}$$

$$\begin{aligned} \dot{K} &= Q \{K, E[B(I_B, H_B), F(I_F, Z), H_E], L, A, \Omega\} - C - \delta K - \sum_i R_i - \sum_j I_j \\ &\quad - \tau \{\xi F(I_F, Z) - S[F(I_F, Z), I_S, H_S]\}, \end{aligned}$$

$$\dot{H}_i = (\gamma_i + \sigma_i) H^i(R_i, H_i),$$

$$\text{and } \dot{Z} = F(I_F, Z)$$

leads to the same system of equations, (32)-(38), than in Proposition 1.

---

<sup>8</sup>If extraction increases by one unit, the associated revenue is  $Q_E E_F$  and firms face two kinds of costs: the extraction cost,  $1/F_{I_F}$ , and the pollution cost,  $\tau(\xi - S_F)$ . Conversely, if no more fossil resource is extracted during the time interval  $dt$ , this generates an instantaneous gain due to the diminution in specific investment spending  $I_F$  corresponding to  $(dI_F/dt)/F|_{dF=0} = -F_Z/F_{I_F}$ . Multiplying this term by the marginal utility and integrating from  $t$  to  $\infty$  with the discount rate  $\rho$  gives the total gain in terms of utility. Finally, dividing by  $U'(C)$ , this expression gives the gain in terms of output as specified in the RHS of (32).

**Proof.** See Appendix A2.

Proposition 2 can be read in fact as the welfare maximization program of a representative agent who would own all firms (final sector, energy-CCS, fossil fuel, backstop and R&D) and who would face the same incentive policies (carbon tax, research subsidies) than firms in the decentralized economy. This approach is the same than the one followed by Sinclair (1994) who also writes the market equilibrium under maximization form. The main difference with our model is that he assumes an exogenous rate of Hicks-neutral technical change.

### 3.3 First-best optimum and implementation

The social planner problem consists in choosing  $\{C_t, R_{i,t}, I_{j,t}\}_{t=0}^{\infty}$  that maximizes the social welfare  $W$ , subject to the various technological constraints, the output allocation constraint (27), the state equations (8), (17), (28), (29), (30), and finally, the ceiling constraint (31). After eliminating the co-state variables, the first-order conditions leads to Proposition 3 below.

**Proposition 3** *At each time  $t$ , an optimal solution is characterized by the following seven-equations system:*

$$Q_E E_F - \frac{(\xi - S_F)}{S_{I_S}} - \frac{1}{F_{I_F}} = \frac{-1}{U'(C_t)} \int_t^{\infty} \frac{F_Z}{F_{I_F}} U'(C_s) e^{-\rho(s-t)} ds \quad (39)$$

$$Q_E E_B = \frac{1}{B_{I_B}} \quad (40)$$

$$\frac{1}{S_{I_S}} = \frac{-1}{U'(C_t)} \int_t^{\infty} [\Phi'(G_s) J_s - \varphi_{G,s} e^{\rho s}] e^{-(\zeta+\rho)(s-t)} ds \quad (41)$$

$$Q_K - \delta = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (42)$$

$$\frac{B_{H_B} H_{R_B}^B}{B_{I_B}} + H_{H_B}^B - \frac{\dot{H}_{R_B}^B}{H_{R_B}^B} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (43)$$

$$\frac{E_{H_E} H_{R_E}^E}{E_B B_{I_B}} + H_{H_E}^E - \frac{\dot{H}_{R_E}^E}{H_{R_E}^E} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (44)$$

$$\frac{S_{H_S} H_{R_S}^S}{S_{I_S}} + H_{H_S}^S - \frac{\dot{H}_{R_S}^S}{H_{R_S}^S} = \rho + \epsilon_t g_{C,t} \quad (45)$$

where  $J_s = \int_s^{\infty} Q_{\Omega} \Omega'(T_x) U'(C_x) e^{-(m+\rho)(x-s)} dx \leq 0$  and where  $\varphi_{G,s}$  is the Lagrange multiplier associated with constraint (31), thus satisfying  $\varphi_{G,s} \geq 0$ , with  $\varphi_{G,s} = 0$  for any  $s$  such that  $G_s < \bar{G}$ .

**Proof.** See Appendix A3.

The interpretation of these conditions are almost the same than the ones formulated in Proposition 1, excepted that, now, all the trade-offs are optimally solved. In other respects, recall that, for a given set of public policies, a particular equilibrium is characterized by conditions (32)-(38) of Proposition 1. This equilibrium will be said to be optimal if it satisfies the optimum characterizing conditions (39)-(45) of Proposition 2. By analogy between these two sets of conditions, we can show that there exists a single quadruplet  $\{\sigma_B, \sigma_E, \sigma_S, \tau_t\}_{t=0}^{\infty}$  that implements the first-best. These findings are summarized in Proposition 4 below.

**Proposition 4** *The equilibrium characterized in Proposition 1 is optimal if and only if  $\{\sigma_B, \sigma_E, \sigma_S, \tau_t\}_{t=0}^{\infty} = \{\sigma_B^o, \sigma_E^o, \sigma_S^o, \tau_t^o\}_{t=0}^{\infty}$ , where  $\sigma_i^o = 1 - \gamma_i$  for  $i = \{B, E, S\}$ , and where  $\tau_t^o$  is given by:*

$$\tau_t^o = \frac{-1}{U'(C)} \int_t^{\infty} \left[ \Phi'(G) \int_s^{\infty} Q_{\Omega} \Omega'(T) U'(C) e^{-(m+\rho)(x-s)} dx - \varphi_G e^{\rho s} \right] e^{-(\zeta+\rho)(s-t)} ds \quad (46)$$

**Proof.** First, if  $\tau_t = \tau_t^o$ , then conditions (39) and (41) are satisfied by using (32) and (34). Second, (40) and (42) are identical to (33) and (35), respectively. Third, if  $\sigma_i = 1 - \gamma_i$ , for  $i = \{B, E, S\}$ , then (43), (44) and (45) are identical to (36), (37) and (38), respectively.

Proposition 4 states first that, in any R&D sector, the optimal subsidy rate must be equal to the share of the social value of innovations which is not captured by the market, in order to entirely fill the gap between the private value and the social one. In section 4, according to several empirical studies, we will postulate that  $\gamma_i = 0.3$ , thus implying  $\sigma_i^o = 0.7$  for  $i = \{B, E, S\}$ .

Second, the optimal trajectory of the carbon tax is given by (46). Since  $\Omega'(T_t) < 0$ , we have  $\tau_t^o \geq 0$  for any  $t \geq 0$ . This expression reads as the ratio between the marginal social cost of climate change – the marginal damage in terms of utility coming from the emission of an additional unit of carbon – and the marginal utility of consumption. In other words, it is the environmental cost (in terms of final good) of one unit of carbon in the atmosphere. This carbon tax can be expressed as the sum of two components. The first one depends on the damage function and on the dynamics of the atmospheric carbon stock and temperatures. It gives the discounted sum of marginal damages from  $t$  to  $\infty$  coming from the emission of an additional unit of carbon at date  $t$ . The second one is only related to the ceiling constraint through  $\varphi_G$ . It gives the social cost at  $t$  of one unit of carbon in the atmosphere due to a tightening in the ceiling constraint. Then, the sum of these two components is the instantaneous total social cost of one unit of carbon.

Log-differentiating (46) gives us the optimal growth rate of the tax:

$$\frac{\dot{\tau}_t}{\tau_t} = \zeta + \rho + \epsilon_t g_{C,t} + \frac{[\varphi_{G,t} e^{\rho t} - \Phi'(G_t) J_t]}{\int_t^\infty [\varphi_{G,s} e^{\rho s} - \Phi'(G_s) J_s] e^{-(\zeta+\rho)(s-t)} ds} \quad (47)$$

where  $\rho + \epsilon_t g_{C,t}$  is equal to the interest rate  $r_t$ . As in Goulder and Mathai (2000), the dynamics of the optimal carbon tax results from the combination of three components. The sum of the two first ones, i.e. the optimal appropriate discount rate  $\zeta + r_t$  in the terminology of Goulder and Mathai, is unambiguously positive. The last component in (47) reflects the full social cost of one unit of carbon, including both the direct marginal damage and the social cost of the carbon ceiling, and is unambiguously negative. It generalizes Goulder and Mathai's result to the case where a damage function and a carbon cap are simultaneously considered. To sum up, we have two opposite effects meaning that the carbon tax can either rise or fall over time<sup>9,10</sup>. In the following section, we illustrate this point by depicting some monotonous or non-monotonous trajectories depending on the relative weights of these effects. We will observe that, in the absence of carbon cap, the last component is relatively weak with respect to the discount term, and thus the tax is rising over time. Under ceiling constraint, this last term becomes stringent at the time the ceiling is reached and the tax exhibits an invert U-shape trajectory.

## 4 Numerical results

### 4.1 Calibration and scenarios

Functional forms and calibration of the associated parameters are mainly provided by the last version of DICE (Nordhaus, 2008) for the climate module, the final output, the social preferences, the feedbacks on economic productivity from climate change, the total factor productivity and demographic dynamics. The energy production and R&D characterizations come from ENTICE-BR (Popp, 2006a). For CCS technology, we use a specification derived from the sequestration cost function used in DEMETER (Gerlagh and van der Zwaan, 2006) and the calibration is updated from the IPCC special report on CCS (2005). Others calibrations are provided by IEA data. All these details are referred to appendix A4. The starting year is 2005.

To study the effects of policy instruments, we solve the equilibrium for various values

---

<sup>9</sup>In the case where there is only a ceiling and no damage, the tax is unambiguously rising over time as long as the ceiling is not reached since  $\varphi_{G,t} = 0 \forall t$  such that  $G_t < \bar{G}$ .

<sup>10</sup>For discussions about the optimal time path of the carbon tax, see also for instance Sinclair, 1994, Ulph and Ulph, 1994, Farzin and Tahvonon, 1996, Hoel and Kverndokk, 1996, or Chakravorty et al., 2006.

of  $\tau$  and  $\sigma$ , by using the method described in Proposition 2. Note that we restrict the scenarios to the case where,  $\forall i, \gamma_i = 0.3$  and we will discuss later about the sensitivity of the model to this parameter. Moreover, we consider only symmetric R&D policies, i.e. the case where  $\sigma_i$  is independent of  $i$ .<sup>11</sup> The selected cases are listed in Table 1.

Scenario	$\tau_t$	$\sigma$	Comment
<i>A</i>	0	0	Laisser-faire
<i>B</i>	$\tau_t^{sb}$	0	Second-best tax, no R&D subsidy
<i>C</i>	0	0.7	R&D subsidies, no carbon tax
<i>D</i>	$\tau_t^o$	0.7	First-best optimum (without ceiling)
<i>E</i>	$\tau_t^{550}$	0.7	Optimum with a 550ppm cap
<i>F</i>	$\tau_t^{450}$	0.7	Optimum with a 450ppm cap

Table 1: Summary of the various scenarios for  $\gamma_i = 0.3, i = \{B, E, S\}$

The benchmark case *A* refers to the *laisser-faire* equilibrium (BAU), in which neither environmental tax nor R&D subsidies are set. In scenario *B*, we study the effect on the equilibrium of an environmental tax by assuming zero  $\sigma_i$ 's and by setting  $\tau_t$  equal to its second-best optimal level,  $\tau_t^{sb}$ .<sup>12</sup> Similarly, in scenario *C*, we analyze the impact of R&D subsidy rates by assuming  $\tau = 0$  and  $\sigma = 1 - \gamma = 0.7$ .<sup>13</sup> Scenario *D* refers to the first-best optimum without carbon cap. Finally, two stabilization caps of 450 and 550ppm, which are enforced owing to the specific tax trajectories  $\tau_t^{550}$  and  $\tau_t^{450}$  respectively, are also studied (cases *E* and *F*).

## 4.2 Summary of results

We adopt the following notations to summarize the effects of the various policy combinations.  $\Delta X|_{A \rightarrow D}$  stands for the change in variable  $X$  due to a simultaneous increase of  $\tau$  from 0 to  $\tau^o$  and of the  $\sigma$ 's from 0 to  $\sigma^o$ . These changes are illustrated in the following figures by a shift from the "scenario A" trajectories to the "scenario D" trajectories.  $\Delta X|_{A \rightarrow B}$

<sup>11</sup>We do not discuss here about the differentiated effects of the R&D subsidies. In a model with two R&D sectors, Grimaud and Lafforgue (2008) show that cross effects are very weak, i.e. an R&D policy in a particular sector has no crowding out impact on the other sector. With more than two R&D sectors, a large number of scenarios can be considered, so that we let these developments for future research.

<sup>12</sup>Formally, it is the tax trajectory that maximizes social welfare given the constraint of zero research subsidy, in the set of decentralized equilibria. For more details on second-best policies, see Grimaud and Lafforgue (2008).

<sup>13</sup>Although the optimal subsidy rates are the same in scenarios *C*, *D*, *E* and *F*, the amount of subsidies that are distributed among R&D sectors may differ, cf. equation (26).

is the change of  $X$  due to an increase in  $\tau$  from 0 to  $\tau^{sb}$ , given  $\sigma = 0$ . Symmetrically, given  $\tau = 0$ ,  $\Delta X|_{A \rightarrow C}$  denotes the change in variable  $X$  due to a simultaneous increase of the  $\sigma$ 's from 0 to  $\sigma^o$ . Finally,  $\Delta X|_{D \rightarrow E/F}$  measures the change in  $X$  due to an increase in the tax level (i.e. the introduction of a ceiling constraint), given the optimal enforcement of the R&D policies. Table 3 provides the signs of the  $\Delta$ 's for the main variables of interest (where insignificant changes are depicted by  $\sim$ ).

$X$	$\Delta X _{A \rightarrow D}$	$\Delta X _{A \rightarrow B}$	$\Delta X _{A \rightarrow C}$	$\Delta X _{D \rightarrow E}$
$p_F$	-	-	$\sim$	-
$c_F$	+	+	$\sim$	+
$p_B$	-	$\sim$	-	-
$p_E$	+	+	-	+
$V_{HB}$	+	$\sim$	+	+
$V_{HE}$	-	$\sim$	-	$\sim$
$V_{HS}$	+	+	$\sim$	+
$F$	-	-	-(weak)	-
$B$	+	+(weak)	+	+
$E$	-	-	+	-
$S$	+	+(weak)	$\sim$	+
$H_B$	+	$\sim$	+	+
$H_E$	+	$\sim$	+	$\sim$
$H_S$	+	+(weak)	$\sim$	+
$R_B$	+	$\sim$	+	+
$R_E$	+	$\sim$	+	$\sim$
$R_S$	+	+(weak)	$\sim$	+
$Q_B$	+	+	+	+
$Q_F$	-	-	-(weak)	-
$Q_S$	+	+(weak)	$\sim$	+
$G, T$	-	-	-(weak)	-
$Q$	- then +	- then +	+	- then +
$C$	+	- then +	+	- then +

Table 2: Summary of economic policy effects

### 4.3 Numerical simulations

#### 4.3.1 Optimal carbon tax and energy prices

As depicted in Figure 2, the first-best tax level starts from 49\$/tC and follows a quite linear increase to reach 256\$/tC by 2105. The impossibility to enforce any research policy leads to a second-best tax which is slightly higher than the first-best one, starting from 49.6\$/tC and rising to 275\$/tC in 2105. The stabilization to 550 and 450 requires much higher tax

levels. Starting from respectively 73 and 172\$/tC, they increase sharply, reach some high 550\$/tC and 735\$/tC in 2075 and 2055, before declining once the concentration ceiling has been reached. Naturally, the rate of increase of the carbon prices for the 450ppm target is more rapid than that of the 550ppm case. These carbon prices prove slightly higher than Nordhaus (2008) estimates for similar climate strategies.

In the case where a carbon target is introduced, the tax pace evolves non-monotonically over time. Indeed, as long as the ceiling is not reached, the Lagrange multiplier  $\varphi_G$  associated to the ceiling constraint is nil, and it becomes positive at the moment the constraint is binding. Since the last component in equation (47) is strengthened by this multiplier, the date at which the tax starts to decline and the date at which the carbon stabilization cap is reached are closed.

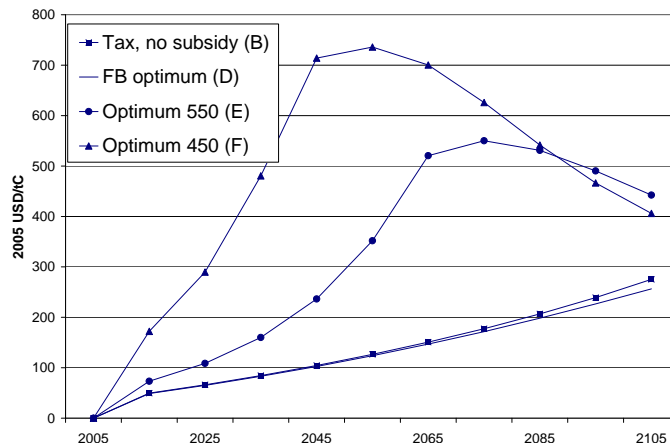


Figure 2: Optimal environmental taxes

Let us now analyze the effect of these tax trajectories on the prices of primary energies. First, the fossil fuel market price increases only slowly due to the relative flatness of our fossil fuel supply curve (see Figure 3-a). The implementation of a carbon tax reduces the producer price which induces substantial rent transfers from extractive industries to governments. In 2105, the revenues losses for the fossil energy producer amount to 55% and 52% when carbon caps are set at 550 and 450ppm, respectively. The concerns of oil-rich countries towards stringent climate mitigation commitments has already been commented and assessed in the literature (see for example Bergstrom, 1982, or Sinn, 2008). Moreover, an increment in the R&D subsidy rates has no effect on the fossil fuel price, thus illustrating the absence of crossed effects in this case.

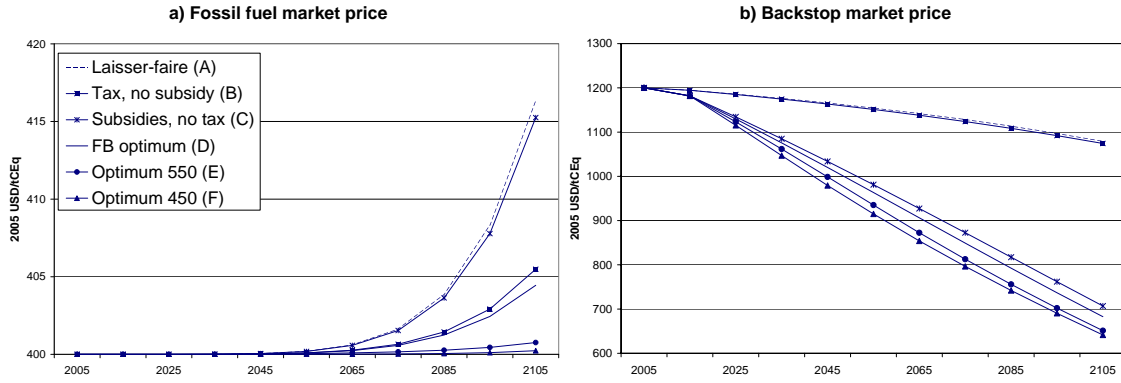


Figure 3: Fossil fuel and backstop prices

Simultaneously, introducing a carbon tax implies obviously a rise in the unit user cost of the fossil fuel (cf.  $c_{F,t}$  as defined by (7)), as observed by comparing the upper trajectories of cases a to d in Figure 4. When carbon emissions are penalized, this creates an incentive for energy firms to store a part of these emissions so that their cost of using fossil fuel is obtained by adding two components to the fossil fuel market price: i) the tax on the emissions released in the atmosphere and ii) the unit cost of CCS. Such a decomposition is depicted in Figure 4. The incentives to use CCS devices, and thus the CCS unit cost, are contingent to an high level of tax, or equivalently to a constraining carbon target.

Second, the decreasing market price of the backstop energy reveals largely affected by the introduction of research subsidies, as can be seen from Figure 3-b. Such subsidies stimulate backstop research, thereby increasing its productivity and then, reducing production cost. They allow the backstop price to be cut by half by 2105. Moreover, two different streams of trajectories can be identified. The higher ones are drawn for cases A and B, i.e. when backstop R&D is not granted at all whereas the lower ones imply some positive  $\sigma_B$ . Then, R&D subsidies mainly matter to explain a decrease in the backstop price whereas the level of tax has only a weak depressive effect. Again, there is no crossed effect.

#### 4.3.2 R&D

The effects of directed technical change can be portrayed by examining the effective value of an innovation in both CCS and backstop R&D,  $V_B$  and  $V_S$ , as depicted in Figure 5.<sup>14</sup>

<sup>14</sup>Results on energy R&D are less of interest and are not discussed here.



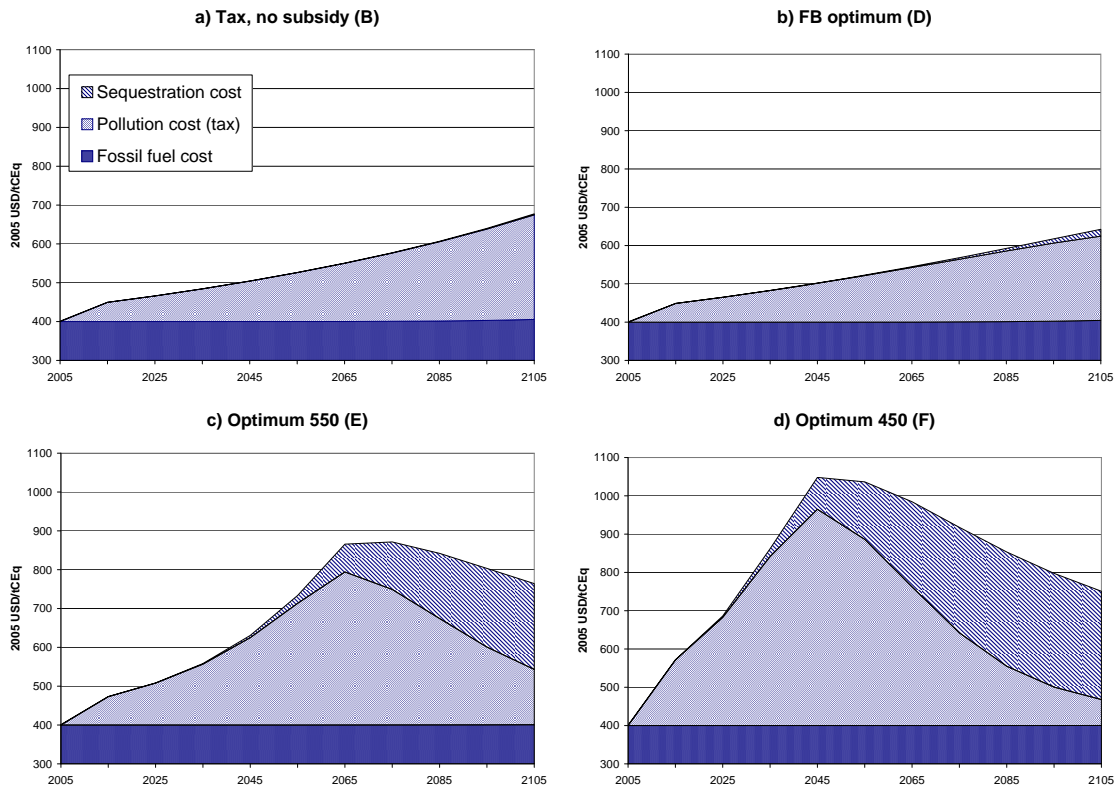


Figure 4: Decomposition of the unit cost of fossil fuel use

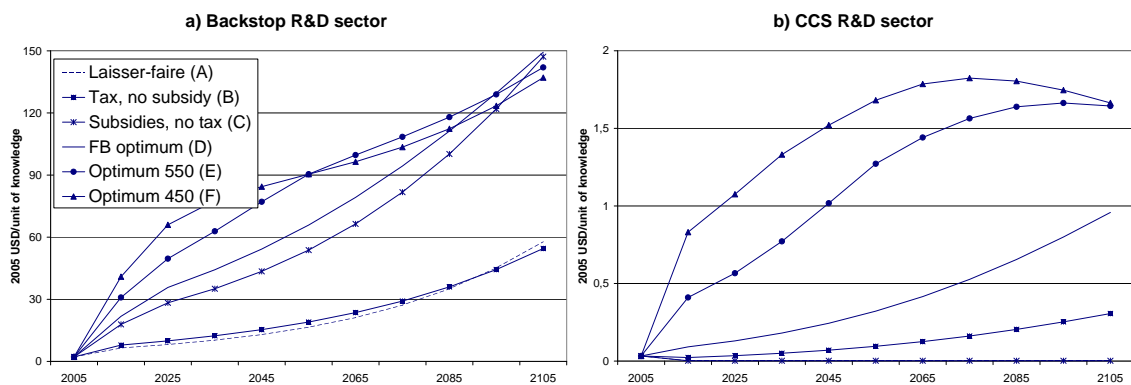


Figure 5: Effective innovation values in backstop and CCS R&D

The behavior of these innovation values provide insights on the allocation and the direction of R&D funding over time. First, the rising values demonstrate that the innovation activity grows strongly during the century, with the exception of the *laisser-faire* case which does not provide incentive for investing in CCS. Second, the increase in innovation values is strongly governed by the stringency of climate policy. Clearly, the introduction of a carbon ceiling induces the fastest increase in the effective value of innovations. Third, the role of each mitigation option can be inferred from the time-path of both CCS and backstop innovation values: CCS innovation value grows fast from the earliest periods, reaches a peak by around 2075 and starts declining thereafter. On the contrary, the backstop innovation value keeps on rising over time, though at a slow pace initially. A simple supply-demand argument is necessary to understand these behaviors. As the innovation activity is growing fast, due to the urgent need of developing carbon-free energy supply, and as the expected returns on CCS R&D are the highest initially because of relatively low cost of technology improvement relative to the backstop, a "technology push" in favor of CCS cause its innovation value to rise fast. In the longer run, backstop energy offers larger deployment potential and thus takes over CCS investments. Its value then develops at a faster pace while the CCS innovation is becoming less valued as its development shrinks.

These innovation values drive the R&D expenses flowing to each research sector. Figure 6 depicts such R&D investments for our major cases. In the polar *laisser-faire* case, hardly any R&D budget is dedicated to research and CCS R&D is not financed at all. A similar outcome occurs when an optimal tax is set while research subsidies are nil. When all research subsidies are optimally set without carbon tax, R&D allowances do not profit the CCS sector but mainly the backstop research sector that receives similar amounts to the first-best optimal case. The first-best optimum restoration calls for a continuous increase in R&D budgets that will mainly benefit the development of the backstop technology. By the end of the century, overall R&D budgets will then have been multiplied by a factor of roughly 10, amounting to slightly less than 1 billion USD. The energy efficiency sector and the CCS sector receive respectively 13 and 17% of total R&D budgets in 2100. Looking at the two stabilization cases, one notices drastic changes in R&D budgets allocation and volumes. By the end of century, the overall R&D budgets exceed the ones obtained when restoring the first-best solution. The necessity of curbing quickly the net polluting emissions flow leads to substantial investments in CCS R&D that constitutes the cheapest mid-term mitigation option. The more stringent the carbon target, the higher is the share

of CCS R&D spending.

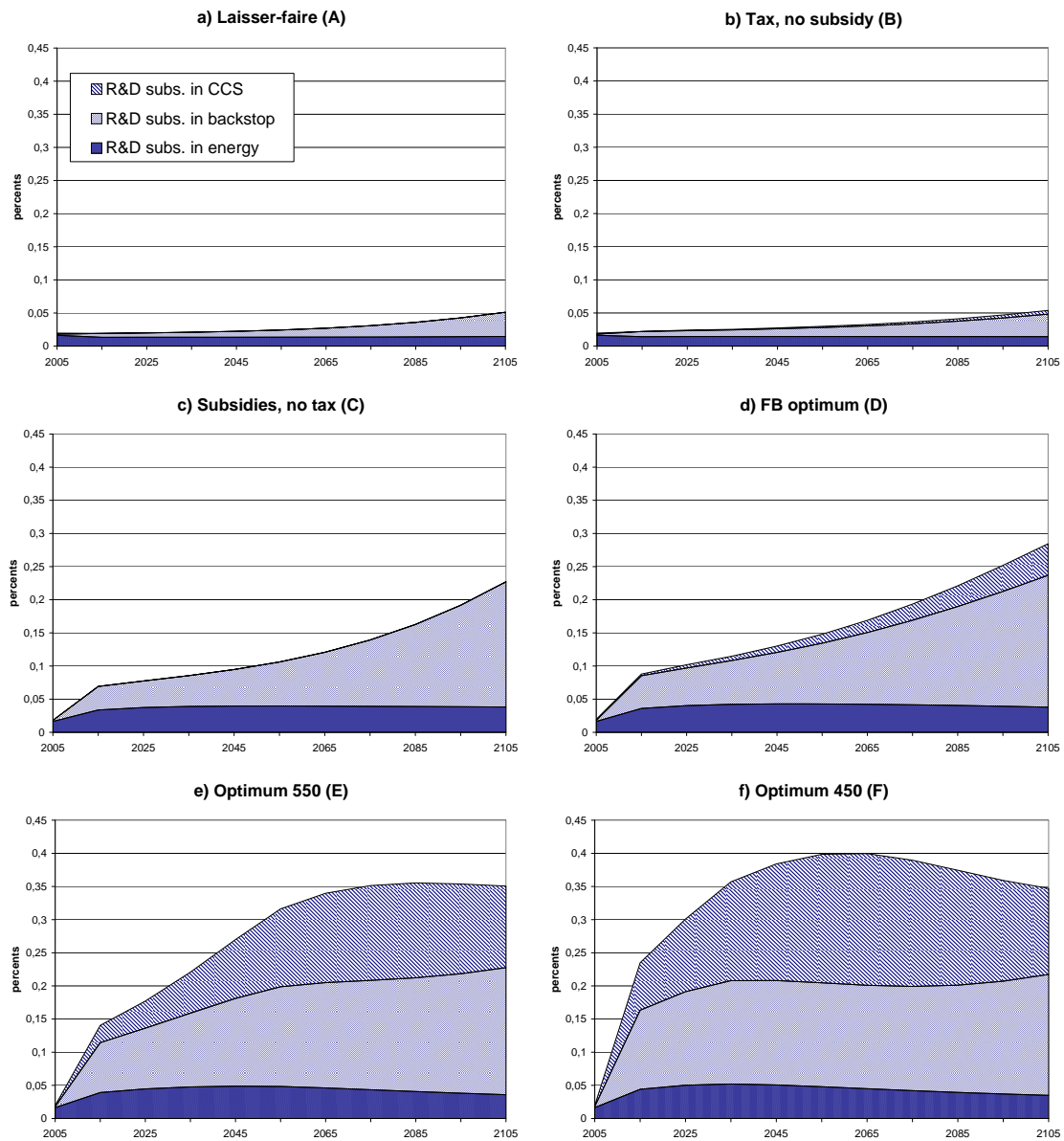


Figure 6: Intensity of dedicated R&D investments (i.e.  $R_i/Q$ )

Two conclusions can be drawn so far. The implementation a carbon tax alone hardly provides any incentive to proceed with R&D activities. In order to provide enough R&D incentives, one needs first to correct for the externality by imposing a carbon tax and second by subsidizing the research sectors. Moreover, short term investment in carbon-free R&D, namely in CCS activities, can become relevant when imposing a stringent cap on carbon accumulation, or equivalently, an higher level of tax.

### 4.3.3 Impacts on the energy mix

Let us now turn to the development of primary energy use throughout the century. As seen from Figure 7, the *laisser-faire* case induces a five-fold increase in energy use over the century, driven by strong economic growth and the absence of policy restrictions. Because of the lack of incentive (no carbon tax), the CCS technology is not utilized at all. In addition, despite the fossil fuel price growth over time, the backstop technology remains marginal because it is not competitive enough.

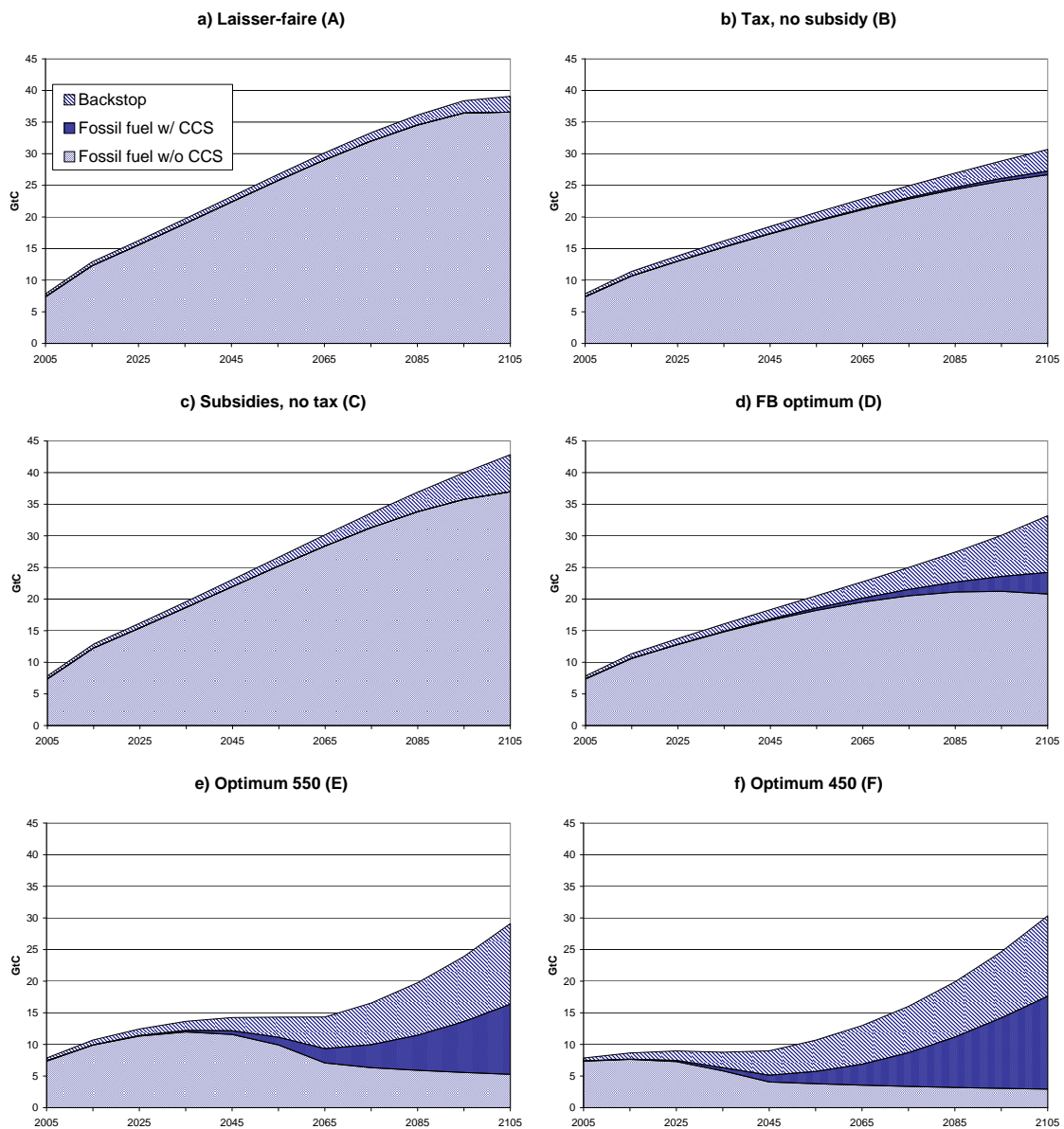


Figure 7: Primary energy use

When moving from case A to case B, the implementation of the optimal carbon tax

alone does not result in substantial carbon sequestration, and/or backstop penetration. However, the fossil fuel share, and then the total primary energy use, are strongly reduced. Symmetrically, the implementation of research policies alone (i.e. moving from case A to case C) does not affect the fossil fuel use, but it slightly stimulates the backstop.

The simultaneous implementation of all optimal instruments (i.e. from case A to case D) reveals a complementarity effect between research grants and carbon taxation. Indeed, this scenario reinforces the effect of the tax on the fossil fuel use as observed in case B, and it increases the fraction of carbon emissions that are effectively sequestered (up to 4% of total carbon emissions in 2100). In addition, such a policy mix strengthens the role of backstop.

Finally, the two stabilization cases induce radical changes in world energy supply because of the sharp increase of carbon prices. This results in strong reductions of fossil fuel use, and thus of energy use, especially in the short-term where substitution possibilities with carbon-free energy are not yet available. By 2050, energy demand will have been reduced by 47% in the 550 ppm case, and by 60% in the 450 ppm case, as compared with the unconstrained optimum. In addition, the large amounts of R&D budgets allocated to CCS and backstop research sectors produce the expected benefits and allow for a deep mitigation of climate change owing to the decarbonisation of the economy both via the massive introduction of sequestration and via the backstop. When these carbon-free alternatives become economical, energy use rises again to reach similar levels to the *laissez-faire* ones in 2100. By that time, the backstop energy supplies 46% and 42% of total energy consumption. In the 550 and 450ppm cases, the CCS-based fossil fuel use accounts for 40% and 49% of total energy use in the 550 and 450ppm cases respectively. Therefore the lower the carbon target, the higher is the share of emission-free fossil fuel use.

#### **4.3.4 Climate feedbacks on output**

The environmental consequences of alternative scenarios are represented in Figure 8-a. The decentralized market outcome without any policy intervention involves a more intensive energy use without CO<sub>2</sub> removal and thus a faster carbon accumulation above to some dangerous 1000ppm level (IPCC, 2007). The implementation of optimal instruments limits the increase of atmospheric carbon accumulation to 800ppm by 2100. The implementation of the sole optimal tax without further R&D subsidies leads a slightly higher level of 850ppm. Notice that the sole optimal subsidies without CO<sub>2</sub> pricing just prove as inefficient

from the environmental point of view.

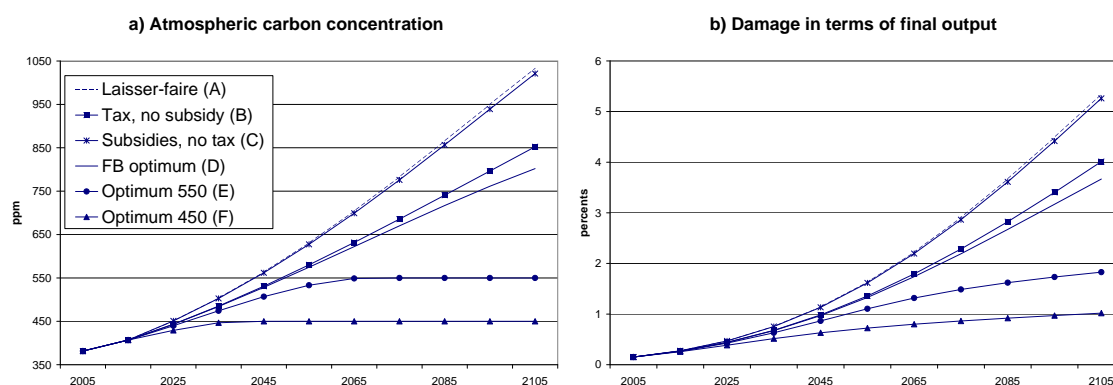


Figure 8: Atmospheric carbon concentration and damages

Figure 8-b shows the feedbacks of these atmospheric carbon concentrations on the economic damages, as measured in terms of final output. Policy inaction would lead to 5% of gross world product (GWP) losses per year by 2100, which is slightly lower than the forecasts established by Stern (2006). At the opposite, the implementation of the more stringent carbon cap, i.e. 450 ppm, limits these damages to 1% of GWP by 2100. Between these two extreme cases, the ranking of the trajectories among the various scenarios is the same than the one depicted in Figure 8-a.

Figure 9-a gives the GWP time-development as a percentage of the one from the laissez-faire case. The sole implementation of optimal subsidies improves the GWP at any date. The implementation of the optimal tax alone reveals costly until the end of the century. More importantly, setting economic instruments to their optimal values leads to further GWP losses in the short and mid term compared to the market outcome without intervention. In the longer run though, GWP increases significantly again and catches up the laissez-faire trajectory by 2095, to reach even higher gains eventually, up to 8% in 2145. To sum up: i) The presence of a carbon tax implies some GWP losses for the earlier generations, and some gains for the future ones. In other words, The long run economic growth is always enhanced when climate change issue is addressed with a carbon tax. ii) The larger the tax is, i.e. the lower the carbon ceiling is, the stronger the initial losses but also the higher the long run gains.

Figure 9-b depicts the same kind of variations, but now applied to consumption, and thus to welfare. Except for the optimal case D, this figure drives to the same conclusions

than the previous one. However, we observe now that the simultaneous implementation of the optimal public instruments allows to avoid the losses in consumption for the first generations.

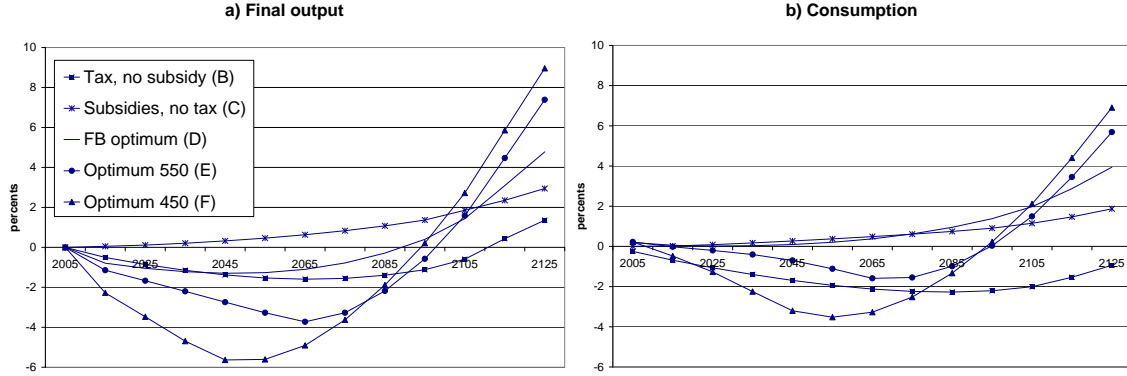


Figure 9: Final output and consumption variations as compared with the *laissez-faire*

#### 4.4 Sensitivity analysis

As the choice of the parameter  $\gamma$ , i.e. the rate of appropriability of the innovation value by the market, is crucial, it is worth examining how a change in this parameter affects other key variables. This last section is thus devoted to such a sensitivity analysis. Until now this rate of appropriability was set at 0.3. We explore the implications of two alternative values: 0.2 and 0.4. Table 3 summarizes the percentage deviation of some selected key variables. Since the penetration of CCS technology is only modest in scenario A, we here focus on scenario B. Given the model structure, an increase or a decrease by 10 percentage points do not have symmetric effects on other variables but still produce some changes in the same order of magnitude. More importantly, the percentage deviations increase substantially over time. As seen from equations (14) and (15), the innovations values (variables  $V_{H_B}$  and  $V_{H_S}$ ) are directly and largely affected by such parameter changes. And therefore knowledge in backstop and CCS technologies (variables  $H_B$  and  $H_S$ ) accumulates much faster (for  $\gamma = 0.4$ ). This is particularly true for CCS which plays a key role by the middle of the century and requires fast improvement prior to its wide-scale deployment. As a consequence, when parameter  $\gamma$  is set at 0.2, backstop use decreases by 10% in 2105 while CCS use decreases by 36%. Alternatively, when parameter  $\gamma$  is set at 0.4, backstop and CCS use increase by 12% and up to 47% respectively within the same time horizon.

$X$	$\gamma = 0.2$			$\gamma = 0.4$		
	2015	2055	2105	2015	2055	2105
$\tau^{sb}$	0,2	0,4	1,1	-0,2	-0,3	-1
$p_B$	0,2	1,8	4,9	-0,2	-2	-5,3
$V_{HB}$	-34,8	-33,6	-31,9	34,5	34	30,4
$V_{HS}$	-37,8	-36,3	-35,6	42,2	38,7	38,2
$F$	0,1	0,4	0,8	-0,1	-0,5	-1
$B$	-0,3	-3,8	-9,7	0,3	4,6	12,3
$S$	-4,4	-21,3	-35,9	4,4	26,1	46,9
$H_B$	-0,2	-1,8	-4,7	0,2	2	5,6
$H_S$	-4,4	-21,4	-36,1	4,5	26,6	47,5
$\sum_i R_i$	-24,2	-40	-41,5	41,4	43,7	48,9

Table 3: Deviation (in %) of variable  $X$  when  $\gamma$  moves from 0.3 to 0.2 and 0.4, respectively, for scenario B.

## 5 Conclusion

Our analysis primarily consisted in decentralizing the "top-down" ENTICE-BR model (Popp, 2006a) in order to characterize the full set of equilibria. In addition to the backstop, we also considered a second abatement possibility by adding to the original model a CCS sector, together with an associated dedicated R&D activity. Simultaneously, in order to account for further climate change damages that are not integrated in the damage function, we imposed a cap on the atmospheric carbon accumulation. Since the economy faces two types of market failures, global warming and R&D spillovers, the regulator uses two types of public tools to correct them, a carbon tax and a subsidy for each R&D sector. A particular equilibrium is associated with each vector of instruments. First, we provided a characterization of this set of equilibria (Proposition 1). Second, we showed that we can obtain any decentralized equilibrium as the solution of a maximization program (Proposition 2). Third, we characterized the first-best optimum (Proposition 3) and we showed that there exists a unique vector of policy tools that implements it (Proposition 4). We calculated the optimal tax and subsidies analytically and we investigated their dynamic properties. In the line with Goulder and Mathai (2000) and Ulph and Ulph (1994), we verified that the optimal carbon tax is generally non-monotonic over time and follows an inverted U-shaped time-path. It falls once the ceiling is reached.

In a second step, we have used a calibrated version of the theoretical model based on DICE 2007 (Nordhaus, 2008), ENTICE-BR (Popp, 2006a) and DEMETER (Gerlagh et al., 2006), to assess the environmental and economic impacts of various climate change policies.



In addition to the standard comparison of the first-best outcome with the *laissez-faire*, we also provide some intermediate scenarios in which we analyze the separated impacts of the policy tools. Our main findings are the following.

i) Our results do not exhibit significant crossed effects in the sense that the implementation of a carbon tax alone hardly provides any incentive to conduct R&D activities and backstop production, when R&D policies used alone have only weak effects on the fossil fuel and CCS sectors.

ii) The simultaneous use of the two types of tools reinforces the individual effects of each one used alone, thus revealing complementarity between research grants and carbon taxation.

iii) The first-best case (without ceiling) does not result in substantial carbon sequestration.

iv) A carbon cap reinforces the role of CCS as a mid-term option for mitigating the climate change. In the longer term, if the policy-maker aims at stabilizing the climate, the massive introduction of backstop energy is necessary.

## References

- [1] Acemoglu, D., 2002. Directed technical change. *Review of Economic Studies* 69(4), 781-809.
- [2] Aghion, P., Howitt, P., 1992. A model of growth through creative destruction. *Econometrica*, 60(2), 323-351.
- [3] Benassy, J-P, 1998. Is there always too little research in endogenous growth with expanding product variety? *European Economic Review*, 42, 61-69.
- [4] Bergstrom, T.C., 1982. On capturing oil rents with a national excise tax. *American Economic Review* 72, 194-201.
- [5] Bosetti, V., Carraro, C., Galeotti, M., 2006. The dynamics of carbon and energy intensity in a model of endogenous technical change. *The Energy Journal*, Special issue, 191-206.
- [6] Bosetti, V., Carraro, C., Massetti, E., Sgobbi, A., Tavoni, M., 2009. Optimal energy investment and R&D strategies to stabilize atmospheric greenhouse gas concentrations. *Resource and Energy Economics* 31(2), 123-137.

- [7] Chakravorty, U., Magné, B., Moreaux, M., 2006. A Hotelling model with a ceiling on the stock of pollution, *Journal of Economic Dynamics and Control* 30, 2875-2904.
- [8] Edenhofer, O., Bauer, N., Kriegler, E., 2005. The impact of technological change on climate protection and welfare: Insights from the model MIND. *Ecological Economics* 54, 277-292.
- [9] Edenhofer, O., Lessman, K., Bauer, N., 2006. Mitigation strategies and costs of climate protection: The effects of ETC in the hybrid model MIND. *The Energy Journal*, Special issue, 207-222.
- [10] Farzin, Y. H., Tahvonen, O., 1996. Global carbon cycle and the optimal time path of a carbon tax. *Oxford Economic Papers* 48, 515-536.
- [11] Fischer, C., Parry, I., Pizer, W.A., 2003. Instrument choice for environmental protection when technological innovation is endogenous. *Journal of Environmental Economics and Management* 45, 523-545.
- [12] Gerlagh, R., Lise, W., 2005. Carbon taxes: A drop in the ocean, or a drop that erodes the stone? The effect of carbon taxes on technological change. *Ecological Economics* 54, 241-260.
- [13] Gerlagh, R., 2006. ITC in a global growth-climate model with CCS: The value of induced technical change for climate stabilization. *The Energy Journal*, Special issue, 223-240.
- [14] Gerlagh, R., van der Zwaan, B.C.C., 2006. Options and instruments for a deep cut in CO<sub>2</sub> emissions: Carbon capture or renewables, taxes or subsidies? *The Energy Journal* 27, 25-48.
- [15] Gerlagh, R., Kverndokk, S., Rosendahl, K.E., 2008. Linking Environmental and Innovation Policy. FEEM working paper 53.
- [16] Goulder, L.H., Mathai, K. 2000. Optimal CO<sub>2</sub> abatement in the presence of induced technological change. *Journal of Environmental Economics and Management* 39, 1-38.
- [17] Grimaud, A., Rougé, L., 2008. Environment, directed technical change and economic policy. *Environmental and Resource Economics* 41(4), 439-463.
- [18] Grimaud, A., Lafforgue, G., 2008. Climate change mitigation policies: Are R&D subsidies preferable to a carbon tax? *Revue d'Economie Politique* 119(6), 915-940.

- [19] Hart, R., 2008. The timing of taxes on CO<sub>2</sub> emissions when technological change is endogenous. *Journal of Environmental Economics and Management* 55(2), 194-212.
- [20] Hoel, M., Kverndokk, S., 1996. Depletion of fossil fuels and the impact of global warming. *Resource and Energy Economics* 18, 115-136.
- [21] Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), 2005. Special Report on Carbon Dioxide Capture and Storage, Working Group III.
- [22] Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), 2007. Climate change 2007, Synthesis Assessment Report, Working Group III.
- [23] International Energy Agency (IEA), 2006. Energy Technology Perspectives, IEA Publications, Paris.
- [24] Hoffert, M., et al. 2002. Advanced technology paths to global climate stability: Energy for a greenhouse planet. *Science* 298, 981-987.
- [25] Jones, C.I., Williams, J.C., 1998. Measuring the social return to R&D. *The Quarterly Journal of Economics* 113(4), 119-1135.
- [26] Jones, C.I., Williams, J.C., 2000. Too much of a good thing? The economics of investment in R&D. *Journal of Economic Growth* 5(1), 65-85.
- [27] Keller, K., McInerney, D., Bradford, D.F., 2008. Carbon dioxide sequestration: how much and when? *Climatic Change* 88, 267-291.
- [28] Lafforgue, G., Magné, B., Moreaux, M., 2008. Energy substitutions, climate change and carbon sinks. *Ecological Economics* 67(4), 589-597.
- [29] Nemet, G.F., Kammen, D.M., 2007. U.S. energy research and development: Declining investment, increasing need, and the feasibility of expansion. *Energy Policy* 35(1), 746-55.
- [30] Nordhaus, W.D., 2008. A question of balance: Weighing the options on global warming policies. Yale University Press.
- [31] Popp, D., 2006a. ENTICE-BR: The effects of backstop technology R&D on climate policy models. *Energy Economics* 28, 188-222.
- [32] Popp, D., 2006b. Comparison of climate policies in the ENTICE-BR model. *The Energy Journal*, Special issue, 163-174.

- [33] Romer, P.M., 1990. Endogenous technical change. *Journal of Political Economy* 98(5), 71-102.
- [34] Sinclair, P., 1994. On the optimum trend of fossil fuel taxation. *Oxford Economic Papers* 46, 869-877.
- [35] Sinn, H.-W., 2008. Public policies against global warming: A supply side approach. *International Tax and Public Finance* 15, 360-394.
- [36] Ulph, A., Ulph, D., 1994. The optimal time path of a carbon tax. *Oxford Economic Papers* 46, 857-868.

## Appendix

### A1. Proof of Proposition 1

Integrating (10) and using (9) and the transversality condition on  $Z_t$ , we find:

$$\eta_t = \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{I_F}} e^{-\int_0^s r_x dx} ds.$$

The first characterizing condition (32) is obtained by replacing  $\eta$  into (9) by the expression above, and by noting that  $p_F = Q_E E_F - (\xi - S_F)/S_{I_S}$  from (3), (4) and (6), and that  $\exp(-\int_0^t r ds) = U'(C) \exp(-\rho t)/U'(C_0)$  from (24). Combining (3), (5) and (13) leads to condition (33). Condition (34) directly comes from (6). Next, using (1) and (24), we directly get condition (35). Finally, the differentiation of (18) with respect to time leads to:

$$\frac{\dot{V}_i}{V_i} = -\frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i}, \quad i = \{B, E, S\}. \quad (48)$$

Substituting this expression into (16) and using (18) again, it comes:

$$r = -\frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i} + v_i H_{R_i}^i, \quad \forall i = \{B, E, S\}. \quad (49)$$

We thus obtain conditions (36), (37) and (38) by replacing into (49)  $v_B$ ,  $v_E$  and  $v_S$  by their expressions (20), (21) and (22), respectively.

## A2. Proof of Proposition 2

Let  $\mathcal{J}$  be the discounted value of the Hamiltonian of the maximization program of Proposition 2:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} = & U(C)e^{-\rho t} + \tilde{\lambda} \left\{ Q[K, E[B(I_B, H_B), F(I_F, Z), H_E], L, A, \Omega] - C - \delta K - \sum_i R_i \right. \\ & \left. - \sum_j I_j - \tau[\xi F(I_F, Z) - S[F(I_F, Z), I_S, H_S]] \right\} + \sum_i \tilde{\nu}_i(\gamma_i + \sigma_i)H^i(R_i, H_i) + \tilde{\eta}F(I_F, Z) \end{aligned}$$

The associated first order conditions are:

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial C} = U'(C)e^{-\rho t} - \tilde{\lambda} = 0 \quad (50)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I_F} = \tilde{\lambda}[Q_E E_F F_{I_F} - 1 - \tau F_{I_F}(\xi - S_F)] + \tilde{\eta}F_{I_F} = 0 \quad (51)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I_B} = \tilde{\lambda}(Q_E E_B B_{I_B} - 1) = 0 \quad (52)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial I_S} = -\tilde{\lambda}(1 - \tau S_{I_S}) = 0 \quad (53)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial R_i} = -\tilde{\lambda} + \tilde{\nu}_i(\gamma_i + \sigma_i)H_{R_i}^i = 0, \quad i = \{B, E, S\} \quad (54)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial K} = \tilde{\lambda}(Q_K - \delta) = -\dot{\tilde{\lambda}} \quad (55)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial H_i} = \tilde{\lambda}Q_E E_{H_i} + \tilde{\nu}_i(\gamma_i + \sigma_i)H_{H_i}^i = -\dot{\tilde{\nu}}_i, \quad i = \{B, E\} \quad (56)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial H_S} = \tilde{\lambda}\tau S_{H_S} + \tilde{\nu}_S(\gamma_S + \sigma_S)H_{H_S}^S = -\dot{\tilde{\nu}}_S \quad (57)$$

$$\frac{\partial \mathcal{J}}{\partial Z} = \tilde{\lambda}[Q_E E_F F_Z - \tau F_Z(\xi - S_F)] + \tilde{\eta}F_Z = -\dot{\tilde{\eta}} \quad (58)$$

and the transversality conditions are:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\lambda}K = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\nu}_i H_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\eta}Z = 0 \quad (59)$$

Replacing into (58)  $\tilde{\eta}$  by its expression coming from (51), we find  $\dot{\tilde{\eta}} = -\tilde{\lambda}F_Z/F_{I_F}$ . Integrating this expression and using (50) and (59) implies:

$$\tilde{\eta} = \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{I_F}} U'(C)e^{-\rho s} ds. \quad (60)$$

Plugging this expression in (51) and using (50) again, one gets condition (32). Equations (52) and (53) directly imply (33) and (34). Using (50) and (55), one gets (35). The log-differentiation of (54) gives:

$$-\rho + \frac{\dot{U}'(C)}{U'(C)} = \frac{\dot{\tilde{\nu}}_i}{\tilde{\nu}_i} + \frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i} \quad (61)$$

Replacing into (56),  $\tilde{\lambda}/\tilde{\nu}_i$  and  $\dot{\tilde{\nu}}_i/\tilde{\nu}_i$  by their expressions coming from (54) and (61), we obtain conditions (36) and (37). The same calculation applied to (57) finally leads to (38).

### A3. Proof of Proposition 3

Let  $\mathcal{H}$  be the discounted value of the Hamiltonian of the optimal program:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & U(C)e^{-\rho t} + \lambda \left\{ Q[K, E[B(\cdot), F(\cdot), H_E], L, A, \Omega(T)] - C - \delta K - \sum_i R_i - \sum_j I_j \right\} \\ & + \sum_i \nu_i H^i(R_i, H_i) + \eta F(\cdot) + \mu_G \{ \xi F(\cdot) - S[F(\cdot), I_S, H_S] - \zeta G \} \\ & + \mu_T [\Phi(G) - mT] + \varphi_G (\bar{G} - G) \end{aligned}$$

The associated first order conditions are:

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial C} = U'(C)e^{-\rho t} - \lambda = 0 \quad (62)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial I_F} = \lambda(Q_E E_F F_{I_F} - 1) + \eta F_{I_F} + \mu_G F_{I_F}(\xi - S_F) = 0 \quad (63)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial I_B} = \lambda(Q_E E_B B_{I_B} - 1) = 0 \quad (64)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial I_S} = -\lambda - \mu_G S_{I_S} = 0 \quad (65)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial R_i} = -\lambda + \nu_i H_{R_i}^i = 0, \quad i = \{B, E, S\} \quad (66)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial K} = \lambda(Q_K - \delta) = -\dot{\lambda} \quad (67)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H_i} = \lambda Q_E E_{H_i} + \nu_i H_{H_i}^i = -\dot{\nu}_i, \quad i = \{B, E\} \quad (68)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial H_S} = \nu_S H_{H_S}^S - \mu_G S_{H_S} = -\dot{\nu}_S \quad (69)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Z} = \lambda Q_E E_F F_Z + \eta F_Z + \mu_G F_Z(\xi - S_F) = -\dot{\eta} \quad (70)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial G} = -\zeta \mu_G + \mu_T \Phi'(G) - \varphi_G = -\dot{\mu}_G \quad (71)$$

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial T} = \lambda Q_\Omega \Omega'(T) - m\mu_T = -\dot{\mu}_T \quad (72)$$

The complementary slackness condition and the transversality conditions are:

$$\varphi_G(\bar{G} - G) = 0, \quad \text{with } \varphi_G \geq 0, \forall t \geq 0 \quad (73)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda K = \lim_{t \rightarrow \infty} \nu_i H_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \eta Z = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu_G G = \lim_{t \rightarrow \infty} \mu_T T = 0 \quad (74)$$

From (63), we find that  $\eta = -\mu_G(\xi - S_F) - \lambda(Q_E E_F - 1/F_{I_F})$ . Replacing this expression into (70) and using (62) leads to the following differential equation:  $\dot{\eta} =$

$-(F_Z/F_{I_F})U'(C)\exp(-\rho t)$ . Integrating this expression and using the transversality condition (74), we obtain:

$$\eta = \int_t^\infty \frac{F_Z}{F_{I_F}} U'(C) e^{-\rho s} ds. \quad (75)$$

Replacing into (63)  $\lambda$ ,  $\mu_G$  and  $\eta$  by their expressions coming from (62), (65) and (75), respectively, gives us the equation (39) of Proposition 2. Equation (40) directly comes from condition (64). From (62) and (72), we have:  $\dot{\mu}_T = m\mu_T - Q_\Omega \Omega'(T)U'(C)\exp(-\rho t)$ . Using (74), the solution of such a differential equation is given by:

$$\mu_T = \int_t^\infty Q_\Omega \Omega'(T)U'(C) e^{-[m(s-t)+\rho s]} ds. \quad (76)$$

Next, using the transversality condition (74), we determine the solution of the differential equation (71) as:

$$\mu_G = \int_t^\infty [\mu_T \Phi'(G) - \varphi_G] e^{-\zeta(s-t)} ds \quad (77)$$

where  $\mu_T$  is defined by (76) and  $\varphi_G$  must be determined by looking at the behavior of the economy once the ceiling have been reached. Condition (41) is then obtained by replacing into (65)  $\lambda$  and  $\mu_G$  by their expressions coming from (62) and (77), respectively. Log-differentiating (62) with respect to time implies:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\dot{U}'(C)}{U'(C)} - \rho = \epsilon g_C - \rho \quad (78)$$

Condition (42) is a direct implication of equations (67) and (78). Finally, the log-differentiation of (66) with respect to time yields:

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = \frac{\dot{\nu}_i}{\nu_i} + \frac{\dot{H}_{R_i}^i}{H_{R_i}^i}. \quad (79)$$

Conditions (43) and (44) come from (66), (68), (78), (79) and from (64) by using  $Q_E E_B = 1/B_{I_B}$ . Similarly, condition (45) is obtained from (65), (66), (69), (78) and (79).

#### A4. Calibration of the model

Based on DICE (Nordhaus, 2008), ENTICE-BR (Popp, 2006a) and DEMETER (Gerlagh, 2006), we use the following specified forms<sup>15</sup>:

$$\begin{aligned}
Q(K, E, L, A, \Omega) &= \Omega AK^\gamma E^\beta L^{1-\gamma-\beta}, \quad \gamma, \beta \in (0, 1) \\
L &= L_0 e^{\int_0^t g^L ds} \quad A = A_0 e^{\int_0^t g^A ds}, \quad g_j = g_{j0} e^{-d_j t}, \quad d_j > 0, \forall j = \{A, L\} \\
E(F, B, H_E) &= \left[ (F^{\rho_B} + B^{\rho_B})^{\frac{\rho_H}{\rho_B}} + \alpha_H H_E^{\rho_H} \right]^{\frac{1}{\rho_H}}, \quad \alpha_H, \rho_H, \rho_B \in (0, 1) \\
F(I_F, Z) &= \frac{I_F}{c_F + \alpha_F (Z/\bar{Z})^{\eta_F}}, \quad c_F, \alpha_F, \eta_F > 0 \\
B(I_B, H_B) &= \alpha_B I_B H_B^{\eta_B}, \quad \alpha_B, \eta_B > 0 \\
S(F, I_S, H_S) &= \kappa(\xi F) \left[ \left( 1 + \frac{2I_S H_S}{\kappa(\xi F)} \right)^{1/2} - 1 \right], \quad \kappa > 0 \\
H^i(R_i, H_i) &= a_i R_i^{b_i} H_i^{\phi_i}, \quad a_i > 0, b_i, \phi_i \in [0, 1], \forall i = \{B, E, S\} \\
W &= v_1 \int_0^\infty L \frac{(C/L)^{1-\epsilon}}{(1-\epsilon)} e^{-\rho t} dt + v_2, \quad v_1, v_2 > 0 \\
\Omega(T) &= [1 + \alpha_T T^2]^{-1}, \quad \alpha_T > 0
\end{aligned}$$

Next, let us provide some calibration details here. According to IEA (2007), world carbon emissions in 2005 amounted to 17.136 GtCO<sub>2</sub>. We retain 7.401 GtCeq as the initial fossil fuel consumption, given in gigatons of carbon equivalent. In addition, carbon-free energy produced out of renewable energy, excluding biomass and nuclear, represented 6% of total primary energy supply. We thus retain another 0.45 GtCeq as the initial amount of backstop energy use. We retain the Gerlagh's assumption for the cost of CCS that is worth 150US\$/tC. According to IEA (2006), the cumulative CO<sub>2</sub> storage capacity is in the order of 184 million tons per year. This value serves as a seed value for sequestration level,  $S_0$ , in the initial year, which is then fixed at 0.05 GtC. The cost of CCS sequestration and the initial storage level allow for the calibration of the initial sequestration effort using the following relation:  $I_{S,0}/S_0 = \text{CCS cost}$ , which implies  $I_{S,0} = 0.05 \text{GtC} \times 150 \$/\text{tC} = 7.5 \text{G}\$$ . The total factor productivity has been adjusted so as to produce a similar pattern of GWP development until 2100 to the one from DICE-08. The rates of return on both R&D spending and knowledge accumulation have been set to 0.3 and 0.2 respectively so as provide long term sequestration in line with IPCC (2007) projections. Without loss of generality, the initial stock of knowledge dedicated to CCS is set equal to 1. Calibration

<sup>15</sup>We replace the cost function of fossil fuel and backstop from Popp (2006a) and the cost function of sequestration from Gerlagh (2006) by their corresponding production functions in order to derive an utility/technology canonical model. With our notations, these unit cost functions are, respectively:  $I_F/F = c_F + \alpha_F (Z/\bar{Z})^{\eta_F}$ ,  $I_B/B = 1/(\alpha_B H_B^{\eta_B})$ , and  $I_S/S = [1 + S/(2\kappa\xi F)]/H_S$ .



of the other parameters come from DICE or ENTICE-BR. Table 4 below provides some more details.

Param.	Value	Description	Source
$\gamma$	0.3	Capital elasticity in output prod.	DICE
$\beta$	0.07029	Energy elasticity in output prod.	DICE
$\alpha_T$	0.0028388	Scaling param. on damage	DICE
$\rho_B$		Elasticity of subs. for backstop	Calibrated
$\rho_E$	0.38	Elasticity of subs. for energy	ENTICE-BR
$\alpha_H$	0.336	Scaling param. of $H_E$ on energy	ENTICE-BR
$F_0$	7.401	2005 fossil fuel use in GtC	IEA
$c_F$	400	2005 fossil fuel price in USD	IEA
$\alpha_F$	700	Scaling param. on fossil fuel cost	ENTICE-BR
$\eta_F$	4	Exponent in fossil fuel prod.	ENTICE-BR
$B_0$	0.45	2005 backstop use in GtC	IEA
$\alpha_B$	1200	2005 backstop price in USD	DICE
$\eta_B$		Exponent in backstop prod.	Calibrated
$a_B$	0.0122	Scaling param. in backstop innovation	ENTICE-BR
$a_E$	0.0264	Scaling param. in energy innovation	ENTICE-BR
$b_B$	0.3	Rate of return of backstop R&D	ENTICE-BR
$b_E$	0.2	Rate of return of energy R&D	ENTICE-BR
$c_S$	150	Sequestration cost in 2005 USD/tC	DEMETER
$S_0$	0.05	2005 sequestration in GtC	IPCC
$Q_{S,0}$	7.5	2005 sequestration effort in bill. USD	IPCC
$H_{S,0}$	1	2005 level of knowledge in CCS	Calibrated
$R_{S,0}$	0.5	2005 R&D investment in CCS in bill. USD	Calibrated
$a_S$	0.5	Scaling param. in CCS innovation	Calibrated
$b_S$	0.3	Rate of return of CCS R&D	Calibrated
$\phi_S$	0.2	Elasticity of knowledge in CCS innovation	Calibrated
$\Phi_i$	0.54	Elasticity of knowledge in innovation	ENTICE-BR
$\epsilon$	2	Elasticity of intertemporal subst.	DICE
$\rho$	0.015	Time preference rate	DICE
$A_t$		Total factor productivity trend	DICE
$L_t$		World population trend	DICE

Table 4: Calibration of the main parameters